

# 行星滚柱丝杠副载荷分布及刚度计算

杨家军<sup>1</sup> 韦振兴<sup>1</sup> 朱继生<sup>2</sup> 杜 伟<sup>2</sup>

(1 华中科技大学机械科学与工程学院, 湖北 武汉 430074;

2 山东博特精工股份有限公司, 山东 济宁 272071)

**摘要** 针对以往行星滚柱丝杠副刚度计算结果精度不足的问题,依据赫兹弹性接触理论,以滚柱为研究对象,对3种变形分别进行理论分析和计算:螺纹和滚柱之间的点接触螺纹槽的赫兹接触变形;丝杠和螺母分别与滚柱接触时的轴向变形;丝杠和螺母分别与滚柱接触时螺牙的变形.在分析行星滚柱丝杠副载荷分布规律的基础上,建立新的刚度数学模型.利用Matlab软件编写计算程序,得出行星滚柱丝杠副的轴向刚度曲线,并通过与试验数据进行对比,验证了该模型的正确性.

**关键词** 行星滚柱丝杠;轴向刚度;载荷分布规律;赫兹接触理论;螺牙变形

**中图分类号** TH132.1 **文献标志码** A **文章编号** 1671-4512(2011)04-0001-04

## Calculation of load distribution of planetary roller screws and static rigidity

Yang Jiajun<sup>1</sup> Wei Zhenxing<sup>1</sup> Zhu Jisheng<sup>2</sup> Du Wei<sup>2</sup>

(1 School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China; 2 Shandong BEST Precision Co. Ltd., Jining 272071, Shandong China)

**Abstract** According to the Hertz theory of elastic contact, taking the roller as the object, the three types of the deformations were analyzed and calculated theoretically, including roller screw and the point contact between the thread groove of the Hertz deformation; roller screw and nut in contact with axial deformation; screw and nut, respectively, with the roller contacts deformation when thread. A mathematical model and analysis of the load distribution law and axial static rigidity for the planetary roller screw were put forwarded and programmed by the Matlab software, and the rigidity curve of the planetary roller screw was obtained. Compared with the test data, the accuracy of the calculation method and results were verified.

**Key words** planetary roller screw; axial static rigidity; load distribution law; Hertz theory of elastic contact; screw tooth deformation

行星滚柱丝杠副由于其摩擦小、效率高、寿命长、承载能力大,因而特别适用于高速重载下的往复直线传动.刚度是行星滚柱丝杠副的主要性能指标之一,刚度不足将影响行星滚柱丝杠副精度及抗震性能,甚至会引起其失效,因此必须保证足够的整体刚度.已有的刚度计算模型是建立在把滚柱分解为多个单独滚珠的基础上,这样会造成较大的误差.本文将滚柱作为一个整体来研究,针对行星滚柱丝杠副的轴向静刚度建立数学模型.行星滚柱丝杠副的轴向总静刚度主要包含丝杠的

轴向刚度和组件的轴向刚度.组件的轴向弹性变形<sup>[1-2]</sup>主要考虑如下3种情况:**a.** 螺纹和滚柱之间的点接触螺纹槽的赫兹变形;**b.** 丝杠和螺母分别与滚柱接触时的轴向变形;**c.** 丝杠和螺母分别与滚柱接触时螺牙的变形.本文主要针对以上3种变形分别进行理论分析和计算.

## 1 赫兹变形

赫兹理论适用于计算两物体发生弹性接触变

**收稿日期** 2010-09-14.

**作者简介** 杨家军(1953-),男,教授, E-mail: yjllar@sina.com.

形时的应力应变问题,行星滚柱丝杠副中螺母与滚柱、丝杠与滚柱的接触就属于这种情况,因此采用赫兹弹性理论作为计算行星滚柱丝杠副轴向静刚度的理论基础。

根据赫兹理论<sup>[3]</sup>,接触面的弹性变量

$$\delta = \frac{2K(e)}{\pi m_a} \left\{ \left[ 1.5 \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right) \right]^2 Q^2 \frac{\Sigma \rho}{8} \right\}^{1/3}, \quad (1)$$

式中: $\mu_1, \mu_2$  和  $E_1, E_2$  分别为 2 个接触物体材料的泊松比和弹性模量; $K(e)$  为椭圆的第一类积分; $Q$  为接触载荷; $m_a = \{2L(e)/[\pi(1-e^2)]\}^{1/3}$ ,  $L(e)$  为椭圆的第二类积分,  $e = [1 - (b/a)^2]^{1/2}$ ,  $a$  和  $b$  分别为接触椭圆的长半轴和短半轴长度; $\Sigma \rho$  为接触物体的主曲率和。

丝杠与滚柱接触时,其第一、二主曲率<sup>[4]</sup>分别为

$$\begin{cases} \rho_{11} = \rho_{12} = 1/R; \rho_{21} = 0; \\ \rho_{22} = 2\cos \alpha / (d_m - 2R\cos \alpha), \end{cases} \quad (2)$$

式中: $R$  为滚球等效半径; $d_m$  为两滚柱中心距; $\alpha$  为丝杠与滚柱、螺母与滚柱的接触角。

螺母与滚柱接触时,其第一、二主曲率分别为:

$$\begin{cases} \rho_{11} = \rho_{12} = 1/R; \rho_{21} = 0; \\ \rho_{22} = -2\cos \alpha / (d_m + 2R\cos \alpha). \end{cases} \quad (3)$$

主曲率函数

$$F(\rho) = |(\rho_{11} - \rho_{12}) + (\rho_{11} - \rho_{12})| / \Sigma \rho. \quad (4)$$

式中  $\Sigma \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}$ 。

将式(2)和(3)代入式(4)可求出  $F(\rho)$ , 然后将求得的  $F(\rho)$  代入下式即可求得  $e$  值,

$$F(\rho) = \frac{(2-e^2)L(e) - 2(1-e^2)K(e)}{e^2 L(e)}.$$

对于丝杠公称直径为 30 mm, 头数为 5 的行星滚柱丝杠, 螺母与滚柱的接触面参数  $a_n, b_n, \delta_n$  及丝杠与滚柱的接触面参数  $a_s, b_s, \delta_s$  与  $Q$  的关系如图 1 所示。根据文献<sup>[3]</sup>可知计算数据精度满

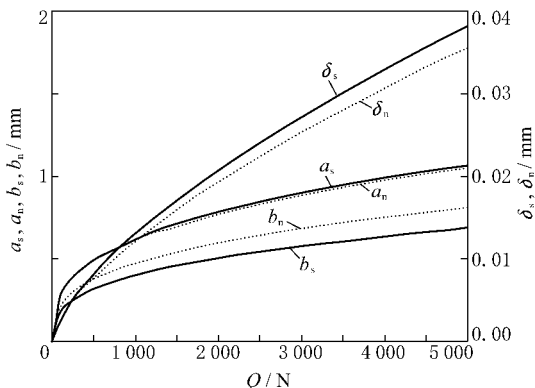


图 1  $a_s, a_n, b_s, b_n, \delta_s, \delta_n$  与  $Q$  的关系

足要求。

由式(1)可得,丝杠、螺母与滚柱接触时的赫兹弹性变形量分别为

$$\delta_{sN} = C_s F_N^{2/3}; \quad \delta_{nN} = C_n F_N^{2/3}, \quad (5)$$

式中: $C_s$  为丝杠的接触刚度; $C_n$  为螺母的接触刚度; $F_N$  为在第  $N$  个螺纹啮合处所施加的载荷。

## 2 轴向变形

根据行星滚柱丝杠副组件受到的载荷情况<sup>[5]</sup>,将滚柱当作圆柱处理,以半个节距为标定长度,则其轴向变形为

$$\Delta l = FS / (2A_0 E),$$

式中: $F$  为当量轴向载荷; $A_0$  为有效接触面积; $S$  为滚柱的节距长度; $E$  为当量弹性模量。

设  $A_s$  和  $d_s$  分别为丝杠的有效接触面积和有效直径; $A_n, d_0$  和  $d_n$  分别为螺母的有效接触面积、外径和有效直径,则:

$$A_s = \pi d_s^2 / 4; \quad A_n = \pi (d_0^2 - d_n^2) / 4.$$

由于滚柱每半个节距中,其受力大小、方向相同,截面为球的一部分,因此可将接触面简化为钢球,从而得出每半个节距之内的受力分布情况。

设丝杠受到的轴向拉伸量为  $\beta_{N-1,N}$ , 螺母受到的轴向压缩量为  $\mu_{N-1,N}$ , 则

$$\beta_{N-1,N} = \frac{F_s S}{EA_s}; \quad \mu_{N-1,N} = \frac{F_n S}{EA_n}, \quad (6)$$

式中: $F_s$  为丝杆受到的载荷; $F_n$  为螺母受到的载荷。

以滚柱为研究对象,在半个节距中,接触点受到丝杠传递的力的分解<sup>[6-7]</sup>如图 2 所示,滚柱与螺母间的受力与其相似。

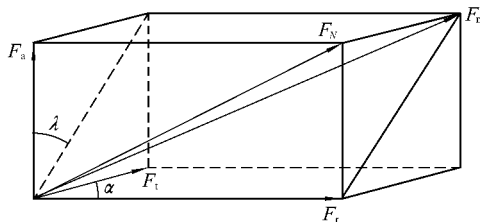


图 2 滚柱接触点受丝杠传递的力的分解图  
第  $N-1$  到  $N$  节,滚柱受到丝杠传递的力为

$$F_{sN} = T - [M(F_1 + F_2 + \dots + F_{N-1}) \sin \alpha \cos \lambda] / 2, \quad (7)$$

第  $N-1$  到  $N$  节,滚柱受到螺母传递的力为

$$F_{nN} = T - [M(F_1 + F_2 + \dots + F_{N-1}) \sin \alpha \cos \lambda] / 2, \quad (8)$$

式中: $M$  为滚柱的个数; $\lambda$  为滚柱的导程角; $T$  为合力,  $T = M(\sum_{i=1}^N F_i) \sin \alpha \cos (\lambda/2)$ ,  $\tau$  为滚柱的总

螺纹数.

由式(6)~(8)可得

$$\beta_{N-1,N} + \mu_{N-1,N} = \frac{MS(A_s + A_n)}{4EA_sA_n} \cdot \sum_{j=N}^{\tau} F_j \sin \alpha \cos \lambda. \tag{9}$$

3 赫兹接触变形与轴向变形的关系

由于在第  $N-1$  到  $N$  个螺纹之间,行星滚柱丝杠副受到丝杠及螺母对滚柱的轴向拉力及压力作用,因此其相对应的丝杠伸长量及螺母的压缩量与在  $N-1$  与  $N$  处的赫兹变形量的轴向分量之差相同. 则

$$\begin{cases} \beta_{N-1,N} = (\delta_{sN-1} - \delta_{sN})/(\sin \alpha \cos \lambda); \\ \mu_{N-1,N} = (\delta_{nN-1} - \delta_{nN})/(\sin \alpha \cos \lambda), \end{cases} \tag{10}$$

可得

$$\delta_{sN} + \delta_{nN} = \delta_{sN-1} + \delta_{nN-1} - (\beta_{N-1,N} + \mu_{N-1,N}) \sin \alpha \cos \lambda. \tag{11}$$

由式(9)~(11)可得到载荷的迭代公式,即

$$F_{N-1}^{2/3} = F_N^{2/3} + \frac{MS(A_s + A_n)}{4EA_sA_n(C_s + C_n)} \cdot \sum_{j=N}^{\tau} F_j \sin^2 \alpha \cos^2 \lambda. \tag{12}$$

利用 Matlab 进行求解,当行星滚柱丝杠副的滚柱受到丝杠和螺母传递的轴向力为 5 000 N 时,滚柱螺纹上的载荷分布如图 3 所示,图中: $m$  为螺纹数; $F_1$  为第 1 节滚柱螺纹上的载荷; $F_{\tau}$  为第  $\tau$  节滚柱螺纹上的载荷.

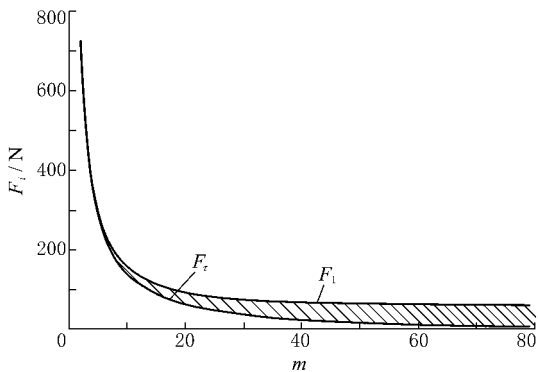


图 3 滚柱螺纹上的载荷分布

由图 3 可得以下几点. **a.** 当外加载荷一定时,随着滚柱上螺纹个数的增加,每个螺纹上所承受的力逐渐减少,可以通过增加螺纹数来提高整体刚度;但是随着螺纹个数的增加,产生的磨损就会加剧,从而导致整体效率降低,因此选择合适的螺纹数对行星滚柱丝杠副的刚性及效率均有着很重要的影响<sup>[8]</sup>. **b.** 当外加载荷和螺纹数确定时,

每节螺纹所受到的力大小不同,施力端(第 1 节螺纹处)受力最大,因而在此处的变形量最大,最可能引起失效;而另一端受力最小,变形量相对最小. 因此将施力端的变形量作为轴向变形量( $\Delta_1$ )的判定标准. 而  $\Delta_1$  由丝杠相对于滚柱的轴向变形量( $\Delta_s$ )和螺母相对于滚柱的变形量( $\Delta_n$ )组成.

结合式(5)和(12),可得该处螺母相对于丝杠的轴向变形量为

$$\Delta_1 = \Delta_s + \Delta_n = \frac{(C_s + C_n)F_1^{2/3}}{\sin \alpha \cos \lambda}. \tag{13}$$

4 螺牙变形和轴向静刚度计算模型及验证

行星滚柱丝杠副的螺牙变形( $\Delta_2$ )是指螺纹牙在受到弯矩、剪切、根部倾斜、根部剪切、丝杠径向收缩、螺母径向扩大等因素<sup>[9-10]</sup>时所产生的变形,此变形量与载荷呈线性关系,有

$$\Delta_2 = (D_s + D_n)F_1,$$

式中  $D_s$  和  $D_n$  分别为丝杠与滚柱、螺纹与滚柱间的接触刚度.

行星滚柱丝杠总的轴向变形是由轴向变形量  $\Delta_1$  和螺牙变形  $\Delta_2$  所综合的结果,因此结合式(12)和(13),有

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = (C_s + C_n)F_1^{2/3}/(\sin \alpha \cos \lambda) + (D_s + D_n)F_1.$$

根据上述的模型,采用牛顿迭代法,用 Matlab 软件,对丝杠公称直径为 30 mm,头数为 5,导程为 10 mm,螺母外径为 50 mm,滚柱个数为 9,接触角为  $45^\circ$  的行星滚柱丝杠副的轴向静刚度进行了计算,得出其静刚度曲线,并通过与试验数据<sup>[10]</sup>相对比,可得到如图 4 所示的曲线图.

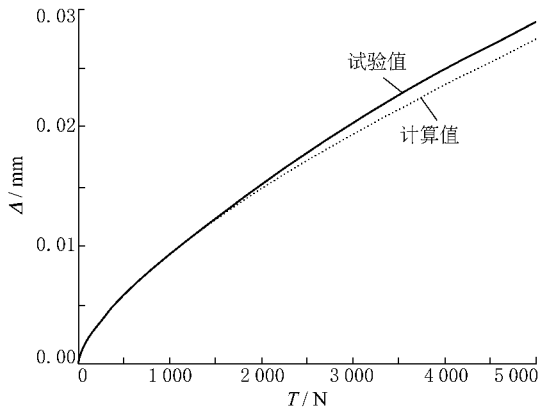


图 4 端部的轴向静刚度曲线图

从图 4 可知:当载荷增大时,行星滚柱丝杠副的变形在增大;在没有添加预紧力的情况下,当所加的工作载荷低于 700 N 时,由于滚柱和丝杠、滚柱和螺母的接触点较少,因此产生的变形量增

加较快;但是在载荷大于 2 500 N 之后,变形量增加的趋势就明显地减缓.实际中可通过施加适当地预紧力,从而适当的提高整体刚度.

参 考 文 献

[1] 孙健利,靳谦忠.行星式滚柱丝杠副的静刚度研究[J].湖北工学院学报,1993,8(2):24-29.  
[2] 靳谦忠,杨家军.滚珠丝杠副和行星式滚柱丝杠副静刚度的比较研究[J].机械科学与技术,1999,18(2):230-232.  
[3] 万长森.滚动轴承的分析方法[M].北京:机械工业出版社,1987:20-55.  
[4] 靳谦忠,杨家军.行星式滚柱丝杠副的运动特性及参数选择[J].制造技术与机床,1998(5):13-15.  
[5] Lemor P C. The roller screw: an efficient and reliable mechanical component of electro-mechanical actuators[J]. IECEC 96 Proceedings of the 31st Intersociety,

1996, 1: 215-220.  
[6] Velinsky S A. Kinematics and efficiency analysis of the planetary roller screw mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(1): 1-8.  
[7] Tselishchev A S, Zharov I S. Elastic elements in roller screw mechanisms[J]. Journal of Russian Engineering Research, 2008, 28(11): 1040-1043.  
[8] Hojjat Y, Agheli M M. A comprehensive study on capabilities and limitations of roller-screw with emphasis on slip tendency[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44: 1887-1899.  
[9] 山本晃.螺纹连接的理论与计算[M].郭可谦,高素娟,译.上海:上海科学技术文献出版社,1984:50-120.  
[10] 王兆坦,刘宪银,满海彬,等.高速精密滚珠丝杠副性能试验简介[J].世界制造技术与装备市场,2006,6:75-78.

澳大利亚南澳大学代表团访问我校

3月18日,澳大利亚南澳大学主管国际事务副校长 Nigel Relph,主管信息技术、工程与环境学部副校长 Andrew Parfitt 等一行4人来我校访问.副校长骆清铭教授会见了代表团.

骆清铭介绍了我校的历史沿革、优势学科、研究成果、科技转化及对澳合作与交流情况. Relph 简要介绍了南澳大学的发展情况、学校特色及学校声誉,并强调南澳大学重视与国际知名院校的合作. Parfitt 也提出希望加强合作、优势互补,进一步探讨合作模式. 双方表示,今后两校可在优势学科领域内逐步开展联合培养项目. 土木学院、建规学院及国际交流处有关人员出席了座谈.

代表团还访问了土木学院,并与学院相关人员进行了友好会谈. 土木学院党总支书记吴涛回顾了王晓鸣教授与南澳大学 Patrick James 教授之间卓有成效的合作,其合作的课题成果入选“十一五”国家重大科技成就展,已取得了显著经济、环境和社会综合效益. 代表团观看了“湖北堰河村建设与示范”专题片,了解了合作进展与成效. 代表团希望抓住契机,充分利用两校的优势,扩大合作,并探讨了联合培养博士生项目及定期召开视频会议等具体合作事宜. 土木学院副院长郑俊杰、王晓鸣教授等参加了座谈.

据了解,南澳大学(University of South Australia)是南澳州最大的大学,也是澳大利亚最大的大学之一. 根据2010年泰晤士高等教育世界大学排名,南澳大学在澳洲排名中居第17位,全球排名第295位.