

文章编号:1004-2539(2022)11-0001-09

DOI:10.16578/j.issn.1004-2539.2022.11.001

## 行星滚柱丝杠副额定静载荷计算方法对比分析

康新泓<sup>1</sup> 魏沛堂<sup>1</sup> 胡瑞<sup>1</sup> 周鹏亮<sup>2</sup> 杜雪松<sup>1</sup> 朱才朝<sup>1</sup>

(1 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

(2 贵州群建精密机械有限公司, 贵州 遵义 563000)

**摘要** 行星滚柱丝杠副(Planetary roller screw mechanism, PRSM)是一种新型重载传动装置。额定静载荷是反映其承载能力的关键指标。针对目前PRSM额定静载荷计算方法不统一、计算结果差异大等问题,阐述了以滚珠丝杠、滚动轴承、屈服极限和弹塑性线性强化为基础的4种PRSM额定静载荷计算方法并建立相应计算模型,对比分析了结构参数对4种方法所得额定静载荷的影响规律;建立了PRSM弹塑性接触有限元分析模型,对4种计算方法的准确性进行了对比验证;提出了一种基于滚动轴承标准改进的PRSM额定静载荷计算方法。结果表明,以滚动轴承为基础的额定静载荷计算结果与有限元结果符合较好;所提出的改进计算方法,使其计算误差平均值从17.03%降至8.90%,能够较为精确地计算PRSM的额定静载荷,为行星滚柱丝杠副的设计、选型等提供了理论支撑。

**关键词** 行星滚柱丝杠副 额定静载荷 Hertz接触 弹塑性力学

## Comparison and Analysis of Calculation Methods for Rated Static Load of Planetary Roller Screw Mechanism

Kang Xinhong<sup>1</sup> Wei Peitang<sup>1</sup> Hu Rui<sup>1</sup> Zhou Pengliang<sup>2</sup> Du Xuesong<sup>1</sup> Zhu Caichao<sup>1</sup>

(1 State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

(2 Guizhou Qunjian Precision Machinery Co., Ltd., Zunyi 563000, China)

**Abstract** Planetary roller screw mechanism (PRSM) is a new type of heavy duty transmission devices. Rated static load is a key indicator to reflect its carrying capacity. Aiming at the problems of inconsistent calculation methods of PRSM rated static load and large difference between calculation results at present, four calculation methods of PRSM rated static load based on ball screw, rolling bearings, yield limit and elastic-plastic linear strengthening are expounded and corresponding calculation models are established; the PRSM elastic-plastic finite element contact analysis model is established, and the accuracy of the four calculation methods is compared and verified; an improved PRSM rated static load calculation method based on rolling bearing standards is proposed. The results show that the calculated results of the rated static load based on rolling bearings agree well with the finite element results. The improved calculation method reduces the average error from 17.03% to 8.90%, which can accurately calculate the rated static load of PRSM. It provides theoretical support for the design and selection of planetary roller screw mechanism.

**Key words** Planetary roller screw mechanism Rated static load Hertz contact Elastoplastic mechanics

## 0 引言

行星滚柱丝杠副是一种机械螺旋传动转换装置,如图1所示,其主要组成部分为丝杠、滚柱和螺母,通过三者之间的螺旋曲面啮合,可以把直线运动转换为旋转运动或把旋转运动转换为直线运动<sup>[1]</sup>。在同

等尺寸下与滚珠丝杠机构(Ball screw mechanism, BSM)相比,PRSM具有更多的接触点<sup>[2]</sup>,因此,其具有负载能力高、使用寿命长、传动精度高、传动效率高和空间利用率高等优点,已被广泛应用在航空航天、数控机床、石油钻井等领域。PRSM在传递动力的过程中,滚柱与螺母、滚柱与丝杠在外载荷

的作用下相互接触，会在接触处产生一定的接触变形；当外部载荷继续增大，接触应力超过接触极限后进入塑性变形，从而会对传动精度、运行平稳性等传动性能造成负面影响。因此，PRSM实际所允许的额定静载荷成为设计、制造以及工程应用中一个共同关注的问题<sup>[3]</sup>。

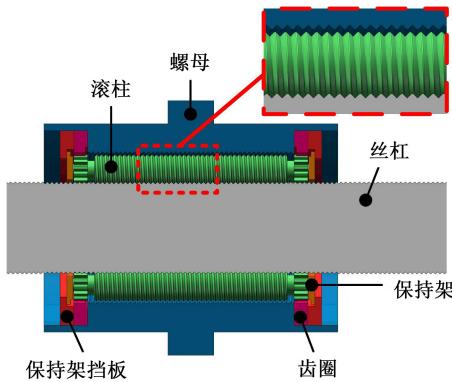


图1 PRSM结构图

Fig. 1 PRSM structure

在滚珠丝杠额定静载荷方面，罗相银<sup>[4]</sup>优化了结构参数并研究了滚珠丝杠的极限承载能力；张陈灵<sup>[5]</sup>建立了变形协调条件下滚珠丝杠副载荷分布的模型，并分析了丝杠副的几何误差对载荷分布的影响规律；王晓艺等<sup>[6]</sup>通过试验，修正了滚动直线导轨副额定静载荷的计算公式。

由于滚珠丝杠和PRSM工作原理较为相近，国内外学者参考滚珠丝杠开展了PRSM额定静载荷的数值计算研究。例如，崔高尚<sup>[7]</sup>基于滚珠丝杠标准，将滚柱与丝杠接触点处的塑性变形量达到滚柱圆弧直径的0.01%时所施加的载荷，定义为行星滚柱丝杠副的额定静载荷并进行了计算分析；Zheng等<sup>[8]1-8</sup>以Hertz理论为基础，结合等效钢球、多点啮合等多种原理，参考滚动轴承国家标准，直接以等效接触应力达到某特定值时的轴向负载作为额定静载荷的计算方法并对其进行了研究；姚琴等<sup>[9]106-110</sup>基于弹塑性力学及Hertz接触理论，建立了滚柱与丝杠的单对牙接触计算模型，在PRSM进入屈服阶段后推导出其临界条件，并在有限元分析的方法上建立了弹塑性接触模型；Kim等<sup>[10]1-10</sup>基于线性应变-硬化弹塑性模型，提出了基于静载荷分配简化模型的PRSM额定静载荷计算方法。上述文献中关于额定静载荷的计算方法和理论各不相同，不同方法的计算结果差别较大，导致无法准确判断PRSM的承载能力，在工程设计中缺乏相应的理论支撑。

在PRSM额定静载荷有限元数值仿真方面，Zhang等<sup>[11]</sup>将球体与滚柱等效，借助有限元分析软件对PRSM进行了分析；Rys等<sup>[12]</sup>将承受剪应力的立方

体与滚柱等效，使用Abaqus建立了载荷分布计算模型；马尚君等<sup>[13]78-82</sup>综合考虑螺纹接触角和螺旋升角的影响，利用有限元方法分析了不同轴向载荷作用下接触角和螺旋升角对轴向弹性变形的影响。上述文献中通过有限元建模与理论对比分析，研究了PRSM弹塑性接触状态下的刚度、承载特性、接触应力和变形等，但少有文献从额定静载荷的定义出发，对不同规格、不同承载情况下的PRSM进行建模仿真分析。

在实际应用场合中，为保证设备安全，在对PRSM进行选型之前要确定其额定静载荷。而PRSM尚无相应的额定静载荷计算标准，鲜有文献对现有PRSM额定静载荷计算方法进行系统归纳和研究。针对上述问题，本文中基于Hertz接触理论、Lundberg-Palmgren理论和弹塑性力学及弹塑性线性强化模型，结合滚柱丝杠标准及滚动轴承标准，分别阐述了4种PRSM额定静载荷计算方法的基本原理和计算公式；对比分析了4种计算方法下的不同结构参数对PRSM额定静载荷的影响规律；建立了PRSM弹塑性接触有限元模型，并验证了模型的正确性；通过结果对比，找到最适合PRSM的额定静载荷计算方法，并在此基础上做了进一步的改进。

## 1 PRSM额定静载荷计算方法

### 1.1 PRSM额定静载荷解析计算

PRSM通过丝杠、滚柱和螺母之间的螺纹接触，实现直线运动与旋转运动的相互转换。以滚柱-丝杠端为例，在接触压力Q的作用下，滚柱与丝杠之间的接触点处会产生局部变形，通常情况下会形成一个椭圆接触区域，如图2所示，该接触区域的应力大小分布呈半椭球状<sup>[14]</sup>。

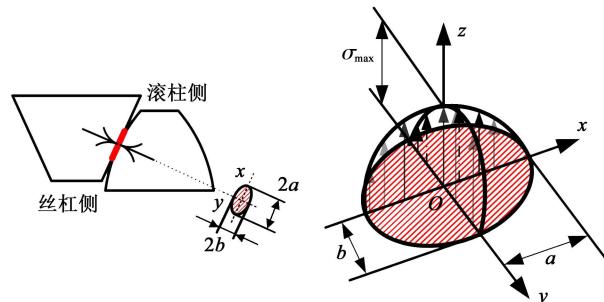


图2 Hertz接触应力分布

Fig. 2 Hertz contact stress distribution

根据Hertz接触理论，滚柱与丝杠之间接触区域的接触变形为

$$\delta = [K(e)/\pi m_a] \sqrt[3]{(1.5E)^2 Q^2 \sum \rho} \quad (1)$$

最大接触应力  $\sigma_{\max}$  为

$$\sigma_{\max} = \frac{3Q}{2\pi ab} \quad (2)$$

式中,  $E$  为综合弹性模量;  $a$ 、 $b$  分别为该椭圆接触区域的长、短半轴长, 其计算公式分别为

$$a = m_a \sqrt{\frac{3Q}{2\sum\rho} \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)} \quad (3)$$

$$b = m_b \sqrt{\frac{3Q}{2\sum\rho} \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)} \quad (4)$$

式中,  $m_a$ 、 $m_b$  分别为与椭圆离心率有关的长、短半轴系数;  $\sum\rho$  为丝杠与滚柱主曲率和;  $\mu_1$ 、 $\mu_2$  分别为丝杠与滚柱泊松比;  $E_1$ 、 $E_2$  分别为丝杠和滚柱弹性模量。

主曲率函数  $F(\rho)$  在 Hertz 接触问题中用椭圆离心率  $e$  表达为

$$F(\rho) = \frac{(2-e^2)L(e) - 2(1-e^2)K(e)}{e^2 L(e)} \quad (5)$$

式中,  $K(e)$  为第一类椭圆积分;  $L(e)$  为第二类椭圆积分<sup>[15]</sup>。其计算公式分别为

$$K(e) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{-\frac{1}{2}} d\phi \quad (6)$$

$$L(e) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{\frac{1}{2}} d\phi \quad (7)$$

通过上述公式, 可以求出丝杠与滚柱接触时的整个 Hertz 接触边界与接触应力的解。

传动机构在运行时会受到外加载荷的作用, 外加载荷超过一定值将导致塑性变形。塑性变形很小时, 不会对精度和传动平稳性产生影响; 但当负载增大, 塑性变形量达到一定程度, 传动机构便会失效。大量试验表明, 不影响滚珠丝杠传动性能的塑性极限变形量为滚动体直径的 0.01%<sup>[16][9]</sup>。由于丝杠滚柱端比螺母滚柱端更容易失效<sup>[13][78~82]</sup>, 通常可以将丝杠滚柱端计算得到的额定静载荷作为 PRSM 的额定静载荷。目前, 已有的 PRSM 额定静载荷计算方法主要包括: 基于滚珠丝杠标准的 PRSM 额定静载荷计算方法、基于滚动轴承标准的 PRSM 额定静载荷计算方法、基于屈服极限的 PRSM 额定静载荷计算方法和基于弹塑性线性强化模型的 PRSM 额定静载荷计算方法。

## 1.2 PRSM 现有额定静载荷计算方法

### 1.2.1 方法 1: 基于滚珠丝杠的 PRSM 额定静载荷计算

如图 3 所示, 对于硬度在 HRC63.5~65.5 之间的优质轴承钢, Palmgren 在实验数据的基础上, 提出了点接触塑性变形与载荷关系的计算公式, 该方法已被滚珠丝杠副额定静载荷计算标准采纳<sup>[16][9]</sup>。

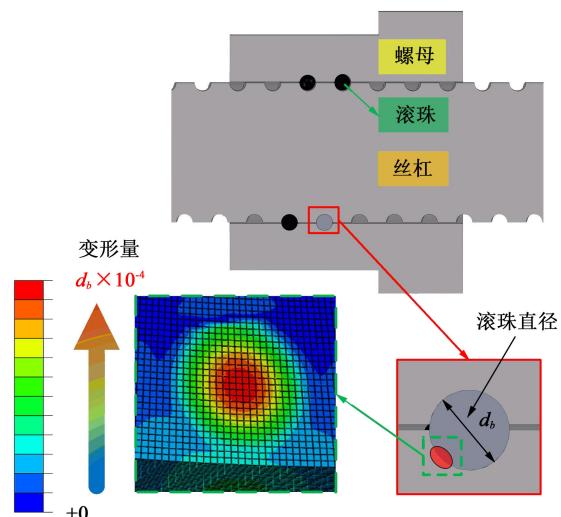


图 3 方法 1 原理示意图

Fig. 3 Schematic diagram of method 1

鉴于 PRSM 和 BSM 的结构相似性, 把滚柱等效为滚珠, 则滚柱圆弧直径即为滚动体直径。因此, PRSM 额定静载荷可类比 BSM 进行计算<sup>[17]</sup>。

基于该理论, 点接触塑性变形计算公式为<sup>[18]</sup>

$$\delta_p = 1.3 \times 10^{-7} \frac{Q^2}{2R} (\rho_{11} + \rho_{21})(\rho_{12} + \rho_{22}) \quad (8)$$

由式(8)可以推得 PRSM 额定静载荷的计算公式为

$$F_{1\max} = 55.48R[(\rho_{11} + \rho_{21})(\rho_{12} + \rho_{22})]^{-1/2}nz \cos \alpha \cos \lambda \quad (9)$$

式中,  $\rho_{11}$ 、 $\rho_{12}$  均为滚柱主曲率;  $\rho_{21}$ 、 $\rho_{22}$  均为丝杠主曲率;  $n$  为滚柱个数;  $z$  为单根滚柱螺纹牙数量;  $\alpha$  为牙型半角;  $\lambda$  为滚柱螺旋升角;  $R$  为滚柱圆弧半径, 其计算公式为<sup>[9][10]</sup>

$$R = \frac{d_r}{2\cos \alpha} \quad (10)$$

式中,  $d_r$  为滚柱中径。

### 1.2.2 方法 2: 基于滚动轴承的 PRSM 额定静载荷计算

通过大量实验, 滚动轴承的基本额定静载荷被定义为在接触中心处产生如下接触应力所对应的负载<sup>[19]</sup>: 对于调心球轴承, 为 4 600 MPa; 对于所有其他球轴承, 为 4 200 MPa; 对于所有滚子轴承, 为 4 000 MPa。方法 2 原理如图 4 所示。

由于 PRSM 与滚动轴承均属于滚动件, 所以, 可效仿滚动轴承的方法计算 PRSM 的额定静载荷。根据滚动轴承额定静载荷计算标准, 初选 PRSM 的参考 Hertz 接触应力为 4 200 MPa。

由式(2)可知, 当  $\sigma_{2\max} = 4 200$  MPa 时

$$F_{2\max} = nz\sigma_{2\max} \frac{2\pi}{3} ab \cos \alpha \cos \lambda \quad (11)$$

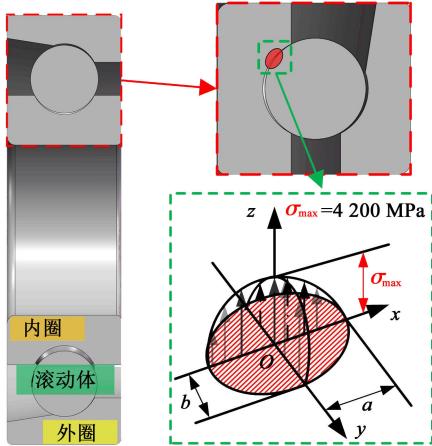


图4 方法2原理示意图

Fig. 4 Schematic diagram of method 2

### 1.2.3 方法3：基于屈服极限的PRSM额定静载荷计算

PRSM受力产生塑性变形时，丝杠侧变形大于螺母侧<sup>[13]81</sup>，因此，将PRSM接触区域的接触变形达到临界屈服塑性变形状态时的轴向载荷作为额定静载荷。

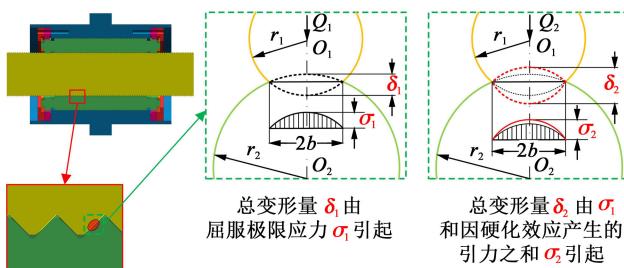
参考文献[9]<sup>[107]</sup>，达到屈服极限对应的最大Hertz接触应力为

$$\sigma_{3\max} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3} k_{st}} \quad (12)$$

式中， $\sigma_s$ 为材料的拉伸屈服极限； $k_{st}$ 为与 $b/a$ 相关的系数，其值根据文献[20]<sup>[115-120]</sup>可取0.30~0.33。

如图5(a)所示，定义在滚柱与丝杠接触处所产生的最大应力达到 $\sigma_{3\max}$ 时的轴向负载定义为PRSM额定静载荷，即

$$F_{3\max} = nz\sigma_{3\max} \frac{2\pi}{3} ab \cos \alpha \cos \lambda \quad (13)$$



(a) 方法3原理示意图 (b) 方法4原理示意图

图5 方法3与方法4原理示意图

Fig. 5 Schematic diagram of method 3 and 4

### 1.2.4 方法4：基于弹塑性线性强化模型的PRSM额定静载荷计算

PRSM受到外加轴向载荷时，丝杠、滚柱和螺母之间相互接触，产生应力并发生变形。当外加载荷不大时，接触区域的等效应力达不到材料的屈服极限，这时产生弹性变形；随着外加载荷加大到一定程度

度，等效应力超过屈服极限，接触区域发生塑性变形。根据线性应变-硬化弹塑性模型<sup>[10]3-6</sup>，如图5(b)所示，接触区域处的总法向力 $F_{\Sigma}$ 可分为基于理想化弹塑性模型的法向力 $F_{n1}$ 和由于硬化效应附加的法向力 $F_{nH}$ ，即

$$F_{\Sigma} = F_{n1} + F_{nH} \quad (14)$$

基于理想化弹塑性模型的法向力 $F_{n1}$ 可分为弹性和平性两个部分，即

$$F_{n1} = F_{nP} + F_{nE} \quad (15)$$

式中，接触区域发生弹性变形的法向力 $F_{nP}$ 计算公式为

$$F_{nP} = \frac{1}{2} k_p E' \delta_{EL}^{1/2} (\delta - \delta_{EL}) \quad (16)$$

接触区域发生塑性变形的法向力 $F_{nE}$ 计算方法与方法3一致，其公式为

$$F_{nE} = F_{3\max} / (nz \cos \alpha \cos \lambda) = \sigma_{3\max} \frac{2\pi}{3} ab \quad (17)$$

在塑性变形中，由于硬化效应而附加产生的法向力 $F_{nH}$ 的计算公式为

$$F_{nH} = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi m_a}{K(e)} \right)^{3/2} E'_H \left( \frac{1}{\sum \rho} \right)^{1/2} \delta_E^{3/2} \quad (18)$$

式中， $k_p$ 为塑性接触应变模量； $E'$ 为等效杨氏模量； $E'_H$ 为等效硬化弹性模量； $\delta$ 为接触区域受力后总变形量； $\delta_{EL}$ 为弹性极限变形量； $\delta_E$ 为塑性变形量。 $k_p$ 、 $E'$ 、 $E'_H$ 和 $\delta_{EL}$ 的计算公式分别为

$$k_p = \left( \frac{\pi m_a}{K(e)} \right)^{3/2} \left( \frac{1}{\sum \rho} \right)^{1/2} \quad (19)$$

$$\frac{2}{E'} = \frac{(1 - \mu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \mu_2^2)}{E_2} \quad (20)$$

$$\frac{2}{E'_H} = \frac{(1 - \mu_1^2)}{E_{H1}} + \frac{(1 - \mu_2^2)}{E_{H2}} \quad (21)$$

$$\delta_{EL} = \frac{4}{3} \frac{K(e)}{\pi m_a} \left( \frac{\pi m_a m_b}{E'} \right)^2 \frac{1}{\sum \rho} \left( \frac{\sigma_s}{k} \right)^2 \quad (22)$$

式中， $E_{H1}$ 、 $E_{H2}$ 分别为滚柱和丝杠的硬化弹性模量。

将滚柱在丝杠或螺母的接触表面压出直径为滚柱等效直径的0.01%永久塑性变形量时的轴向负载定义为额定静载荷，且塑性变形量 $\delta_E$ 可表达为

$$\delta_E = \frac{d_R}{\cos \alpha} \times 10^{-4} \quad (23)$$

则由式(14)~式(18)、式(23)可得基于弹塑性线性强化模型的PRSM额定静载荷的计算公式为

$$F_{4\max} = \left[ F_{nP} + \frac{1}{6} k_p \frac{d_R}{\cos \alpha} \times 10^{-4} (3E' \delta_{EL}^{1/2} + 2E'_H \sqrt{\frac{d_R}{\cos \beta}} \times 10^{-2}) \right] nz \cos \alpha \cos \lambda \quad (24)$$

## 2 PRSM 额定静载荷解析计算方法对比分析

本文中选取不同中径、螺距、牙型角和滚柱圆弧半径对上述4种PRSM额定静载荷计算方法进行对比分析。为了简化计算,忽略柱间均载与牙间均载对PRSM额定静载荷的影响,以丝杠与滚柱单颗牙的额定静载荷作为研究对象。

丝杠中径对单颗牙额定静载荷的影响规律如图6所示。可以看出,4种方法得到的额定静载荷均随丝杠中径增大而增大,这是由于丝杠中径与滚柱圆弧半径成线性正相关,即更大的中径可获得更大的接触面积,从而提高承载能力。

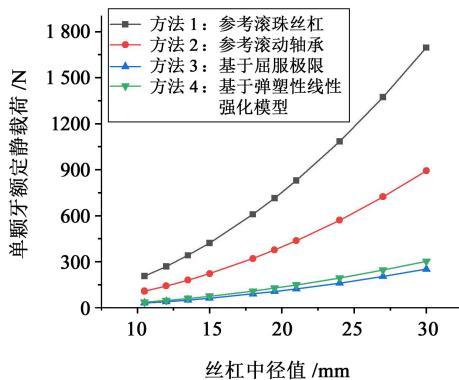


图6 丝杠中径对额定静载荷的影响

Fig. 6 Influence of pitch diameter of screw on rated static load

参考滚珠丝杠的额定静载荷计算方法得到的额定静载荷数值增长趋势随着中径的增大而愈发明显,随着丝杠中径从10 mm增加至30 mm,PRSM单颗牙额定静载荷从200 N增长到了1 700 N;参考滚动轴承额定静载荷计算方法得到的PRSM额定静载荷随丝杠中径增大而增加的趋势相对变缓;相对而言,基于屈服极限和弹塑性线性强化模型得到的PRSM额定静载荷随丝杠中径增大而增长的趋势不明显,且两者几乎呈线性增长关系。

此外,在同一丝杠中径下,方法1计算得到的额定静载荷最大,约为方法2的两倍,方法3和方法4的计算结果明显较小。这是由于4种计算方法判定额定静载荷的方式不同:方法1判定塑性极限变形量为滚动体直径的0.01%时的轴向力为额定静载荷,其值远大于其他3种方法;方法2基于大量轴承承载实验结果,以接触应力达到某值为判定标准,其值约为方法1的一半;而方法3只关注了弹性变形阶段的受力,未考虑塑性变形阶段,故其值远小于前两种方法;方法4以线性应变-硬化弹塑性模型为基础,不仅考虑了弹性变形阶段的受力,还关注了塑性变

形带来的硬化效应,其值略大于方法3,但该模型得出的值仍远小于方法1和方法2。

为了保证稳定的传动比和效率,PRSM滚柱通常采用圆弧齿廓,其圆弧半径值将会影响PRSM的承载。从图7中可以看出,随着滚柱圆弧半径的增大,上述4种方法计算得到的PRSM单颗牙承载能力逐渐提高。由式(8)可知,滚柱圆弧半径的增大将提高曲率半径,从而提高承载能力。上述4种计算方法得到的PRSM额定静载荷的值仍为方法1最大,约为方法2的两倍,方法3和方法4的计算结果明显较小。

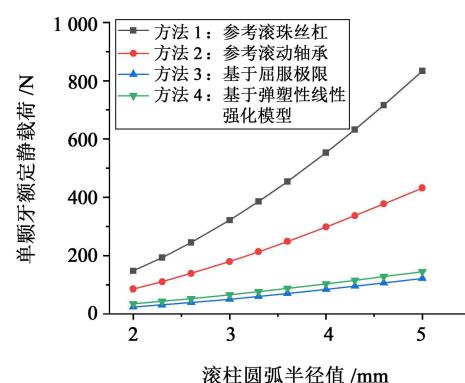


图7 滚柱圆弧半径对额定静载荷的影响

Fig. 7 Influence of roller arc radius on rated static load

从图8中可以看出,螺距越大,单颗牙承载能力均呈下降趋势,但下降幅度较弱。这是由于螺距直接影响丝杠、滚柱和螺母的螺纹升角,而PRSM额定静载荷是其接触面法向力在轴向的投影,螺距值越大,螺旋升角越大,其余弦值越小。从式(9)可知,螺旋升角越大,轴向分力越小。

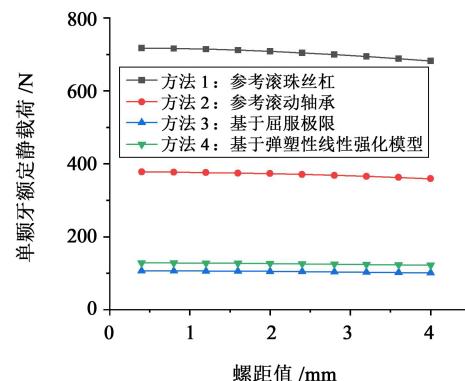


图8 螺距对额定静载荷的影响

Fig. 8 Influence of pitch on rated static load

从图9中可以看出,牙型角越大,单颗牙承载能力越小。这是由于螺纹部分的牙型角把接触部分的法向力转换为轴向力,牙型角越大,轴向分力越小。可根据实际情况减小牙型角来提高承载能力。

可以看出,随着丝杠中径和滚柱圆弧半径的增大,PRSM的额定静载荷有着显著的提高,这两个因

素的增大会增加接触面积，从而显著提高承载能力，这与文献[9]<sup>[10]</sup>中的结果一致；螺距和牙型半角的增大会使额定静载荷减小，不同的是，螺距的改变对其影响很小，但是牙型半角的改变带来的影响较为显著。所以，在满足螺纹牙强度的时候可以通过减小牙型角来提高PRSM的额定静载荷，这与文献[21]报道的结果基本相同。

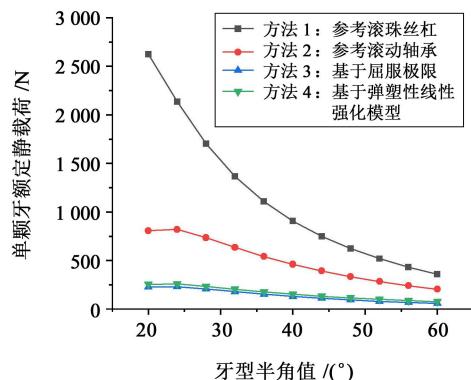


图9 牙型半角对额定静载荷的影响

Fig. 9 Influence of half angle of tooth profile on rated static load

### 3 PRSM 接触有限元数值模型

#### 3.1 有限元模型建立

为找出最适合PRSM额定静载荷的计算方法，通过建立有限元模型进行了对比验证。从图10(a)中可以看出，PRSM结构复杂，使用此模型进行有限元仿真分析对计算机的性能要求非常高，还会导致收敛困难。为节约计算时间和代价，假设PRSM受到轴向力时载荷在多根滚柱之间均匀分布，且在滚柱的多颗牙间也均匀分布；如图10(b)所示，对模型进行简化，只取一对螺纹牙接触副进行建模分析。根据文献[13]<sup>[8]</sup>，考虑行星滚柱丝杠的受力特点，即丝杠侧先于螺母侧发生失效，取丝杠侧的一对丝杠滚柱螺纹接触副进行建模，且切除远离接触区域螺纹部分。

PRSM的材料使用GCr15，其弹性模量为212 GPa，泊松比为0.29，屈服极限为1 617 MPa，塑性阶段的应力应变曲线如图10(c)所示<sup>[22][9]</sup>。在网格划分时，为进一步减少计算时间和成本，对模型丝杠与滚柱的螺纹牙接触点处的扇形区域进行网格细化(单元类型：C3D8R)，其他区域的网格划分可以略粗。以D20款PRSM为例，划分后滚柱网格单元总数为173 068个，丝杠网格单元总数为215 712个。PRSM接触有限元模型边界条件如图10(d)所示，滚柱的6个自由度全部约束，丝杠除轴向移动自由度不做约束，其余5个自由度也全部约束。对丝杠轴向加载，本文中采用的4款标准型PRSM的轴向载荷大小，通过迭代最终分别取值为116.5 N、335 N、916 N和1 635 N。

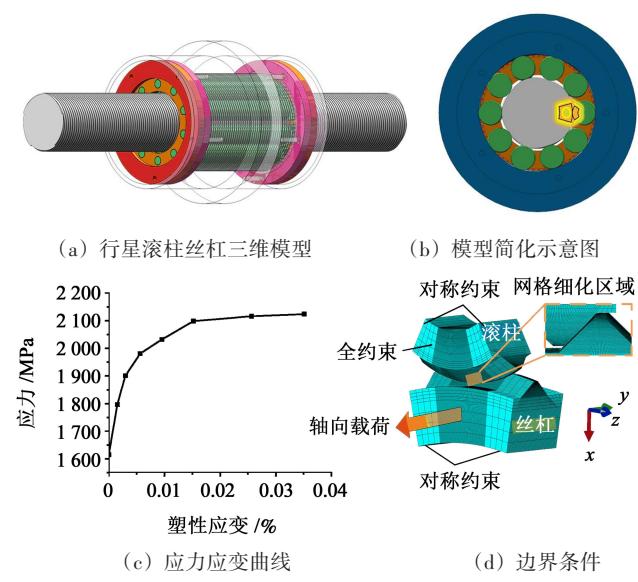


Fig. 10 Finite element model of PRSM

#### 3.2 有限元模型的正确性验证

为验证所建有限元模型的正确性，以表2所示D20型号为例，提取弹性阶段的接触应力和变形与Hertz接触解析解进行对比。

接触应力与轴向接触变形如图11所示。从图11中可以看出，随着轴向力的增加，二者所得接触应力与轴向接触变形都随之增大，且二者所得数据较为接近，接触应力的数据误差不超过5%，轴向接触变形的数据误差不超过8%，可以证明有限元模型的正确性。

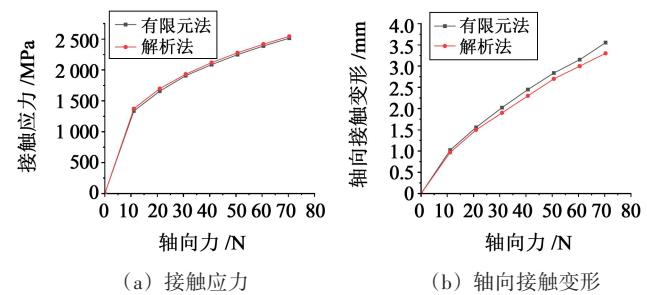


Fig. 11 Comparison of contact stress and axial contact deformation

### 4 结果与讨论

分别通过有限元模型和4种方法计算如表1所示的4款PRSM模型。为了保证PRSM额定静载荷计算方法的普适性，把中径与螺距的取值范围扩大，4款模型的丝杠中径取值分别为10.5 mm、19.5 mm、30 mm和39 mm，螺距取值分别为0.8 mm、1 mm、2 mm和3 mm，牙型半角为45°标准值不变，滚柱圆弧直径可由式(10)计算而来。

表1 4款PRSM模型的几何参数

Tab. 1 Geometric parameters of four PRSM models

型号	D10	D20	D30	D40
丝杠中径/mm	10.5	19.5	30.0	39.0
滚柱中径/mm	3.5	6.5	10	13.0
螺距/mm	0.8	1.0	2.0	3.0
牙型半角/(°)	45	45	45	45
滚柱圆弧直径/mm	4.9497	9.1923	14.1421	18.3848

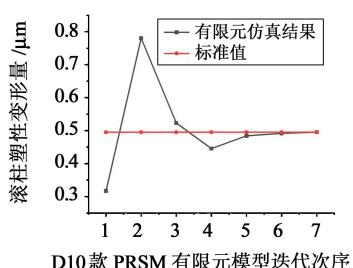
在有限元模型中, 以卸载后滚柱塑性变形量的值是否达到滚柱圆弧直径的0.01%作为是否达到额定静载荷的判断条件。轴向载荷的值如表2所示, 若不满足判断条件, 则改变轴向载荷直至满足, 此时所施加的轴向载荷即定义为额定静载荷。

表2 轴向载荷大小

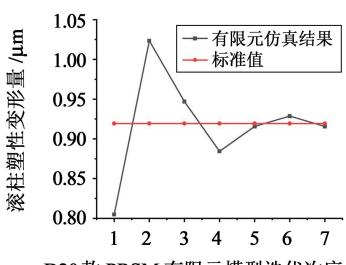
Tab. 2 Magnitude of the axial loads

载荷大小	D10	D20	D30	D40
第1次仿真	92	317	748	1262
第2次仿真	150	360	800	1400
第3次仿真	120	340	890	1500
第4次仿真	110	330	905	1600
第5次仿真	115	335	920	1650
第6次仿真	116	336	915	1630
第7次仿真	117	335	916	1635

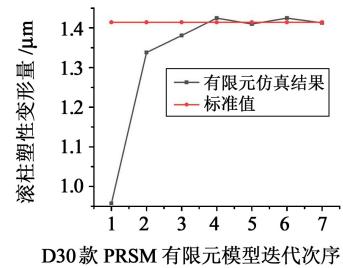
如图12所示, 4款PRSM模型的轴向载荷初始值均是基于参考滚动轴承额定静载荷计算方法所得值而定, 通过迭代计算, 增加或减少轴向载荷的值, 使卸载后滚柱塑性变形量尽可能接近滚柱圆弧直径的0.01%。



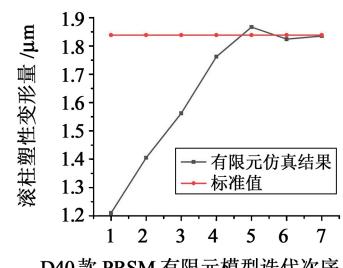
(a) D10款PRSM滚柱塑性变形量



(b) D20款PRSM滚柱塑性变形量



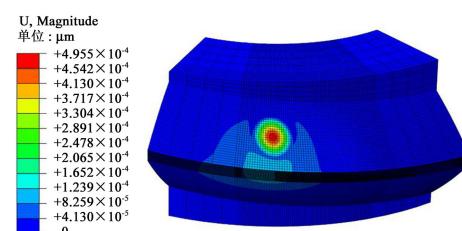
(c) D30款PRSM滚柱塑性变形量



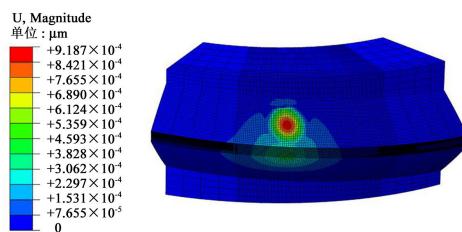
(d) D40款PRSM滚柱塑性变形量

图12 4款PRSM滚柱塑性变形量迭代变化图  
Fig. 12 Iterative variation diagram of plastic deformation of four PRSM rollers

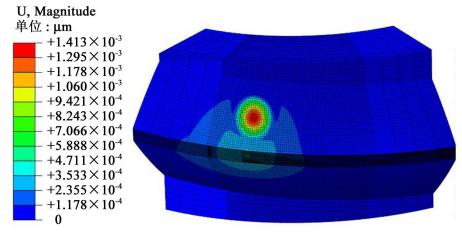
图13所示为4款PRSM模型经过7次迭代后滚柱的变形云图。4款型号的PRSM滚柱总变形量分别为0.4955 μm、0.9156 μm、1.413 μm和1.835 μm, 滚柱理论变形量分别为0.49497 μm、0.91923 μm、1.41421 μm和1.83848 μm, 变形量相差分别为0.107%、0.395%、0.086%和0.189%。可以认为在该变形量下的轴向载荷为额定静载荷。



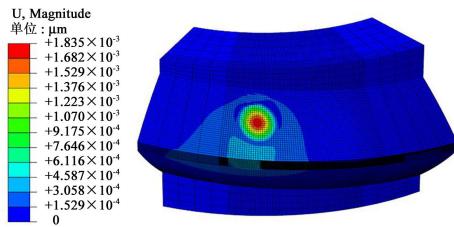
(a) D10款PRSM滚柱变形云图



(b) D20款PRSM滚柱变形云图



(c) D30款PRSM滚柱变形云图



(d) D40款PRSM滚柱变形云图

图13 滚柱塑性变形量

Fig. 13 Plastic deformation of rollers

额定静载荷对比如图14所示。可以看出，方法1得到的额定静载荷数值约为有限元结果的1.8倍，远大于有限元结果，方法3和方法4得到的PRSM额定静载荷数值则远小于有限元结果，仅方法2的值与有限元结果最为接近。这是由于方法1的计算方法从公式上就未考虑滚动体直径与滚动体中心圆直径比值的影响，故而导致结果过大。而方法2的接触应力参考值通过大量的实验总结而来，仅与外加载荷、轴承内部几何参数和轴承材料的弹性常数有关，而与热处理组织和表面残余应力等因素无关，故而结果与实际值吻合较好。

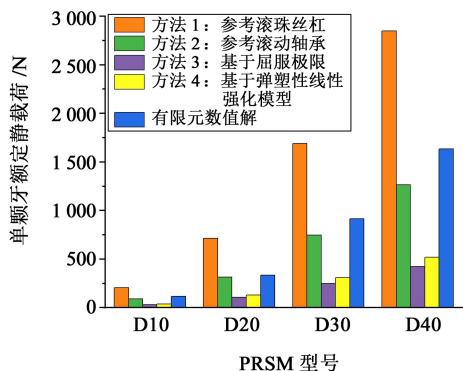


图14 额定静载荷对比

Fig. 14 Comparison of rated static loads

4款型号下，方法2与有限元的相对差值分别为21.50%、5.61%、18.36%和22.66%，相对误差平均值为17.03%；而方法1、方法3和方法4与有限元的相对误差平均值分别为87.27%、72.21%和65.95%。方法2的相对误差平均值远小于其他3种方法；因此，以方法2作为PRSM的额定静载荷计算方法最为可靠。

同时，从图14中可以看出，当丝杠中径较大时，方法2以4 200 MPa的Hertz接触应力得到的额定静载荷与有限元结果偏差稍大。因此，为了进一步提升计算准确度，对接触应力进行修正。如图15所示，经过计算，以Hertz接触应力为4 400 MPa作为评判依据时，方法2与有限元的相对误差分别为9.70%、8.50%、6.10%和11.29%，相对误差平均值降至8.90%，进一步提升了准确度。

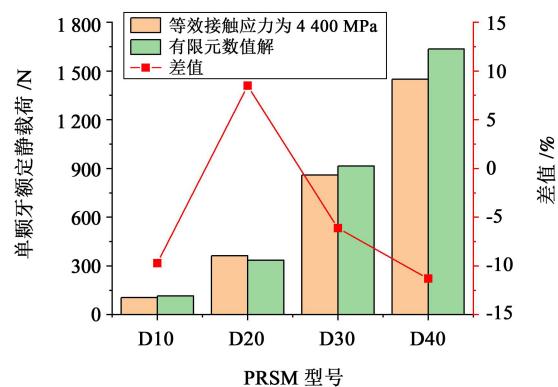


图15 改进方法与有限元结果对比

Fig. 15 Comparison between improved methods and finite element results

## 5 结论

针对行星滚柱丝杠额定静载荷计算问题，通过建立弹塑性接触有限元分析模型与现有4种额定静载荷计算方法进行对比，分析了不同参数对PRSM额定静载荷的影响规律，并在此基础上提出了一种基于滚动轴承改进的行星滚柱丝杠副额定静载荷计算方法，提升了其计算准确性。得到的主要结论如下：

(1) 现有的4种PRSM额定静载荷计算结果对比表明，在相同结构和参数下，参考滚珠丝杠标准的计算结果最大，约为参考滚动轴承计算所得额定静载荷的2倍，基于屈服极限和弹塑性线性强化模型所得的结果相近且明显较小。

(2) 现有的4种PRSM额定静载荷计算方法与有限元结果对比分析表明，基于滚动轴承的额定静载荷计算结果与有限元计算结果吻合较好。因此，推荐工程实际中参照滚动轴承额定静载荷计算方法对PRSM额定静载荷进行计算，且通过改进后，以Hertz接触应力达到4 400 MPa作为评判依据时，相对误差平均值从17.03%降至8.90%，计算精度进一步提高。

(3) PRSM的额定静载荷随丝杠中径和滚柱圆弧半径的增大而显著提高，随牙型角的增大而降低，螺距的改变对承载能力影响较小。

## 参 考 文 献

- [1] 刘更,马尚君,佟瑞庭,等.行星滚柱丝杠副的新发展及关键技术[J].机械传动,2012,36(5):103-108.  
LIU Geng, MA Shangjun, TONG Ruiting, et al. New development and key technology of planetary roller screw [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2012, 36(5):103-108.
- [2] VELINSKY S A, CHU B, LASKY T A. Kinematics and efficiency analysis of the planetary roller screw mechanism [J]. Journal of Me-

- chanical Design, 2009, 131(1):1–8.
- [3] 杨保哲. 行星滚柱丝杠副均载特性及平稳性的分析与研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2012: 40–43.  
YANG Baozhe. The analysis and research of load sharing and stationarity for planetary roller screw [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2012: 40–43.
- [4] 罗相银. 高过载工况下滚珠丝杠副的极限承载能力及伺服加载试验台的研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2013: 32–42.  
LUO Xiangyin. Research on ultimate bearing capacity of ball screw and servo loading test bench under high over-load condition [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2013: 32–42.
- [5] 张陈灵. 高承载工况下滚珠丝杠副的接触变形与刚度分析[D]. 南京: 南京理工大学, 2013: 18–32.  
ZHANG Chenling. Analysis of contact deformation and stiffness of ball screw under high load condition [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2013: 18–32.
- [6] 王晓艺, 周长光, 钱超群, 等. 滚动直线导轨副额定静载荷算法修正及测定[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(10): 147–155.  
WANG Xiaoyi, ZHOU Changguang, QIAN Chaoqun, et al. Algorithm modification and measurement of basic static load rating of rolling linear guideway pair [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(10): 147–155.
- [7] 崔高尚. 差动式行星滚柱丝杠副接触特性及承载能力的分析与研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2016: 48–50.  
CUI Gaoshang. Analysis and research on contact characteristics and bearing capacity of differential planetary roller screw [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2016: 48–50.
- [8] ZHENG S C, FU Y L, WANG D Y, et al. A novel planetary thread roller bearing: Design and analysis of load characteristic [J]. Journal of Mechanical Design, 2020, 143(6): 1–8.
- [9] 姚琴, 吴立言, 刘更, 等. 行星滚柱丝杠副弹塑性接触分析[J]. 机械传动, 2016, 40(11): 106–110.  
YAO Qin, WU Liyan, LIU Geng, et al. Elastic-plastic contact analysis of the planetary roller screw mechanism [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2016, 40(11): 106–110.
- [10] KIM N S, KIM K, JONG S. Contact analysis and static load carrying capacity of planetary roller screw mechanism [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2020: 1–10.
- [11] ZHANG X C, LIU G, MA S J, et al. Study on axial contact deformation of planetary roller screw [J]. Applied Mechanics & Materials, 2012, 155–156, 779–783.
- [12] RYS J, LISOWSKI F. The computational model of the load distribution between elements in a planetary roller screw [J]. Journal of Theoretical & Applied Mechanics, 2014, 52(3): 699–705.
- [13] 马尚君, 刘更, 佟瑞庭, 等. 行星滚柱丝杠副轴向弹性变形的有限元分析[J]. 机械传动, 2012, 36(7): 78–82.  
MA Shangjun, LIU Geng, TONG Ruiting, et al. Finite element analysis of axial elastic deformation for planetary roller screw [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2012, 36(7): 78–82.
- [14] LIN M C. Design and mechanics of the ball screw mechanism [D]. Madison: University of Wisconsin-Madison, 1989: 23–26.
- [15] HERTZ H. On the contact of elastic solids [J]. Reineandangew, 1881, 92(156): 56–70.
- [16] 全国金属切削机床标准化技术委员会. 滚珠丝杠副 第5部分 轴向额定静载荷和动载荷及使用寿命: GB/T 17587.5—2008[S]. 北京: 中国标准出版社, 2008: 9.  
National Technical Committee for Standardization of Metal Cutting Machine Tools. Ball screw-part 5: static and dynamic load ratings and operational life: GB/T 17587.5—2008 [S]. Beijing: Standards Press of China, 2008: 9.
- [17] 范大义. 基于行星滚柱丝杠的机器人精密减速器的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014: 44–46.  
FAN Dayi. Research on a robot precise reducer based on planetary roller screw [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014: 44–46.
- [18] 程光仁. 滚珠螺旋传动设计基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987: 105–125.  
CHENG Guangren. Design basis of ball screw transmission [M]. Beijing: China Machine Press, 1987: 105–125.
- [19] 全国滚动轴承标准化技术委员会. 滚动轴承 额定静载荷: GB/T 4662—2012[S]. 北京: 中国标准出版社, 2013: 11.  
National Technical Committee for Standardization of Rolling Bearing. Rolling bearings—static load ratings: GB/T 4662—2012 [S]. Beijing: Standards Press of China, 2013: 11.
- [20] HARRIS T A, KOTZALAS M N. Rolling bearing analysis [M]. 5th ed. New York: Taylor & Francis Group, LLC, 2007: 115–120.
- [21] 佟瑞庭, 刘更, 史佑民, 等. 螺纹牙型角对行星滚柱丝杠副接触特性影响研究[J]. 机械设计, 2016, 33(5): 31–34.  
TONG Ruiting, LIU Geng, SHI Youmin, et al. Studies on the effect of the thread vertex on the contact characteristics of planetary roller screw mechanism [J]. Journal of Mechanical Design, 2016, 33(5): 31–34.
- [22] 赵国平, 范元勋, 张立柱, 等. 高负荷滚珠丝杠副弹塑性变形与失效的理论与试验研究[J]. 南京理工大学学报, 2016, 40(1): 89–96.  
ZHAO Guoping, FAN Yuanxun, ZHANG Lizhu, et al. Theoretical and experimental research of plastoelastic deformation and failure of ball screw under high load condition [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2016, 40(1): 89–96.

收稿日期: 2021-11-11

基金项目: 国家重点研发计划项目(2020YFB2008200)

作者简介: 康新泓(1997—),男,山东泰安人,硕士; 主要研究方向为行星滚柱丝杠副精密磨削技术。

通信作者: 魏沛堂(1984—),男,山东临沂人,副教授,博士生导师; 主要研究方向为高性能齿轮抗疲劳设计制造。