

学校代码	10699
分类号	TH132
密 级	
学 号	2013100070



西北工业大学  
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

# 博士学位论文

题目 行星滚柱丝杠副啮合与运动特性  
的理论及实验研究

作者 付晓军

学科、专业 机械设计及理论

指导教师 刘更

申请学位日期 2018 年 06 月

西北工业大学

博士学位论文

(学位研究生)

题目：行星滚柱丝杠副啮合与运动特性  
的理论及实验研究

作者：付晓军

学科专业：机械设计及理论

指导教师：刘更教授

2018 年 06 月

**Theoretical and Experimental Research on the Meshing and  
Motion Properties of Planetary Roller Screw Mechanism**

**By  
Fu Xiao-jun**

**Under the Supervision of Professor  
Liu Geng**

A Dissertation Submitted to  
Northwestern Polytechnical University

In partial fulfillment of the requirement  
For the degree of  
Doctor of **Machine Design and Theory**

Xi'an, P. R. China

June 2018

## 摘要

随着装备自动化和智能化的发展以及功率电传在各工业领域应用的不断深入,机电伺服作动系统正向着高功率、高集成度、高精度和高可靠性方向发展。作为一种将旋转运动转化为直线运动的传动机构,行星滚柱丝杠副(Planetary Roller Screw Mechanism, PRSM)由于承载力高、刚性强、寿命长、动态性能良好和安装及维护方便等优点,越来越成为机电伺服作动系统中的关键部件,具有广阔的应用前景。然而,国内外对 PRSM 的研究尚不深入,制约着 PRSM 的广泛应用和发展。为此,本文从螺旋曲面啮合原理出发,充分考虑 PRSM 多点、多副和多体特征,对 PRSM 的啮合和运动特性开展了系统深入的研究,这不仅为进一步准确分析 PRSM 承载、刚度、润滑、磨损和寿命等性能奠定良好基础,而且对于研制高性能 PRSM、促进 PRSM 在航空航天、船舶、石化、智能装备等领域的应用具有重要的理论意义和工程应用价值。

本文将基于螺旋曲线的 PRSM 解析啮合模型发展成为基于螺旋曲面的解析啮合模型,并进一步建立了考虑牙型误差、螺纹分头误差和零件偏斜的 PRSM 啮合模型,提出了包含偏心误差、位置误差和螺纹分头误差的 PRSM 运动学分析方法,推导了考虑运动零件六自由度的 PRSM 动力学方程,设计并搭建了 PRSM 综合性能试验台,通过实验验证了上述 PRSM 运动学和动力学模型的正确性。本文的主要工作和成果有:

- 1、推导建立了包含丝杠、滚柱和螺母螺旋曲面几何特征与装配关系,并能够计算接触位置、轴向间隙及其分布的 PRSM 啮合模型。通过研究结构参数对 PRSM 啮合特性的影响规律发现,随着螺距的增大或者牙侧角的减小,丝杠和滚柱的接触点将远离丝杠与滚柱回转中心的连线;若要实现 PRSM 的无间隙设计,丝杠、滚柱和螺母需具有不同的牙厚;当滚柱轮廓半径增大时,丝杠与滚柱之间的接触点会向滚柱螺纹的牙顶以及丝杠螺纹的牙根部分移动。

- 2、提出了求解 PRSM 中任意一对螺纹牙在任意方向上接触位置和间隙的计算方法,分析了间隙向量方向、牙型误差、螺纹分头误差和零件偏斜对 PRSM 啮合特性的影响规律。结果表明,丝杠和滚柱或螺母和滚柱牙侧角的差异越大,牙侧角误差对接触位置的影响越大;丝杠、滚柱和螺母的中径误差与 PRSM 轴向间隙的改变量呈线性关系;当丝杠和螺母存在螺纹分头误差时,不同滚柱以及同一滚柱上的不同螺纹牙将具有不同的轴向间隙状态;滚柱相对于丝杠或螺母的偏斜,会同时影响滚柱与丝杠或螺母各对螺纹牙的接触位置与间隙。

- 3、综合考虑运动传递路径变化、齿轮副传动比波动和滚柱浮动因素,建立了考虑零件偏心与位置误差以及螺纹分头误差的 PRSM 运动学模型,提出了滚柱卡滞状态判断方法,研究了上述误差对 PRSM 运动学特性的影响规律。结果表明,进行 PRSM 设计



时，必须考虑误差对滚柱浮动区域的影响，以保证 PRSM 在安装完成后的运动流畅性；当螺母偏心误差与位置误差的幅值相同时，合理的螺母安装角能够使得螺母偏心误差和位置误差对 PRSM 传动误差的影响相互抵消；螺纹分头误差不但会对滚柱浮动区域产生影响，并且会改变刚体状态下滚柱在丝杠侧和螺母侧参与接触的螺纹牙总数。

4、采用牛顿第二定律，建立了包含运动零件六自由度的 PRSM 刚体动力学模型，研究了摩擦因数、使用工况和结构参数对 PRSM 动力学特性的影响规律。结果表明，随着相接触螺纹间摩擦因数的增加，保持架和丝杠转速的比值、内齿圈和滚柱的接触力以及保持架和滚柱的接触力均会增加，但 PRSM 的效率会减小；螺母负载会对内齿圈和滚柱上的直齿啮合状态产生影响；PRSM 在轻载工况下的稳态保持架转速和效率均低于重载工况下的稳态保持架转速和效率；增加螺距或减小牙侧角均能够使得 PRSM 的效率增加，但是当牙侧角小于  $45^\circ$  后，PRSM 效率的增加将变得十分缓慢。

5、为了验证本文 PRSM 运动学和动力学模型的正确性，自主设计并搭建了 PRSM 综合性能试验台，完成了 PRSM 样件的空载传动精度、效率和保持架转速测试。实验测试和模型计算结果表明，由于装配误差的影响，PRSM 的空载传动误差曲线呈周期性波动，波动周期与丝杠旋转周期相同，且波动幅值大于丝杠的累计螺距误差；相比于逆传动状态，PRSM 在正传动状态时具有更高的效率与更大的丝杠和保持架转速比。

**关键词：**行星滚柱丝杠副，啮合特性，啮合方程，误差，运动学分析，动力学分析

本研究得到国家自然科学基金项目（编号：51275423, 51505381）的资助。

## Abstract

With the rapid development of intelligentization and digitization of equipments and power-by-wire technology, the electro-mechanical actuator is turning towards larger power, higher level of integration, more precision and higher reliability. Planetary roller screw mechanism (PRSM) is a mechanical device for converting rotary motion into linear motion. Due to its advantages of heavier load carrying capacity, higher stiffness, longer lifetime and higher reliability compared with ball screw mechanism, the PRSM becomes a critical component in the electro-mechanical actuator and has been more and more widely used. However, there have been few fundamental researches published to support its engineering applications. In this dissertation, based on the meshing theory of helix and the property of multiple thread meshing points, different types of contact and multi-bodies of the PRSM, the theoretical and experimental research on the meshing and motion properties of the PRSM is conducted. The output of the research can provide a theoretical basis for analyzing the load carrying capacity, stiffness, lubrication, wear and lifetime of the PRSM. Thus, it is of great significance for the design of a high performance PRSM and can promote the application of the PRSM in industry fields, such as aeronautics, astronautics, marine, petrification and intelligent manufacturing.

In this dissertation, according to the thread surfaces of the screw, roller and nut, the analytical meshing model of the PRSM is proposed. Then, a more comprehensive analytical meshing model of the PRSM is developed, which considers the thread profile errors, dividing errors of multiple threads and the deviation of parts. The kinematic analysis of the PRSM with run-out errors, position errors and dividing errors of multiple threads is performed. A nonlinear six degrees of freedoms dynamic model of the PRSM is developed. A test rig which is used to measure the transmission performance of the PRSM is designed and built. And the feasibility of the proposed kinematic and dynamic models is tested by experiments. The main research works and achievements in this dissertation are as follows:

1. According to the equations of thread surfaces and assembly of the screw, roller and nut, the meshing model which is used to compute the contact positions and axial clearances in the PRSM is proposed. Then, the influence of the structural parameters on the meshing properties of the PSRM is studied. The results show that the contact points at the screw-roller interface will move away from the line connecting the centers of the screw and roller, when the pitch of thread is increased or the flank angle of thread is decreased. The thread thicknesses of the

screw, roller and nut are different, when the axial clearance of the PRSM is zero. When the radius of the roller profile is increased, the contact points between the screw and roller will move towards the top of the roller thread or the bottom of the screw thread.

2. The meshing equations of the PRSM are derived, which can be used to calculate the contact position and clearance of an arbitrary pair of thread teeth along any directions. The influence of the direction of clearance vector, thread profile errors, dividing errors of multiple threads and deviations of parts on the meshing properties of the PRSM is analyzed. The results show that the influence of flank angle error on the contact position of the PRSM will become larger, when the difference between the flank angles of the threads at the screw-roller or nut-roller interface is enlarged. There is a linear relationship between the pitch diameter errors of threads and the change of the axial clearance in the PRSM. Due to the influence of the dividing errors of multiple threads in the screw and nut, the states of axial clearances of different rollers are different and those of different thread teeth in the same roller are still different. The deviation of the roller will influence the contact positions and clearances at the screw-roller and nut-roller interfaces.

3. A kinematic model of the PRSM with run-out errors, position errors and dividing errors of multiple threads is proposed, which considers the change of motion transfer paths, the fluctuation of the transmission ratio of the spur-ring gear pair and the floating of the roller in the PRSM. A method to analyze the clamping stagnation of the rollers in the PRSM is developed and the influence of above mentioned errors on the motion properties of the PRSM is studied. The results show that the influence of errors on the roller floating regions should be considered in order to avoid clamping stagnation of the PRSM. When the magnitude of the nut run-out error is equal to that of the nut installation error, the influence of the run-out error and installation error of the nut on the transmission error of the PRSM can be counteracted if the value of the nut installation angle is reasonable. The dividing errors of multiple threads have effect on the roller floating regions and the number of the thread teeth on the roller that contact with the screw or nut.

4. A nonlinear six degrees of freedoms dynamic model of the PRSM is proposed by using Newton's Second Law. The influence of the friction coefficients, load conditions and structural parameters on the dynamic properties of the PRSM is studied. The results show that the ratio between the rotational velocities of the carrier and screw, the contact force at the ring gear-roller interface and the contact force at the carrier-roller interface are increased, when the friction coefficients of threads are increased. At the same time, the efficiency of the PRSM is decreased. The external load acting on the nut has effect on the meshing properties of the

spur-ring gear pair. The steady-state efficiency and the ratio between the rotational velocities of the carrier and screw of the PRSM under light load are less than those of the PRSM under heavy load. If the pitch of thread is increased or the flank angle of thread is decreased, the efficiency of the PRSM is increased. When the flank angle of thread is less than  $45^\circ$ , it will have little influence on the efficiency of the PRSM.

5. A test rig which is used to measure the transmission performance of the PRSM is designed and built. The no-load transmission error, efficiency and rotational velocity of the carrier of a PRSM specimen are measured. The effectiveness of the proposed kinematic and dynamic models of the PRSM is validated by comparing the results obtained from the proposed models and experiments. The results show that the no-load transmission error of the PRSM is cyclic with a period corresponding to the rotation period of the screw. The magnitude of the no-load transmission error is much larger than that of the screw lead error. When the directions of the external load and the velocity of the nut are opposite, the efficiency of the PRSM and the ratio between the rotational velocities of the carrier and screw are larger than those when the directions of the external load and the velocity of the nut are the same.

**Keywords:** planetary roller screw mechanism, meshing property, meshing equation, error, kinematic analysis, dynamic analysis.

The present work is supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51275423, 51505381).

## 目 录

摘要.....	I
Abstract .....	III
目 录.....	VII
1 绪论.....	1
1.1 课题来源.....	1
1.2 研究背景和意义.....	1
1.3 行星滚柱丝杠副研究现状.....	3
1.3.1 PRSM 研究现状简介 .....	3
1.3.2 PRSM 啮合与运动特性研究现状 .....	5
1.4 现有研究中存在的主要问题.....	10
1.5 本文主要研究内容.....	11
2 行星滚柱丝杠副啮合特性分析.....	15
2.1 概述.....	15
2.2 螺旋曲面方程.....	15
2.3 PRSM 螺旋曲面啮合模型 .....	21
2.3.1 螺旋曲面的相切接触条件.....	21
2.3.2 丝杠和滚柱的接触位置和轴向间隙.....	23
2.3.3 螺母和滚柱的接触位置和轴向间隙.....	25
2.4 不同啮合模型的结果对比与螺旋曲面的轴向间隙分布.....	27
2.4.1 不同 PRSM 啮合模型的计算结果对比 .....	27
2.4.2 啮合螺旋曲面的轴向间隙分布.....	28
2.5 结构参数对 PRSM 啮合特性的影响 .....	29
2.5.1 螺距影响.....	29
2.5.2 牙侧角影响.....	31
2.5.3 滚柱轮廓半径影响.....	33
2.6 本章小结.....	34
3 考虑误差的行星滚柱丝杠副啮合特性.....	37
3.1 概述.....	37
3.2 PRSM 误差的描述 .....	37
3.2.1 牙型误差和螺纹分头误差.....	37
3.2.2 丝杠、滚柱和螺母偏斜.....	39

3.3 考虑误差的啮合模型 .....	41
3.3.1 改进的相切接触条件 .....	41
3.3.2 螺纹牙编号规则 .....	42
3.3.3 丝杠和滚柱的啮合方程 .....	43
3.3.4 螺母和滚柱的啮合方程 .....	45
3.4 PRSM 啮合特性与间隙向量方向的关系 .....	48
3.5 PRSM 啮合特性与误差的关系 .....	50
3.5.1 牙型误差对接触位置与间隙的影响 .....	50
3.5.2 螺纹分头误差对轴向间隙的影响 .....	52
3.5.3 滚柱和螺母偏斜对接触位置与间隙的影响 .....	56
3.4 本章小结 .....	59
4 考虑误差的行星滚柱丝杠副运动学分析 .....	61
4.1 概述 .....	61
4.2 偏心与位置误差 .....	61
4.2.1 偏心误差 .....	61
4.2.2 位置误差 .....	63
4.3 间隙与刚体接触约束条件 .....	64
4.3.1 螺纹牙之间的轴向间隙 .....	64
4.3.2 滚柱和保持架之间的径向间隙 .....	66
4.3.3 滚柱和内齿圈之间的法向间隙 .....	67
4.3.4 滚柱浮动区域 .....	69
4.3.5 螺母附加刚体位移 .....	70
4.4 考虑误差的运动学模型 .....	71
4.4.1 含误差的齿轮副传动比 .....	71
4.4.2 含误差的螺母轴向移动速度 .....	72
4.5 实例计算 .....	74
4.6 结构和装配参数以及误差对滚柱浮动区域的影响 .....	78
4.6.1 刚体状态下滚柱卡滞的判断方法 .....	78
4.6.2 滚柱个数、滚柱与保持架的名义径向间隙 .....	78
4.6.3 螺母的安装相位角、丝杠和保持架的初始旋转角度 .....	79
4.6.4 螺母和保持架销孔的位置误差 .....	80
4.6.5 丝杠、螺母、保持架和滚柱的偏心误差 .....	81
4.7 结构和装配参数以及误差对轴向间隙和传动误差的影响 .....	82
4.7.1 滚柱个数 .....	82

4.7.2 螺纹分头误差 .....	83
4.7.3 螺母的安装相位角、丝杠和保持架的初始旋转角度 .....	84
4.7.4 螺母、丝杠和保持架的偏心误差 .....	87
4.7.5 滚柱浮动轨迹 .....	89
4.8 小结 .....	90
5 行星滚柱丝杠副刚体动力学建模与分析 .....	93
5.1 概述 .....	93
5.2 建立坐标系 .....	93
5.3 受力分析 .....	96
5.3.1 螺纹牙之间的接触力 .....	96
5.3.2 保持架、内齿圈和滚柱之间的受力 .....	97
5.3.3 丝杠与滚柱之间的摩擦力 .....	98
5.3.4 螺母与滚柱之间的摩擦力 .....	99
5.4 PRSM 的刚体动力学模型 .....	101
5.4.1 丝杠动力学方程 .....	101
5.4.2 滚柱动力学方程 .....	102
5.4.3 螺母动力学方程 .....	104
5.4.4 保持架动力学方程 .....	105
5.5 不同动力学模型的计算结果对比 .....	106
5.6 摩擦因数、螺母负载和结构参数对 PRSM 动力学特性的影响 .....	107
5.6.1 螺纹间摩擦因数 .....	107
5.6.2 保持架和滚柱间摩擦因数 .....	108
5.6.3 螺母负载 .....	109
5.6.4 滚柱个数 .....	110
5.6.5 螺距和牙侧角 .....	111
5.7 本章小结 .....	114
6 行星滚柱丝杠副综合性能试验台和模型验证 .....	115
6.1 概述 .....	115
6.2 PRSM 综合性能试验台的设计与搭建 .....	115
6.2.1 试验台的方案与系统组成 .....	115
6.2.2 台体系统与测试原理 .....	116
6.2.3 数据采集与控制系统 .....	118
6.2.4 驱动系统与试验台整体展示 .....	120
6.3 PRSM 样件的设计和加工误差检测 .....	120

6.4 PRSM 样件的传动性能测试结果及与仿真结果的对比 .....	125
6.4.1 空载传动误差 .....	125
6.4.2 效率 .....	129
6.4.3 保持架转速 .....	132
6.5 本章小结 .....	136
7 总结与展望 .....	137
7.1 本文的主要工作及结论 .....	137
7.2 本文的创新之处 .....	139
7.3 本文工作的不足与展望 .....	140
参考文献 .....	141
在学期间的主要研究成果 .....	151
致谢 .....	153



# 1 绪论

## 1.1 课题来源

本文是在国家自然科学基金面上项目“行星滚柱丝杠副摩擦机理与传动效率的理论 and 实验研究”、青年科学基金项目“行星滚柱丝杠副刚度与传动精度耦合机理研究”、国家 863 计划“机电传动系统技术研究”和“×××系统基本性能测试与评估”等项目的支持下进行的,重点开展行星滚柱丝杠副(Planetary Roller Screw Mechanism, PRSM)啮合和运动特性的理论和实验研究,揭示结构参数和误差对 PRSM 接触位置、间隙和运动状态的影响规律,并完成 PRSM 在不同使用工况下的动力学分析。

## 1.2 研究背景和意义

为促进我国制造业发展并提升其国际竞争力,继美国《重振美国制造业》和德国“工业 4.0”之后,国务院在 2015 年 5 月印发了我国实施制造强国战略第一个十年行动纲领——《中国制造 2025》<sup>[1]</sup>。提倡创新、鼓励研发高质量和高技术产品以及推动机械装备智能化和数字化发展从而提高生产效率与生产力是《中国制造 2025》中的重要内容<sup>[2]</sup>。实现机械装备的智能化和数字化,不仅需要与现代信息技术相融合,同时要求机械装备具有高性能的伺服作动系统。

机电伺服作动系统与气压和液压伺服作动系统相比,具有系统重量轻、效率高、安装与维护方便、运行成本低和不存在气体泄漏或液体渗漏等优点<sup>[3, 4]</sup>,广泛应用于航空<sup>[5-7]</sup>、航天<sup>[8-10]</sup>、船舶<sup>[11]</sup>、车辆<sup>[12]</sup>和医疗<sup>[14]</sup>等领域。随着功率电传(Power By Wire, PBW)在多种工业领域理论研究和工程实践的不断深入,机电伺服作动系统正向着高功率、高集成度、高精度和高可靠性方向发展,为机械装备的智能化提供硬件基础<sup>[15]</sup>。机电作动器(Electro-Mechanical Actuator, EMA)是机电伺服作动系统的关键部件,其结构组成如图 1-1 所示,主要由电机及其驱动器、减速机构和执行机构组成。

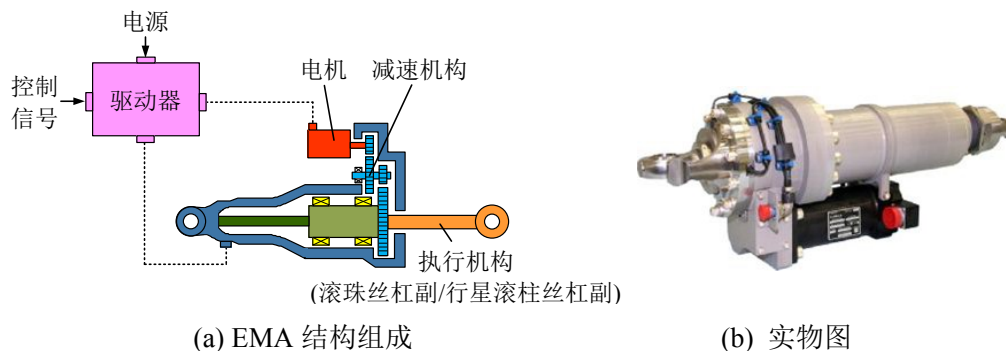


图 1-1 机电作动器(Electro-Mechanical Actuator, EMA)结构组成及实物图<sup>[16, 17]</sup>

常用的 EMA 执行机构有滚珠丝杠副(Ball Screw Mechanism, BSM)和行星滚柱丝杠

副(Planetary Roller Screw Mechanism, PRSM)。如图 1-2 所示, PRSM 是一种通过丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的多对螺旋曲面啮合将旋转运动转化为直线运动的螺旋传动机构, 主要由丝杠、螺母、滚柱、内齿圈和保持架等零件组成。丝杠和螺母分别为相同头数的多头外、内三角螺纹。为了增加承载能力和降低摩擦, 滚柱为具有圆弧牙型轮廓的单头外螺纹<sup>[18]</sup>。同时, 为了避免滚柱相对螺母的轴向窜动, 在其螺纹的两端加工有直齿。滚柱依靠保持架均布地安装在丝杠和螺母之间, 其螺纹分别与丝杠和螺母相啮合, 两端的直齿与安装在螺母两端的内齿圈相啮合。当丝杠旋转时, 螺母沿丝杠轴线移动, 滚柱绕丝杠作行星运动, 同时保持与螺母相同的轴向移动速度。

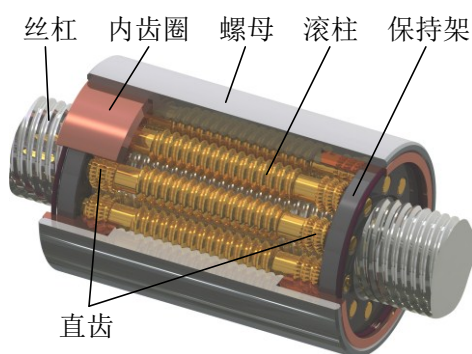


图 1-2 行星滚柱丝杠副(Planetary Roller Screw Mechanism, PRSM)结构组成

PRSM 最大的特点是使用滚柱作为丝杠和螺母之间的承力与运动传递零件, 这使得 PRSM 在相同的空间内能够比 BSM 提供更多的承载点, 并使得滚动体在接触点处易于获得较大的曲率半径, 同时 PRSM 更适应小螺距的传动, 故高功率密度比、高精度和长寿命是 PRSM 的主要优点。例如, 欧洲“织女星”运载火箭推力矢量控制系统中的 EMA 采用 PRSM 作为其执行机构, 该 EMA 成功通过了振动、高低温、湿度、耐久性和真空等测试项目<sup>[17]</sup>; 在 1992 年, PRSM 已应用在 Rolls-Royce 航空发动机中, 并且其平均无故障时间达到了 8711 小时<sup>[19]</sup>; 英国的 ESTL 实验室对安装在国际空间站上的 PRSM 进行了寿命试验, 结果表明所有样件均能够满足在轨无故障工作 5 年的使用要求<sup>[20]</sup>; 法国 INSA/Toulouse 实验室的研究结果表明若将波音 787 中扰流板用 EMA 中的滚珠丝杠副替换为 PRSM, 该 EMA 的总重量将减小 33%<sup>[21]</sup>。此外, PRSM 还具有安装使用方便、刚性强和动态性能良好等优点<sup>[22]</sup>。

PRSM 的上述优点使其能够满足大功率高性能 EMA 对执行机构的严格要求, 并成为现代机电伺服作动系统的重要组成部分。虽然 PRSM 已应用于焊接机器人<sup>[23]</sup>、电-气混合作动器<sup>[24]</sup>、机床<sup>[26, 27]</sup>、车辆<sup>[28]</sup>、船舶<sup>[29, 30]</sup>、海洋装备、飞行器<sup>[33, 34]</sup>和医用器械<sup>[35, 36]</sup>等多种军民产品和装备, 但其产品主要由 ROLLVIS<sup>[37]</sup>、GSA<sup>[38]</sup>、SKF<sup>[39]</sup>、LTK<sup>[40]</sup>和 EXLAR<sup>[41]</sup>等国外企业垄断, 国内相关生产企业目前具有 PRSM 的生产能力, 但产品质量与国外企业相比, 还存在较大的差距。

PRSM 不但在结构形式和传动机理方面与滚珠丝杠副和滑动丝杠副不同, 而且具有

与这两种丝杠副不同的啮合特征。如图 1-3(a)所示, 虽然丝杠和滚柱的螺纹旋向相同, 但由于丝杠螺纹和滚柱螺纹为外啮合, 所以两螺纹在平行于丝杠轴线的剖面中呈现“相交”状态。图 1-3(b)中的剖面通过滚柱和螺母节圆的切点并且与螺母和滚柱轴线构成的平面相垂直, 因为螺母和滚柱螺纹具有相同的螺旋升角和旋向, 所以两螺纹在图 1-3(b)中呈现“平行”状态。

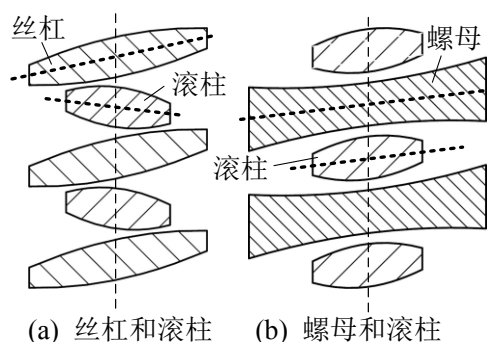


图 1-3 PRSM 螺纹剖面示意<sup>[42]</sup>

除滚柱在丝杠侧和螺母侧的啮合状态不同外, PRSM 还具有多个滚柱共同承载、单个滚柱上的多个螺纹牙同时与丝杠或螺母接触以及螺旋曲面啮合与齿轮啮合相耦合的多副、多点和多体特点。PRSM 独特的啮合特点不仅增加了其性能分析的难度, 而且使得该机构的设计方法不同于滚珠丝杠副和滑动丝杠副等其它螺旋传动机构。研究 PRSM 的啮合和运动特性, 建立更为完善的 PRSM 啮合、运动学和动力学模型来探究结构参数、误差和使用工况对该机构中各零件之间的间隙、接触位置、运动关系与受力状态的影响规律, 是进一步准确研究 PRSM 承载、刚度、润滑、磨损和寿命等性能的基础, 对完善其设计方法、研制高性能 PRSM 和促进 PRSM 在航空航天、船舶、石化、智能制造等领域应用有着重要的理论意义和工程应用价值。

### 1.3 行星滚柱丝杠副研究现状

#### 1.3.1 PRSM 研究现状简介

虽然 PRSM 已应用于多种工业领域, 但对其理论与实验研究的相关公开报道文献并不多见。1987 年, Otsuka<sup>[43, 44]</sup>通过实验对比了 PRSM 与滚珠丝杠副的摩擦因数、静刚度和振动, 并参照滚珠丝杠副的载荷分布模型建立了 PRSM 的载荷分布模型。实验结果表明, PRSM 的摩擦因数、静刚度和振动均大于相同尺寸的滚珠丝杠副。孙健利<sup>[45]</sup>和靳谦忠<sup>[46]</sup>在 20 世纪 90 年代改进了文献[44]的 PRSM 载荷分布模型。改进模型不仅考虑了丝杠和螺母的轴段变形以及滚柱与丝杠或螺母螺纹牙的 Hertz 接触变形, 而且考虑了将螺纹在承受轴向力、径向力与扭矩时产生的变形对接触点位置的影响。靳谦忠等还推导了丝杠、滚柱与螺母中径、头数和旋向之间的关系, 并且根据螺纹和齿轮啮合的耦合关系给出了滚柱直齿与内齿圈分度圆的计算公式<sup>[47]</sup>。Schinstock 等对 PRSM 在动态载荷下

的承载能力进行了实验测试<sup>[48]</sup>。

进入 21 世纪,随着大功率高性能机电伺服作动系统需求的不断扩展,极大地推动了 PRSM 的研究。例如,由空客公司(Airbus)牵头并且得到欧盟第六框架计划(The Sixth Framework Programme)资金支持的 MOET 计划项目,提出对 PRSM 的磨损、润滑、强度和表面处理工艺等进行研究<sup>[5]</sup>;为了分析和提升集成式 EMA 的性能,法国国立应用科学学院(INSA)联合 SKF 公司对反向式 PRSM 进行了深入研究<sup>[48, 49]</sup>。同时,PRSM 优良的传动性能及其日益广泛的应用也引起了国内多所高校与研究机构的重视。

在参数设计方面,韦振兴等提出了一种利用乘除法和模拟退火算法对滚柱数量以及滚柱直齿模数、齿数和齿宽等结构参数进行了优化分析的方法<sup>[50]</sup>;马尚君等推导了丝杠中径、滚柱中径、螺母中径、滚柱个数、螺距、头数等结构参数在满足 PRSM 正常传动条件下的参数匹配关系<sup>[51]</sup>;高亮等给出了一种适用于航天应用的 PRSM 设计实例<sup>[52]</sup>;董永等提出了一种滚柱螺纹和滚柱齿的匹配设计方法,并给出了对应的设计流程<sup>[53]</sup>。

PRSM 承受轴向载荷时,多个滚柱螺纹牙在丝杠侧和螺母侧不可避免地会产生承载不均现象<sup>[54]</sup>。静刚度和载荷分布研究是对丝杠和滚柱以及螺母和滚柱间多对接触螺纹牙的承载状态进行分析,并计算 PRSM 的整体刚度。杨家军和韦振兴分别采用赫兹理论和分形理论对螺纹牙的接触变形进行了计算,并借鉴已有模型<sup>[45]</sup>分析了 PRSM 的载荷分布状态与轴向刚度<sup>[55, 56]</sup>。马尚君等使用 ANSYS 对 PRSM 的载荷分布与轴向刚度进行了分析,该有限元模型中的丝杠和螺母均仅包含了 4 个完整螺纹牙<sup>[57]</sup>。为了将滚柱的轴段变形计入载荷分布模型, Jones 等采用直接刚度法并根据丝杠、滚柱和螺母的结构特点将 PRSM 离散为弹簧组模型进行建模<sup>[58]</sup>, Ryś 等将各对螺纹牙之间的受力变形关系等效为多个矩形单元的剪切应力应变关系的方法建立了 PRSM 载荷分布模型<sup>[59]</sup>。由于 PRSM 中丝杠和滚柱以及螺母和滚柱均为点接触状态,所以若直接采用文献[45]中的公式计算丝杠、滚柱和螺母螺纹牙的变形会引入较大的误差。因此, Lisowski 首先在有限元软件 ANSYS 中建立了 PRSM 单对螺纹牙接触的有限元模型,通过计算获得了 PRSM 单对螺纹牙的受力变形曲线,再借鉴直接刚度法建立了 PRSM 的载荷模型<sup>[60]</sup>。同时, Lisowski 还提出了一种使得螺纹牙根应力最小的螺纹间过渡圆角的优化设计方法<sup>[61]</sup>。Blinov 等提出了丝杠、滚柱和螺母均看作刚体时的 PRSM 载荷分布计算方法<sup>[62]</sup>。马尚君等分析了误差对 PRSM 载荷分布的影响,并以此为基础进一步提出了一种能够综合考虑误差、磨损和温度变化耦合的 PRSM 载荷分布模型<sup>[63, 64]</sup>。张文杰等利用“板簧单元”将文献[45]和[58]中模型的优点相结合,建立了一种新的载荷分布模型,并提出了 PRSM 螺纹牙均载设计方法<sup>[65, 66]</sup>。刘淑敏等分析了环境温度对 PRSM 载荷分布的影响<sup>[67]</sup>。Abevi 等建立了能够考虑滚柱轴线弯曲的 PRSM 载荷分布模型,并对 PRSM 滚柱间的载荷分配状态进行了试验研究<sup>[49, 50]</sup>。Zhdanova 等分析了摩擦因数对 PRSM 载荷分布的影响<sup>[68]</sup>。Guo 等推导了包含接触刚度、螺纹牙刚度和轴段刚度的 PRSM 单对螺纹总刚度计算公式,建立了

PRSM 的载荷分布模型并使用实验验证了该模型的正确性<sup>[69]</sup>。Lisowski 分析了随机螺距误差影响下的 PRSM 载荷分布<sup>[70]</sup>。

摩擦润滑方面,马尚君等基于赫兹接触理论和等效球的方法,计算了 PRSM 中由材料弹性滞后、滚柱自旋滑动和润滑油粘滞阻力所产生的摩擦力矩,并基于该模型分析了 PRSM 在运行过程中产生的摩擦热<sup>[71, 72]</sup>; Aurégan 等搭建了能够模拟丝杠和滚柱之间滚滑接触状态的试验台,分析了润滑状态对 PRSM 磨损的影响,并研究了 WC/C 碳基复合涂层在不同载荷、速度和滑动率条件下的磨损特性<sup>[73, 74]</sup>; 付永领等建立了考虑滑动摩擦因数随载荷变化的 PRSM 摩擦力矩计算模型<sup>[75]</sup>; Qiao 等分析了结构参数对反向式 PRSM 摩擦力矩和效率的影响<sup>[76]</sup>。

PRSM 的接触特性是指螺纹牙在受载时的变形和应力状态。佟瑞庭等利用有限元软件 ABAQUS 分析了牙型角对丝杠和滚柱之间多个螺纹牙最大接触应力的影响,结果表明当牙型角为  $90^\circ$  时滚柱上多个螺纹牙的受载最为均匀<sup>[77]</sup>。刘艳强等采用数值计算方法分析了接触角和丝杠直径对丝杠和滚柱螺纹牙接触变形与应力分布的影响<sup>[78]</sup>。姚琴分析了 PRSM 螺纹牙的弹塑性接触特性<sup>[79]</sup>。李亚杰研究了在法向接触力与切向摩擦力共同作用下的 PRSM 螺纹牙接触区域内的变形与应力分布状态<sup>[80]</sup>。Morozov 等分析了牙侧角对 PRSM 最大接触应力的影响<sup>[81]</sup>。

PRSM 的动态特性会影响机电伺服作动系统的可靠性和安全性。马尚君等采用显式动力学有限元算法对 PRSM 在运行过程中接触位置节点的振动与 Von Mises 应力变化进行了分析<sup>[82]</sup>。王乐建立了基于 PRSM 的高速飞行器 EMA 伺服系统动力学方程,并采用 MATLAB/Simulink 对其动态特性进行了分析<sup>[83]</sup>。贺继鹏和马尚君运用键合图理论建立了考虑间隙、螺纹牙接触变形、丝杠变形、加工误差和摩擦等因素的 PRSM 动态特性分析模型<sup>[84, 85]</sup>。乔冠等利用 AMESim 建立了基于 PRSM 的 EMA 模型,并仿真了该 EMA 其在舵回路系统中的动态特性<sup>[86]</sup>。岳琳琳等采用 ANSYS Workbench 分析了支撑方式、螺母位置和离心力对 PRSM 模态的影响<sup>[87]</sup>。李强等建立了基于 PRSM 的摆动摇臂式弹载伺服系统传动机构的非线性数学模型<sup>[88]</sup>。肖益采用 ADAMS 建立了基于 PRSM 的电动舵机传动机构的动力学模型,分析了该机构在不同间隙下的位置跟踪性能<sup>[89]</sup>。

PRSM 加工与检测方面,张大伟等对滚柱螺纹及直齿一体滚压成形技术进行了研究<sup>[90-92]</sup>; Blinov 等推导了适应于 PRSM 丝杠和滚柱螺纹中径三针法测量的计算公式,同时采用轮廓仪对丝杠和滚柱的牙型轮廓进行了测量<sup>[93, 94]</sup>; 付晓军等给出了磨削丝杠、滚柱和螺母螺纹砂轮轮廓的计算公式<sup>[95]</sup>。此外,在 PRSM 的预紧元件计算<sup>[96]</sup>、传动精度<sup>[97, 98]</sup>、多个滚柱直齿间的载荷分配<sup>[99]</sup>、失效形式<sup>[100]</sup>、寿命预测<sup>[101]</sup>、故障识别<sup>[102]</sup>和基于 PRSM 的 EMA 控制策略<sup>[103]</sup>等方面国内外学者均做出了研究。

### 1.3.2 PRSM 啮合与运动特性研究现状

#### 1.3.1 节对 PRSM 研究现状从参数设计、载荷分布、摩擦润滑、接触特性、动态特

性和加工与检测等方面进行了综述。上述研究内容归根结底均会受到 PRSM 啮合与运动特性研究结果的影响。作为建立该机构设计、分析和制造理论体系的基石, PRSM 啮合与运动特性研究受到了国内外学者的广泛重视。本节将从以下方面对其研究现状进行总结与分析: (1) 接触位置和间隙计算; (2) 运动学和动力学分析; (3) 相关实验研究。

### (1) 接触位置和间隙计算的研究现状

获得丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的接触位置与间隙是进行 PRSM 啮合与运动特性研究的基础。按照求解方法的不同, 现有用于计算 PRSM 接触位置和间隙的啮合模型可分为: 数值啮合模型和解析啮合模型。

Blinov<sup>[104]</sup>、赵英<sup>[105]</sup>、Ryakhovskiy<sup>[106]</sup>和 Fedosovsky<sup>[107]</sup>等通过在螺纹重叠区域中设置划分多个网格, 将滚柱与丝杠以及螺母与滚柱之间的曲面啮合问题, 转化为计算大量网格节点处滚柱曲面坐标与丝杠或螺母曲面坐标差值的数值问题。以丝杠和滚柱之间的啮合状态为例, 说明上述数值啮合模型计算 PRSM 接触位置与轴向间隙的流程。首先建立丝杠和滚柱螺纹的螺旋曲面方程; 其次, 使用图 1-4 所示的方法对丝杠和滚柱重叠区域进行划分网格, 图 1-4 中坐标系  $o-xyz$  的  $z$  轴与丝杠轴线重合, 滚柱圆心位于  $x$  轴上 (Blinov 等<sup>[104]</sup>按照  $u' \times \theta'$  完成网格划分, 赵英等<sup>[105]</sup>按照  $x' \times \theta'$  完成网格划分, Ryakhovskiy 等<sup>[106]</sup>和 Fedosovsky 等<sup>[107]</sup>按照  $x' \times y'$  完成网格划分); 求解网格节点所对应的丝杠和滚柱曲面坐标的轴向距离; 比较所有求得的距离, 其中最小值所对应的位置便是丝杠和滚柱之间的接触位置, 该最小值为丝杠和滚柱的轴向间隙。

数值啮合模型能够同时计算 PRSM 的接触位置和轴向间隙, 但是存在计算效率低以及求解精度受网格划分密度影响大的缺点。为了克服上述缺点, Jones<sup>[108]</sup>和 Liu<sup>[109]</sup>等建立了 PRSM 解析啮合模型对丝杠和滚柱以及螺母和滚柱的接触位置进行计算。文献[108]和[109]的理论基础均为 Litvin<sup>[110]</sup>所提出的曲面相切接触条件, 即在传动过程中的两啮合曲面在接触点处的位置向量和法线在任一瞬时都是重合的。同时, Jones<sup>[108]</sup>和 Liu<sup>[109]</sup>等均使用螺纹在中径处的螺旋升角代替了对应零件在接触点处的螺旋升角。他们的主要差异是: Jones 等<sup>[108]</sup>利用螺旋曲线的 Frenet 坐标系获得丝杠、滚柱和螺母接触点处的外法线向量, 而 Liu 等<sup>[109]</sup>通过丝杠、滚柱和螺母的曲面方程采用微分几何理论<sup>[111]</sup>推导螺旋曲面在接触点处的外法线向量。

上述 PRSM 啮合模型的计算结果表明, 丝杠和滚柱的接触点会偏离两零件中心的连线而螺母和滚柱的接触点位于两零件节圆的切点处。完成 PRSM 啮合模型建立后, Jones 等分析了牙型轮廓对 PRSM 接触特性的影响, 结果表明增大滚柱轮廓半径能够有效提高螺纹牙的接触强度<sup>[108]</sup>。Liu 等还对比了当滚柱牙型轮廓分别为圆弧、椭圆和抛物线时 PRSM 的接触位置和螺纹牙的干涉状态<sup>[112]</sup>。此外, 徐强等基于曲面相切接触条件与啮合区域的空间几何关系, 建立了差动式行星滚柱丝杠副的空间啮合模型<sup>[113]</sup>。



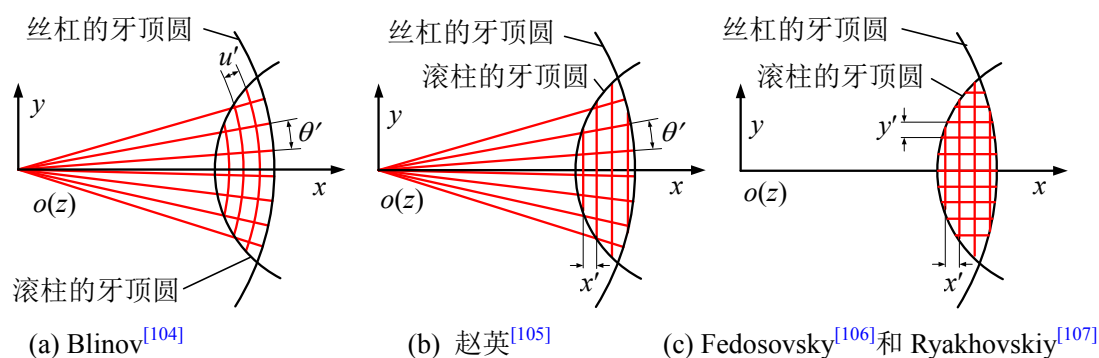


图 1-4 不同啮合模型的网格划分方法

## (2) 运动学和动力学分析现状

现有 PRSM 运动学模型按照是否考虑滑动以及考虑滑动类型的不同可分为：纯滚动模型；考虑丝杠和滚柱间滑动的模型；考虑螺母和滚柱间滑动的模型。

纯滚动模型是建立在丝杠和滚柱以及螺母和滚柱均为纯滚动状态的假设之上。这类模型能够对 PRSM 的工作原理及基本的运动状态进行分析，并可以作为研究参数设计的一种方法。例如，靳谦忠<sup>[47]</sup>、Sokolov<sup>[114]</sup>和党金良<sup>[115]</sup>等均通过分析纯滚动状态下 PRSM 的运动规律推导了丝杠、滚柱和螺母的中径、螺距、旋向及头数等结构参数之间的匹配关系。Hojjat 等指出丝杠和滚柱在啮合传动过程中具有发生滑动的趋势 (Slip tendency)，并给出了两者的滑动临界条件(slide threshold)<sup>[116]</sup>。以此为基础，Hojjat 等推导了丝杠和滚柱在不同旋向、螺距和中径组合下的滚柱轴向位移公式，并通过实验对该公式进行了验证。结果表明，通过不同的结构参数组合，丝杠和滚柱即能够实现“大螺距小导程”的精密传动，又能够实现“小螺距大导程”的快速传动<sup>[116]</sup>。虽然丝杠和滚柱之间的摩擦力能够驱动滚柱绕丝杠螺纹滚动，但是 Hojjat 等忽略了即使滚柱和丝杠在接触点处沿分度圆切线的速度相同，也无法使得两零件接触点具有相同轴向速度这一事实。

Velinsky 等在对 PRSM 进行运动学分析时发现丝杠和滚柱之间一定存在滑动现象，并且这种滑动不会对螺母的轴向位移产生影响<sup>[117]</sup>。同时，Velinsky 等推导了滚柱公转以及螺母轴向运动与丝杠和滚柱之间滑动的关系，分析了考虑弹性变形时丝杠和滚柱接触区域内的滑动状态，并以此为基础计算了 PRSM 的传动效率。虽然 Velinsky 等在建立 PRSM 运动学模型中未考虑丝杠和滚柱的实际接触位置，但该模型揭示了丝杠和滚柱之间的滑动速度在 PRSM 传动过程中可能存在不确定性这一现象。随后，Ma 等在考虑丝杠和滚柱滑动的前提下分析了不同丝杠和滚柱旋向组合下的 PRSM 导程特性<sup>[118]</sup>。分析结果表明，当丝杠和滚柱螺纹旋向相同时，丝杠和滚柱之间的滑动不会影响螺母的轴向移动速度；当丝杠和滚柱螺纹旋向不同时，PRSM 能够完成“大螺距小导程”的精密传动。

采用两刚体在运动传递过程中接触点处的法向相对速度为零的理论，Liu 等在 PRSM 啮合状态研究的基础上推导了滚柱和螺母的轴向速度计算公式<sup>[109]</sup>。计算结果表明，当 PRSM 中丝杠、滚柱和螺母具有相同的螺旋升角和旋向时，螺母的轴向移动速度

与丝杠和滚柱之间的接触位置相关。

以上 PRSM 运动学分析均假设螺母和滚柱为纯滚动状态。由于 PRSM 螺母和滚柱的接触点位于两零件节圆的切点处<sup>[108]</sup>，同时由于滚柱直齿和内齿圈的约束，所以理想状态下螺母和滚柱在接触点处不存在相对滑动。但是，当滚柱和螺母螺纹中径比值与滚柱直齿和内齿圈分度圆直径比值不相同滚柱将会在螺母内滑动<sup>[119]</sup>。针对该问题，Jones 等建立了考虑螺母和滚柱间滑动的 PRSM 运动学模型，并对滚柱在螺母内的轴向窜动进行分析<sup>[119]</sup>。Jones 等指出由于内齿圈的作用，PRSM 中滚柱与螺母的相对滑动状态能够通过运动学模型获得，但是滚柱与丝杠的相对滑动速度计算必须通过考虑啮合、受力和质量等因素的动力学模型完成，所以文献[119]假设丝杠和滚柱间不存在滑动。马尚君等采用类似的方法分析了反向式行星滚柱丝杠副中滚柱与丝杠相对滑移关系<sup>[120]</sup>。

为了分析丝杠和滚柱之间的滑动速度以及 PRSM 各个运动部件的受力关系，Jones 等采用 Lagrange 方程<sup>[121]</sup>完成了对 PRSM 的动力学建模<sup>[122]</sup>。文献[122]首先对 PRSM 进行了运动学分析，推导了丝杠和滚柱相对滑动速度与丝杠和滚柱转速之间的关系式；然后，给出了丝杠、滚柱、螺母和保持架总动能以及丝杠和滚柱之间摩擦力的计算公式；其次，根据运动学分析结果与摩擦力计算公式，推导了对应于丝杠旋转和滚柱公转的广义力表达式；最后，结合 PRSM 的总动能给出了求解丝杠转速与滚柱公转速度的动力学方程，并分析了该机构在阶跃输入下的动力学特性。结果表明，动力学分析获得的滚柱公转与丝杠自转速度比值将小于由运动学模型<sup>[117]</sup>在纯滚动条件下得到的结果。

采用 Lagrange 方程建立 PRSM 动力学模型能够避免对丝杠、滚柱、螺母和保持架分别进行受力分析，但是无法直接从动力学方程中求解得到各运动部件的受力状态。并且，文献[122]中仅考虑了滑动速度对丝杠和滚柱之间摩擦力的影响，而通常状态下，机械系统中两物体的摩擦力还受到它们之间接触力的影响<sup>[123]</sup>。

此外，党金良<sup>[115]</sup>和马尚君<sup>[118]</sup>等使用 MSC.Adams 软件建立了 PRSM 多刚体动力学模型，对丝杠、滚柱和螺母的运动状态与接触力变化进行了分析。采用 MSC.Adams 软件虽然能够方便地对摩擦、接触、重力和质量参数等进行设置，但是存在计算效率低、收敛性差和计算结果不稳定等问题。

### (3) PRSM 啮合与运动特性相关实验现状

目前，针对 PRSM 啮合与运动特性的实验研究主要集中在传动误差和效率测量。Hojjat 等采用如图 1-5 所示的试验台对不同丝杠和滚柱组合的导程特性进行了测试<sup>[116]</sup>。为了使得丝杠和滚柱之间产生足够的摩擦力以驱动滚柱沿丝杠螺纹滚动，该试验台提供了两种预紧方式：在单滚柱状态下采用弹簧进行预紧；在多滚柱状态下采用笼式结构利用滚柱安装基座的变形进行预紧。Hojjat 等对丝杠旋转一周滚柱将沿轴向移动 100 $\mu\text{m}$  和 500 $\mu\text{m}$  的两种丝杠和滚柱组合进行了测试。测试结果表明丝杠和滚柱机构非常适合精密传动，并且增加滚柱个数能够减小该机构的传动误差。



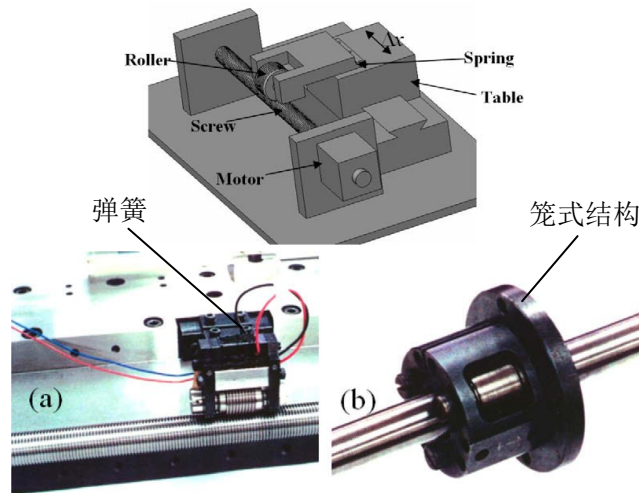
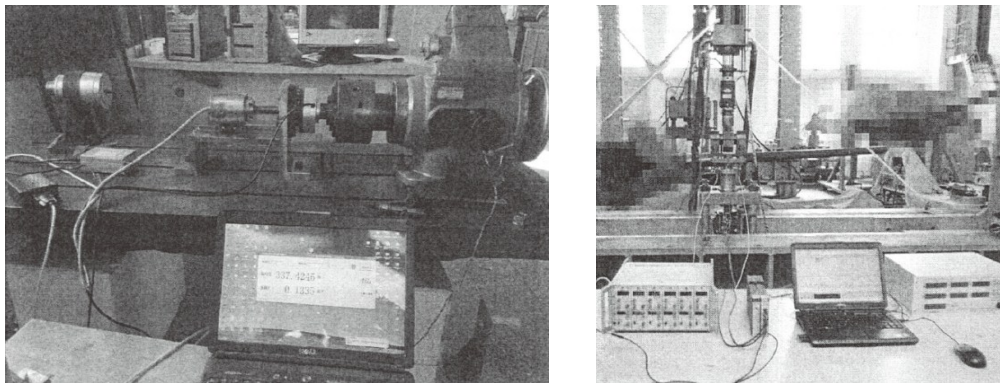


图 1-5 文献[116]中的实验系统

濮建荣搭建了如图 1-6(a)和(b)所示的实验系统,并对 PRSM 的传动误差、定位精度与效率进行了测试<sup>[124]</sup>。设计 PRSM 传动误差试验台过程中,濮建荣分析了试验台精度对 PRSM 传动误差测量结果的影响,并给出了一些提高测试精度的可行措施。对 PRSM 传动误差和定位精度测试结果表明,丝杠螺纹的导程误差直接决定了 PRSM 的传动误差,间隙是影响 PRSM 重复定位精度的主要因素。多个 PRSM 样件的效率测试结果表明,相同结构参数下的国外产品效率优于国内产品,PRSM 的效率会随着载荷的增加有小幅的下降,增加接触角能够增大 PRSM 的效率。



(a) 传动误差测试

(b) 效率测试

图 1-6 文献[124]中的实验系统

Mamaev 等采用如图 1-7 所示的试验台对一种具有长滚柱结构的行星滚柱丝杠副 (planetary roller screw transmission with long threaded rollers)传动误差和效率进行了测试<sup>[125]</sup>。测试过程中,Mamaev 等通过改变图 1-7 中所示砝码的数量使得驱动力矩在  $0.01\text{N}\cdot\text{m}$  ~  $0.1\text{N}\cdot\text{m}$  之间变化。结果表明,实验样件的效率与传动误差均随着负载的增加而减小;当驱动力矩等于  $0.03\text{N}\cdot\text{m}$  时,传动误差均方差与效率的比值最小。随后, Mamaev 等推

导了该机构中各个零件的旋转与啮合周期，并分析了传动误差曲线的频率构成<sup>[126]</sup>。

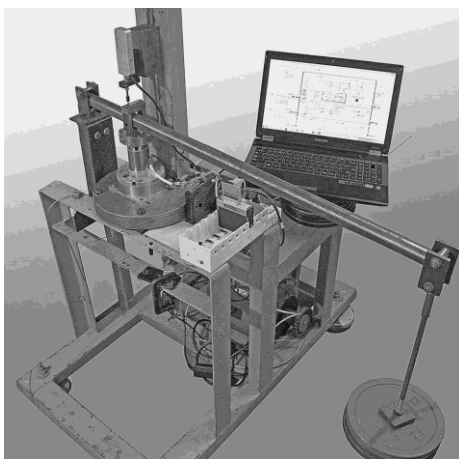


图 1-7 文献[125]中的实验系统

李凯等对引起 PRSM 传动误差的来源进行了归类，分析了零件变形、加工与装配误差和环境因素对 PRSM 传动误差的影响规律，推导了 PRSM 效率计算公式，并搭建如图 1-8 所示的实验系统对 PRSM 的传动误差与效率进行了测试<sup>[127]</sup>。结果表明，PRSM 样件的传动精度优于  $1.5\mu\text{m}$ ，传动效率优于 74%。

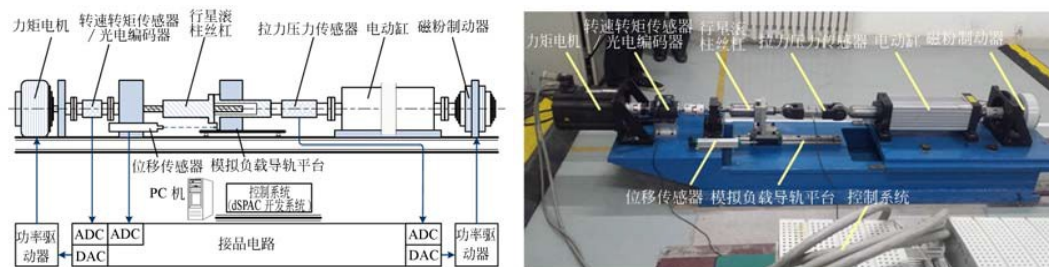


图 1-8 文献[127]中的实验系统

综上所述，PRSM 啮合与运动特性相关的实验研究还很少，现有 PRSM 试验台主要用于传动误差和效率测量。并且，当前 PRSM 传动误差实验中缺乏对丝杠偏心误差和螺母安装误差的测量与分析。虽然保持架转速受到 PRSM 结构参数、丝杠转速、螺母承载和润滑摩擦等因素的影响，对分析 PRSM 中丝杠、滚柱和螺母的相对滑动有着重要意义，但尚未有公开文献报道有关 PRSM 保持架转角测量的实验方法。

#### 1.4 现有研究中存在的主要问题

国内外学者在 PRSM 啮合、运动学和动力学分析以及实验测试等方面均进行了相关研究，但尚存在以下问题和不足：

(1) PRSM 数值啮合模型存在计算效率低和计算结果对层面划分密度敏感的缺点。现有 PRSM 解析啮合模型采用中径螺旋曲线的螺旋升角代替接对应零件在触点处的螺旋升角，降低了计算精度。同时，现有 PRSM 解析啮合模型无法直接计算丝杠和滚柱以

及螺母和滚柱的轴向间隙。

(2) 现有 PRSM 啮合模型均假设丝杠、滚柱和螺母的轴线相互平行。然而, 由于不可避免的加工与装配误差, 以及各零件之间的装配间隙, 丝杠、滚柱和螺母在实际工作状态下会发生不同程度的相对偏斜。零件的偏斜, 特别是滚柱的偏斜, 会改变丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间各对螺纹牙的接触位置与间隙。此外, 零件的牙型误差与螺纹的分头误差也会对 PRSM 的啮合特性产生影响。目前, 有关考虑误差的 PRSM 啮合特性研究较少。

(3) 虽然现有 PRSM 运动学研究中分析了由于滚柱直齿和内齿圈以及螺母和滚柱啮合节圆偏差而引起的滚柱轴向窜动现象, 但是由于误差和间隙的影响, PRSM 在传动过程中还存在丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的运动传递路径变化、滚柱直齿和内齿圈传动比波动以及滚柱轴线浮动等问题。

(4) 现有 PRSM 动力学分析中假设滚柱各个螺纹牙所受载荷相同, 并忽略了螺母负载对丝杠和滚柱之间摩擦力的影响, 同时仅考虑了丝杠、滚柱、螺母和保持架绕自身轴线或丝杠轴线的旋转自由度以及轴向移动自由度。然而, 即使不考虑丝杠、螺母和滚柱的弹性变形, 滚柱在丝杠侧和螺母侧的多个螺纹牙承受的载荷也是不相同的。并且, 为了分析 PRSM 运动部件在不同工况下的运动和受力状态, 保持架与滚柱之间的径向力, 内齿圈与滚柱之间的接触力, 内齿圈与保持架、保持架与滚柱以及螺母与滚柱之间的摩擦力均应包含在动力学模型中。由于丝杠、滚柱、螺母和保持架上的作用力构成一个空间力系, 故动力学模型需包含各运动零件的六个自由度。

(5) PRSM 啮合与运动特性相关的实验研究还很少, 且在 PRSM 传动误差实验中缺乏对丝杠偏心误差和螺母安装误差的测量与分析。同时, 尚未有公开文献报道有关 PRSM 保持架转角测量的实验方法。

## 1.5 本文主要研究内容

针对上述研究中存在的问题, 本文首先基于螺旋曲面啮合原理, 通过推导丝杠、滚柱和螺母的螺旋曲面方程与装配关系, 建立用于计算理想 PRSM 接触位置和轴向间隙的啮合模型。然后, 考虑实际 PRSM 存在牙型误差、螺纹分头误差和零件偏斜等因素, 进一步建立贴合工程实际的 PRSM 啮合模型, 并分析结构参数、间隙向量方向和误差对 PRSM 啮合特性的影响规律。其次, 考虑运动传递路径变化、滚柱直齿和内齿圈传动比波动以及滚柱浮动因素, 对包含零件偏心 and 位置误差的 PRSM 运动学特性进行分析。采用牛顿第二定律, 建立包含各运动零件的六个自由度的 PRSM 动力学模型, 并分析不同工况下 PRSM 的动力学特性。最后, 设计并搭建 PRSM 综合性能试验台, 完成 PRSM 样件的空载传动误差、效率和保持架转速测试。

本文的主要章节和研究内容分工如下:

第一章介绍本文研究工作的背景, 指出本文工作的意义。在对 PRSM 研究现状完成

简要论述后,本章分别从接触位置和间隙计算、运动学和动力学分析以及相关实验研究三个方面对现有 PRSM 啮合和运动特性的研究现状进行总结和归纳,并指出其中存在的主要问题。

第二章基于丝杠、滚柱和螺母的螺旋曲面方程及其配合关系,根据螺旋曲面相切接触条件,介绍计算 PRSM 接触位置、轴向间隙及其分布的解析啮合模型,探究结构参数对 PRSM 接触位置和轴向间隙的影响规律。

第三章主要通过改进第二章中的螺旋曲面相切接触条件,使其能够计算两螺旋曲面在任意方向的接触位置和间隙。为了区分 PRSM 中不同的啮合螺纹牙,分别对滚柱、丝杠和螺母的螺纹牙以及丝杠和螺母的多头螺纹进行编号,并归纳滚柱螺纹牙编号与丝杠和螺母多头螺纹编号之间的关系式。推导计算 PRSM 中任意一对啮合螺纹牙在任意方向接触位置与间隙的啮合方程,分析间隙向量方向和误差对 PRSM 啮合特性的影响规律。

第四章考虑运动传递路径变化、滚柱直齿和内齿圈传动比波动以及滚柱浮动因素,介绍所建立的包含零件偏心 and 位置误差的 PRSM 运动学模型。给出丝杠旋转时,滚柱浮动区域的计算方法,并讨论滚柱浮动区域与 PRSM 卡滞状态的联系。研究结构参数与误差对滚柱浮动区域、螺纹轴向间隙和传动误差的影响规律。

第五章采用牛顿第二定律,描述所建立的包含运动零件六自由度的 PRSM 刚体动力学模型。通过引入载荷分布系数,对丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间接触力的分布进行研究。本章还对丝杠、滚柱、螺母和保持架进行受力分析,并介绍了上述零件的动力学方程推导过程。研究摩擦因数、螺母负载和结构参数对 PRSM 动力学特性的影响规律。

第六章为了验证本文所建立运动学和动力学模型的正确性,本章主要介绍了自主设计并搭建的 PRSM 综合性能试验台。然后,详细描述了 PRSM 样件的空载传动误差、效率和保持架转速测量的实验流程、实验条件和实验结果,并对实验测试结果与模型计算结果进行了对比分析。

第七章总结本文的工作和创新性成果,指出本文研究所存在的不足,并对基于本文工作可进一步开展的研究工作进行展望。

本文各章节之间的逻辑关系如图 1-9 所示。

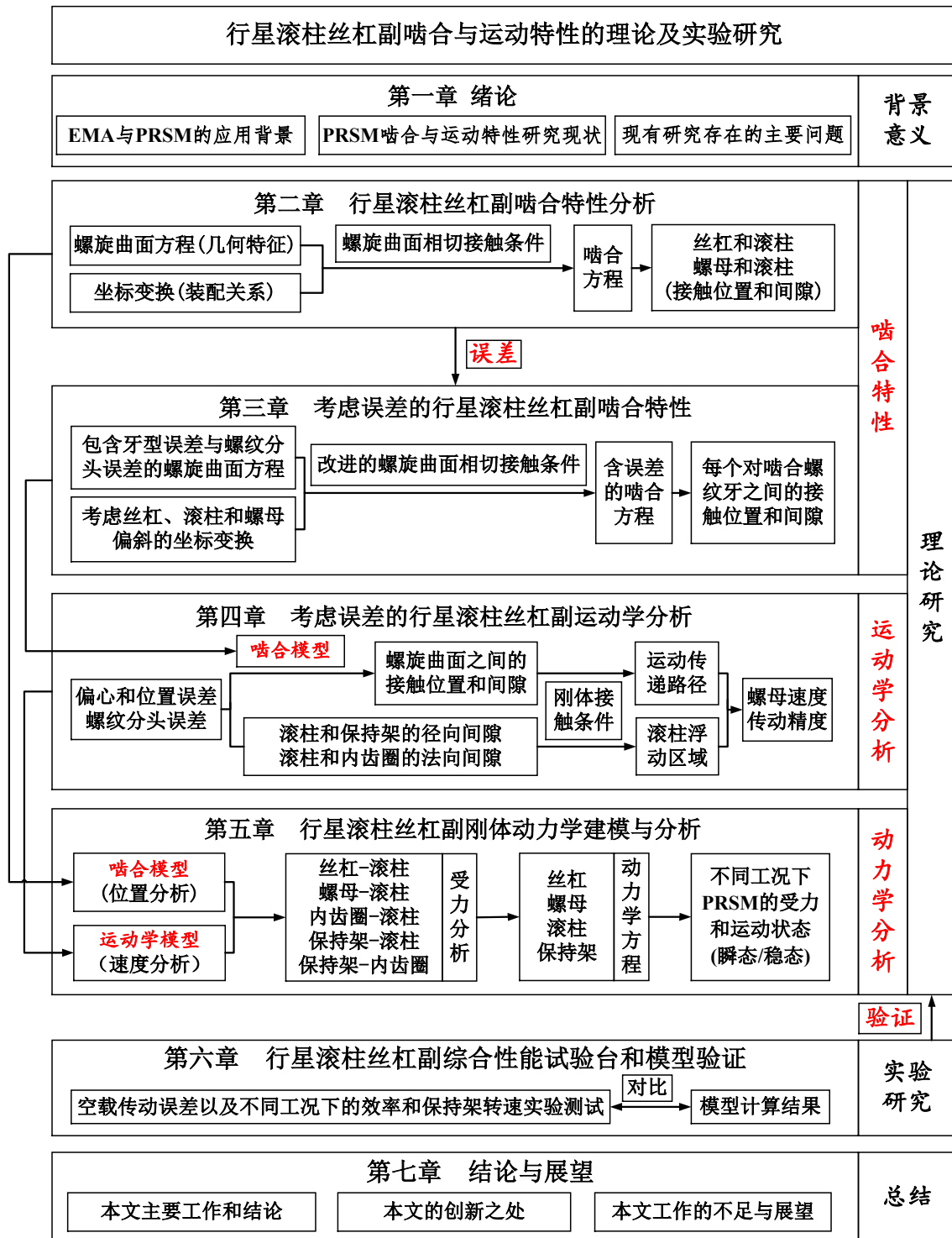


图 1-9 本文主要章节之间的逻辑关系



## 2 行星滚柱丝杠副啮合特性分析

### 2.1 概述

PRSM 的传动性能与丝杠、滚柱和螺母之间的接触位置和轴向间隙有着紧密的联系。例如：滚柱与丝杠和螺母之间的轴向间隙可能引起滚柱的偏斜<sup>[96]</sup>；通过改变滚柱螺纹的牙型轮廓，能够改善 PRSM 的承载性能<sup>[108]</sup>；丝杠和滚柱之间的接触点位置会影响丝杠和滚柱的实际传动比<sup>[109]</sup>；滚柱和螺母螺纹以及滚柱直齿和内齿圈的啮合节圆存在偏差时，滚柱将相对于螺母发生轴向窜动<sup>[119]</sup>；PRSM 中丝杠、滚柱和螺母的接触位置，会影响丝杠自转和滚柱公转之间的稳态角速度比(Steady-state Angular Velocity Ratio)以及部件的动力学特性<sup>[122]</sup>。因此，分析丝杠、滚柱和螺母螺旋曲面啮合特性是研究 PRSM 接触特性、摩擦磨损、润滑和效率等性能的基础。

Blinov<sup>[104]</sup>、赵英<sup>[105]</sup>、Ryakhovskiy<sup>[106]</sup>和 Fedosovsky<sup>[107]</sup>等通过在丝杠与滚柱以及螺母与滚柱的螺纹重叠区域中划分多个网格，将 PRSM 的螺旋曲面啮合问题，转化为计算大量网格节点处螺旋曲面坐标差值的数值问题。Jones<sup>[108]</sup>和 Liu<sup>[109]</sup>等基于丝杠、滚柱和螺母螺纹的中径螺旋曲线给出了 PRSM 接触位置计算公式。

针对现有 PRSM 数值啮合模型<sup>[104-107]</sup>计算效率低，解析啮合模型<sup>[108-109]</sup>无法直接计算 PRSM 轴向间隙与使用中径螺旋曲线螺旋升角代替对应零件在触点处螺旋升角的问题，本章将基于螺旋曲线的解析啮合模型发展为基于螺旋曲面的解析模型，以实现考虑 PRSM 牙型实际几何状态下接触位置、轴向间隙及其分布的计算。通过对比不同啮合模型的计算结果，分析各类啮合模型的特点，并验证本文模型的正确性。最后，讨论与分析结构参数对 PRSM 啮合特性的影响规律。

### 2.2 螺旋曲面方程

丝杠、滚柱和螺母螺纹的局部放大如图 2-1 所示，滚柱# $q$  表示第  $q$  个滚柱( $q=1, 2, \dots, n_{\text{roller}}, n_{\text{roller}}$  为滚柱的个数)， $\Pi_{iU}$  和  $\Pi_{iB}(i=S, N, q)$  分别表示丝杠、螺母或滚柱# $q$  的上螺旋曲面和下螺旋曲面，整体坐标系  $O-XYZ$  的  $Z$  轴与丝杠轴线重合， $X$  轴穿过滚柱#1 的轴线，局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  的  $z_{Pq}$  轴与丝杠轴线重合， $x_{Pq}$  轴穿过滚柱# $q$  的轴线。当不考虑 PRSM 的制造与装配误差以及受力变形时，各个滚柱与丝杠和螺母的啮合状态在对应局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中是相同的。

为了推导丝杠、滚柱和螺母的螺旋曲面方程，建立如图 2-2 所示的零件坐标系  $o_i-x_iy_iz_i$  与截面坐标系  $o'_i-u_iv_iw_i(i=S, N, q)$ 。零件坐标系  $o_i-x_iy_iz_i$  的  $z_i$  轴与对应丝杠、滚柱或螺母的轴线重合。图 2-2 中， $r_i$  为零件的名义半径， $r_i=d_i/2$ ， $d_i$  为零件的中径； $\lambda_i$  为零件的螺旋升角。定义半径  $r_i$ ，螺旋升角  $\lambda_i$  的圆柱螺旋线为中径螺旋曲线，曲线  $\Gamma_{i,0}^j$  为第  $j$  条螺纹所对应的中径螺旋线曲线，上标  $j=1, 2, \dots, n_i$ ， $n_i$  为头数。截面坐标系  $o'_i-u_iv_iw_i$  的原点  $o'_i$



在曲线  $\Gamma_{i,0}^j$  上,  $w_i$  轴与  $z_i$  轴平行, 平面  $u_i w_i$  通过  $z_i$  轴。

如图 2-2 所示, 定义  $\theta_{i,0}^j$  为曲线  $\Gamma_{i,0}^j$  在零件坐标系  $o_i-x_i y_i z_i$  中的起始角度。根据丝杠和螺母头数的关系,  $n_S=n_N$ , 以及滚柱头数,  $n_q=1$ 。使用  $\theta_{q,0}$  表示滚柱中径螺旋线  $\Gamma_{q,0}^1$  的起始角度。曲线  $\Gamma_{i,0}^j$  的起始角度  $\theta_{S,0}^j$ 、 $\theta_{q,0}$  和  $\theta_{N,0}^j$  需满足:

$$\theta_{S,0}^j = 2\pi(j-1)/n_S \quad j=1, 2, \dots, n_S \quad (2-1)$$

$$\theta_{q,0} = \pi \quad (2-2)$$

$$\theta_{N,0}^j = 2\pi(j-1)/n_S \quad j=1, 2, \dots, n_S \quad (2-3)$$

式中:

$n_S$ ——丝杠的头数。

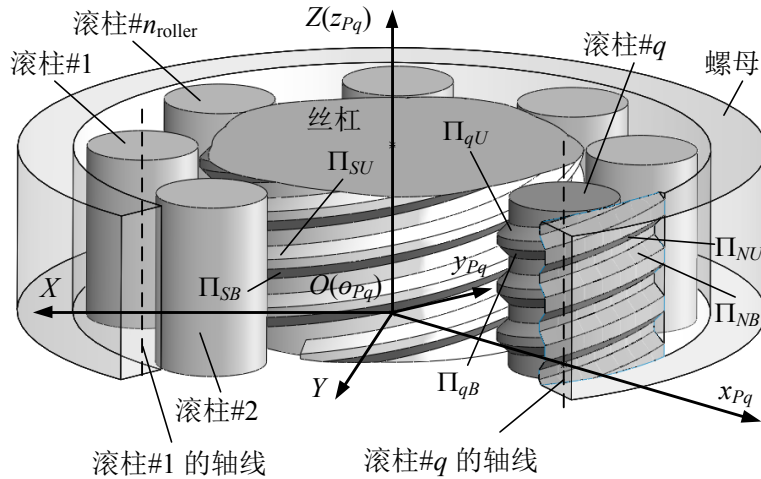


图 2-1 丝杠、滚柱和螺母螺纹的局部放大

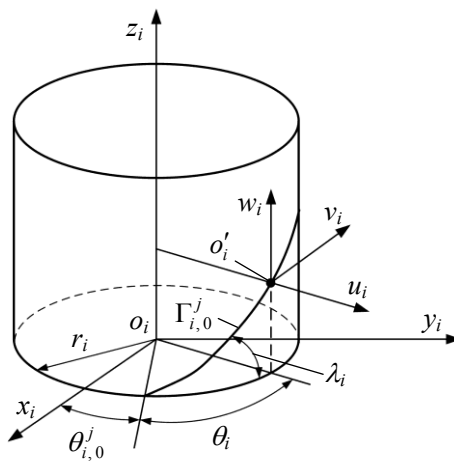


图 2-2 零件坐标系  $o_i-x_i y_i z_i$  和截面坐标系  $o'_i-u_i v_i w_i$

丝杠、滚柱和螺母在截面坐标系  $o'_i-u_i v_i w_i$  中的牙型轮廓分别如图 2-3(a)、(b)和(c)所示,  $\beta_i$ 、 $a_i$ 、 $b_i$ 和  $c_i$  分别对应零件螺纹的牙侧角、牙顶高、牙底高以及半牙厚;  $\Gamma_{iU}$ 、 $\Gamma_{iB}$



分别表示牙型轮廓的上、下轮廓线。

如图 2-3(b)所示,用  $r_{Tq}$  和  $o_{Tq}$  分别表示圆弧  $\Gamma_{qU}$  在平面  $u_q w_q$  中的半径与圆心。设  $(u_{Tq}, w_{Tq})$  为圆心  $o_{PR}$  的坐标,则坐标  $(u_{Tq}, w_{Tq})$  与牙侧角  $\beta_q$ 、半牙厚  $c_q$  和滚柱圆弧半径  $r_{Tq}$  有如下关系:

$$u_{Tq} = -r_{Tq} \sin \beta_q \quad (2-4)$$

$$w_{Tq} = -r_{Tq} \cos \beta_q + c_q \quad (2-5)$$

根据图 2-3 中所示的几何关系,丝杠、螺母及滚柱# $q$  的牙型轮廓参数需满足如下的约束条件:

$$0 < a_i < c_i / \tan \beta_i \quad (2-6)$$

$$0 < b_i < (P - 2c_i) / (2 \tan \beta_i) \quad (2-7)$$

$$r_{Tq} > \max \{a_q / (1 - \sin \beta_q), b_q / \sin \beta_q, (a_q^2 + c_q^2) / [2(c_q \cos \beta_q - a_q \sin \beta_q)]\} \quad (2-8)$$

式(2-7)中:

$P$ ——丝杠、螺母或滚柱# $q$  的螺距。

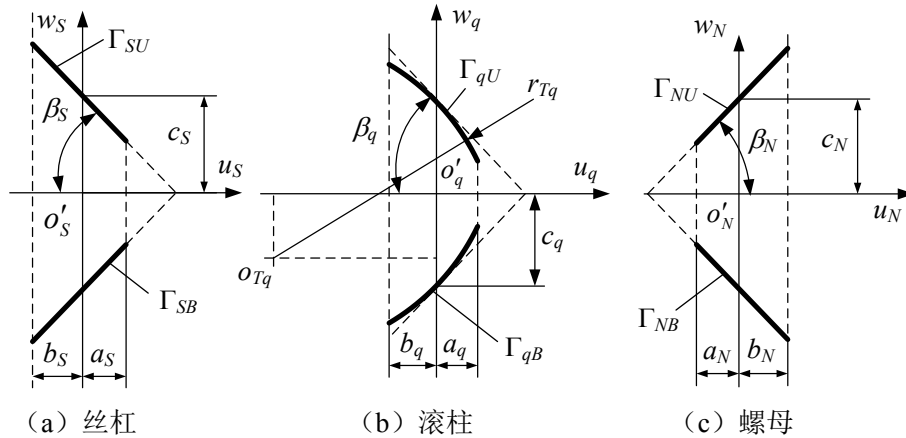


图 2-3 牙型轮廓

由图 2-2 可得截面坐标系  $o'_i - u_i v_i w_i$  向零件坐标  $o_i - x_i y_i z_i$  的坐标变换:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}'_i \cdot \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

其中:

$$\mathbf{T}'_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i + \theta_{i,0}^j) & -\sin(\theta_i + \theta_{i,0}^j) & 0 & r_i \cos(\theta_i + \theta_{i,0}^j) \\ \sin(\theta_i + \theta_{i,0}^j) & \cos(\theta_i + \theta_{i,0}^j) & 0 & r_i \sin(\theta_i + \theta_{i,0}^j) \\ 0 & 0 & 1 & \theta_i L_i / (2\pi) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

式中:

$L_i$ ——丝杠、螺母或滚柱# $q$ 的导程, 其与名义半径  $r_i$  和螺旋升角  $\lambda_i$  有如下关系:

$$L_i = 2\pi r_i \tan \lambda_i \quad (2-11)$$

由曲面的参数表示方法<sup>[110]</sup>, 利用式(2-9)可得丝杠、螺母和滚柱螺旋曲面在各零件坐标系  $o_i\text{-}x_i y_i z_i$  中的方程为:

$$\mathbf{r}_S^S(u_S, \theta_S) = \begin{bmatrix} (u_S + r_S) \cos(\theta_S + \theta_{S,0}^j) \\ (u_S + r_S) \sin(\theta_S + \theta_{S,0}^j) \\ \xi_S(c_S - u_S \tan \beta_S) + (\theta_S L_S) / (2\pi) \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

$$\mathbf{r}_q^q(u_q, \theta_q) = \begin{bmatrix} (u_q + r_q) \cos(\theta_q + \theta_{q,0}) \\ (u_q + r_q) \sin(\theta_q + \theta_{q,0}) \\ \xi_q(w_{Tq} + \sqrt{r_{Tq}^2 - (u_q + r_q \sin \beta_q)^2}) + (\theta_q L_q) / (2\pi) \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

$$\mathbf{r}_N^N(u_N, \theta_N) = \begin{bmatrix} (u_N + r_N) \cos(\theta_N + \theta_{N,0}^j) \\ (u_N + r_N) \sin(\theta_N + \theta_{N,0}^j) \\ \xi_N(c_N + u_N \tan \beta_N) + (\theta_N L_N) / (2\pi) \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

式中:

$u_i$  和  $\theta_i$ ——曲面坐标, 其中  $u_S \in [-b_S, a_S]$ ,  $u_N \in [-a_S, b_S]$ ,  $u_q \in [-b_q, a_q]$ 。

下标  $i$ —— $i=S, N, q$  分别代表丝杠、螺母和滚柱# $q$ ;

上标  $j$ —— $j=1, 2, \dots, n_S$ ,  $n_S$  为丝杠的头数。

当  $\xi_i = 1$  时, 式(2-12)-(2-14)表示上螺旋曲面  $\Pi_{iU}$  的方程; 当  $\xi_i = -1$  时, 式(2-12)-(2-14)表示下螺旋曲面  $\Pi_{iB}$  的方程。

根据微分几何原理<sup>[111]</sup>, 丝杠、滚柱或螺母螺旋曲面的外法线向量  $\mathbf{n}_i^i$  在对应零件坐标系  $o_i\text{-}x_i y_i z_i$  中为:

$$\mathbf{n}_i^i(u_i, \theta_i) = \frac{\partial \mathbf{r}_i^i}{\partial u_i} \times \frac{\partial \mathbf{r}_i^i}{\partial \theta_i} \quad (2-15)$$

将式(2-12)-(2-14)带入式(2-15)得:

$$\mathbf{n}_S^S(u_S, \theta_S) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_S + \theta_{S,0}^j) \tan \beta_S + \frac{\xi_S \sin(\theta_S + \theta_{S,0}^j) L_S}{2\pi(u_S + r_S)} \\ \sin(\theta_S + \theta_{S,0}^j) \tan \beta_S - \frac{\xi_S \cos(\theta_S + \theta_{S,0}^j) L_S}{2\pi(u_S + r_S)} \\ \xi_S \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

$$\mathbf{n}_q^q(u_q, \theta_q) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_q + \theta_{q,0}) \frac{u_q - u_{Tq}}{\sqrt{r_{Tq}^2 - (u_q - u_{Tq})^2}} + \frac{\xi_q \sin(\theta_q + \theta_{q,0}) L_q}{2\pi(u_q + r_q)} \\ \sin(\theta_q + \theta_{q,0}) \frac{u_q - u_{Tq}}{\sqrt{r_{Tq}^2 - (u_q - u_{Tq})^2}} - \frac{\xi_q \cos(\theta_q + \theta_{q,0}) L_q}{2\pi(u_q + r_q)} \\ \xi_q \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

$$\mathbf{n}_N^N(u_N, \theta_N) = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_N + \theta_{N,0}^j) \tan \beta_N + \frac{\xi_N \sin(\theta_N + \theta_{N,0}^j) L_N}{2\pi(u_N + r_N)} \\ -\sin(\theta_N + \theta_{N,0}^j) \tan \beta_N - \frac{\xi_N \cos(\theta_N + \theta_{N,0}^j) L_N}{2\pi(u_N + r_N)} \\ \xi_N \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

如图 2-4 所示, 丝杠、螺母与滚柱的装配关系能够使用零件坐标系  $o_i\text{-}x_i y_i z_i$  与整体坐标系  $O\text{-}XYZ$  中的方位关系来描述。为了避免与丝杠和螺母干涉, 滚柱在装配过程中需要绕其轴线旋转一定的角度。滚柱# $q$  绕其轴线的旋转角度(相对于整体坐标系  $O\text{-}XYZ$ )为  $\gamma_q = -(n_S - 1) \cdot \Phi_q$ , “-”表示滚柱绕其轴线顺时针旋转。由图 2-4 可得, 局部坐标系  $o_{Pq}\text{-}x_{Pq} y_{Pq} z_{Pq}$  向整体坐标系  $O\text{-}XYZ$  的坐标变换为:

$$\mathbf{T}_{Pq} = \begin{bmatrix} \cos \Phi_q & -\sin \Phi_q & 0 & 0 \\ \sin \Phi_q & \cos \Phi_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{Pq} & \mathbf{p}_{Pq} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

式中:

$$\Phi_q = (q - 1) \frac{2\pi}{n_{\text{roller}}} \quad (2-20)$$

零件坐标系  $o_i\text{-}x_i y_i z_i$  向整体坐标系  $O\text{-}XYZ$  的坐标变换矩阵能够表示为:

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_i & \mathbf{p}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (i = S, N, q) \quad (2-21)$$

式中:

$\mathbf{p}_i$ ——零件坐标系  $o_i-x_iy_iz_i$  的坐标原点  $o_i$  在整体坐标系  $O-XYZ$  的位置向量;

$\mathbf{H}_i$ ——零件坐标系  $o_i-x_iy_iz_i$  向整体坐标系  $O-XYZ$  变换的旋转矩阵。

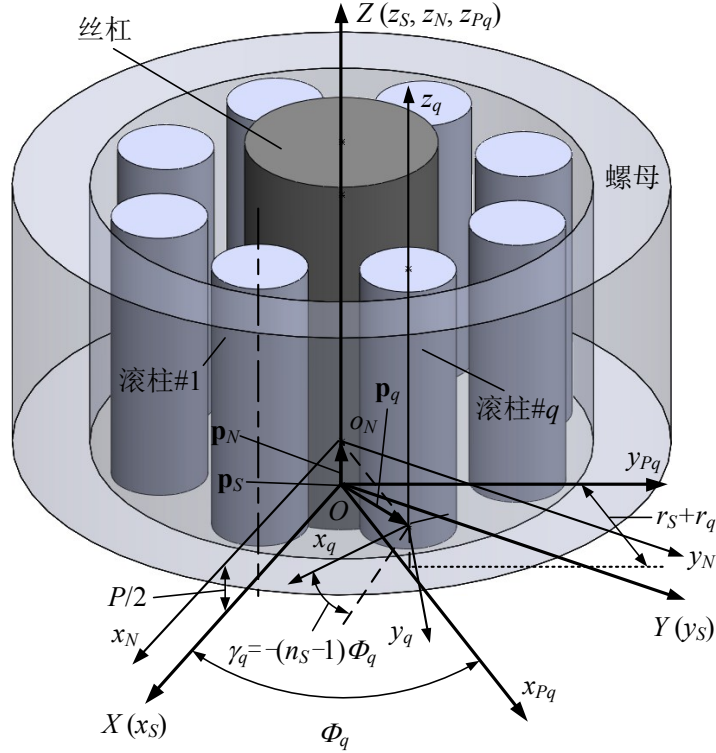


图 2-4 丝杠、螺母和滚柱的装配关系

由螺旋曲面方程(2-12)-(2-14)和图 2-4 可得:

$$\mathbf{p}_i = \begin{cases} [0, 0, 0]^T & (i = S) \\ [0, 0, P/2]^T & (i = N) \\ \mathbf{H}_{Pq} \cdot [r_S + r_q, 0, P/2]^T & (i = q) \end{cases} \quad (2-22)$$

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i & 0 \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

式中:

$$\gamma_i = \begin{cases} 0 & i = S, N \\ -(n_S - 1)\Phi_q & i = q \end{cases} \quad (2-24)$$

## 2.3 PRSM 螺旋曲面啮合模型

### 2.3.1 螺旋曲面的相切接触条件

在图 2-1 所示的 PRSM 螺纹三维模型中,分别过丝杠和滚柱# $q$  接触点以及螺母和滚柱# $q$  接触点作垂直于  $x_{Pq}$  轴的剖面。丝杠、滚柱和螺母螺纹在两剖面中的截面如图 2-5 所示。为了保证 PRSM 的正常装配和运动的流畅性,各零件的螺纹之间通常具有一定的间隙。图 2-5 为各零件相分离的状态。对于理想 PRSM,当螺母承受轴向载荷时,滚柱在丝杠侧或螺母侧的多个接触点均将位于和  $z_{Pq}$  轴平行的直线上。点  $O_{Sq}$  为丝杠和滚柱接触点在  $x_{Pq}O_{Pq}y_{Pq}$  平面中的投影,点  $O_{Nq}$  为螺母和滚柱接触点在  $x_{Pq}O_{Pq}y_{Pq}$  平面中的投影。

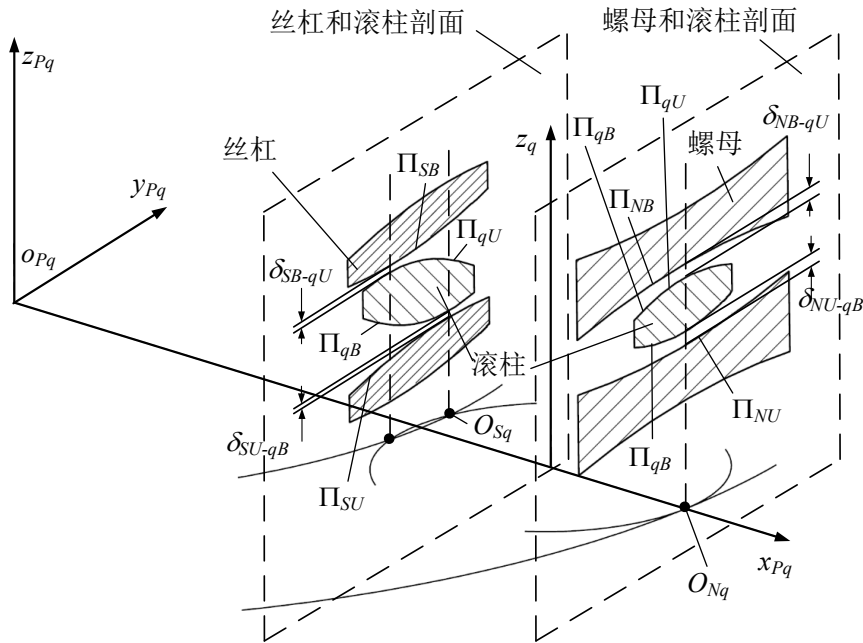


图 2-5 PRSM 接触点处的剖面<sup>[128]</sup>

定义图 2-5 中丝杠和滚柱或螺母和滚柱相邻两螺旋曲面之间的最小轴向距离为轴向间隙。 $\delta_{SB-qU}$  与  $\delta_{SU-qB}$  分别是螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  和  $\Pi_{qB}$  与  $\Pi_{SU}$  和  $\Pi_{qB}$  之间的轴向间隙; $\delta_{NB-qU}$  与  $\delta_{NU-qB}$  分别为螺旋曲面  $\Pi_{NB}$  和  $\Pi_{qU}$  与  $\Pi_{NU}$  和  $\Pi_{qB}$  之间的轴向间隙。Litvin<sup>[110]</sup>指出在传动过程中两相互啮合的曲面必须时刻处于相切接触状态,这要求两曲面在接触点处的位置向量和法线在任一瞬时都是重合的。因此 PRSM 的两螺旋曲面相啮合时,将处于相切接触的状态。由于螺旋曲面绕轴线转动引起的曲面方程变化能够等效为沿其轴线的移动,故通过引入丝杠、滚柱或螺母螺旋曲面沿轴线移动的向量以考虑两曲面之间的轴向间隙。

图 2-6 中,  $\Pi_l$  和  $\Pi_m$  表示 PRSM 中任意一对可能发生接触的螺旋曲面。曲面  $\Pi_l$  沿着向量  $\mathbf{d}_{lm}^{Pq} = [0, 0, \delta_{lm}]^T$  移动后与曲面  $\Pi_m$  在点  $o_{lm}$  处相接触,  $\delta_{lm}$  为螺旋曲面  $\Pi_l$  和  $\Pi_m$  的轴向间隙。上标  $Pq$  表示对应的向量表示在局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中。 $\mathbf{r}_l^{Pq}(u_l, \theta_l)$  和  $\mathbf{r}_m^{Pq}(u_m, \theta_m)$  分别表示  $\Pi_l$  和  $\Pi_m$  的曲面方程,  $\mathbf{n}_l^{Pq}(u_l, \theta_l)$  和  $\mathbf{n}_m^{Pq}(u_m, \theta_m)$  分别表示  $\Pi_l$  和  $\Pi_m$  的法线方程,  $(u_l, \theta_l)$  和  $(u_m, \theta_m)$  为曲面坐标。根据参考文献[110]并利用向量  $\mathbf{d}_{lm}^{Pq}$ , 能够得到

螺旋曲面 $\Pi_l$ 和 $\Pi_m$ 的相切接触条件:

$$\mathbf{r}_l^{Pq}(u_l, \theta_l) + \mathbf{d}_{lm}^{Pq} = \mathbf{r}_m^{Pq}(u_m, \theta_m) \quad (2-25)$$

$$\mathbf{n}_l^{Pq}(u_l, \theta_l) = \zeta_{lm} \cdot \mathbf{n}_m^{Pq}(u_m, \theta_m) \quad (2-26)$$

式中:

$\zeta_{lm}$ ——常数。

由式(2-25)可得:

$$[\mathbf{r}_l^{Pq}]_x = [\mathbf{r}_m^{Pq}]_x \quad (2-27)$$

$$[\mathbf{r}_l^{Pq}]_y = [\mathbf{r}_m^{Pq}]_y \quad (2-28)$$

$$[\mathbf{r}_l^{Pq}]_z + \delta_{lm} = [\mathbf{r}_m^{Pq}]_z \quad (2-29)$$

式中:

$[\mathbf{r}_l^{Pq}]_x$ 、 $[\mathbf{r}_l^{Pq}]_y$ 和 $[\mathbf{r}_l^{Pq}]_z$ ——向量 $\mathbf{r}_l^{Pq}$ 的 $x_{Pq}$ 、 $y_{Pq}$ 和 $z_{Pq}$ 坐标;

$[\mathbf{r}_m^{Pq}]_x$ 、 $[\mathbf{r}_m^{Pq}]_y$ 和 $[\mathbf{r}_m^{Pq}]_z$ ——向量 $\mathbf{r}_m^{Pq}$ 的 $x_{Pq}$ 、 $y_{Pq}$ 和 $z_{Pq}$ 坐标。

式(2-26)-(2-28)能够推导出含 4 个未知数  $u_l$ 、 $\theta_l$ 、 $u_m$ 、 $\theta_m$  的四个独立方程:

$$f_t(u_l, \theta_l, u_m, \theta_m) = 0 \quad f_t \in C^1 \quad (t=1, 2, 3, 4) \quad (2-30)$$

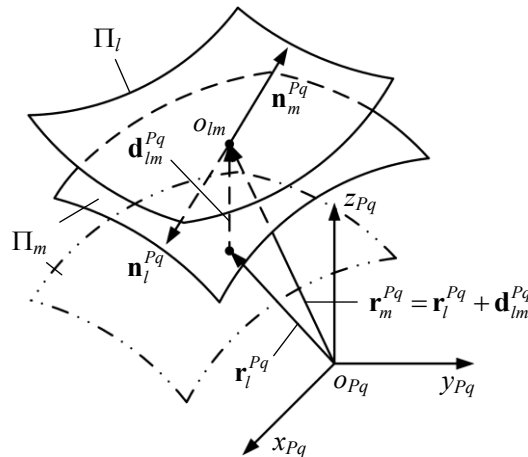


图 2-6 PRSM 两啮合曲面的相切接触

求解方程(2-30)可得接触点  $o_{lm}$  的位置。将求解结果带入式(2-29)中可求得轴向间隙  $\delta_{lm}$ 。图 2-7 为螺旋曲面 $\Pi_l$ 和 $\Pi_m$ 的初始状态与间隙 $\delta_{lm}$ 之间的关系。如图 2-7(a)所示, 当  $\delta_{lm} > 0$  时, 两螺旋曲面处于分离状态; 如图 2-7(b)所示, 当  $\delta_{lm} = 0$  时, 两螺旋曲面相接触; 如图 2-7(c)所示, 当间隙量  $\delta_{lm}$  为负值时,  $\delta_{lm}$  为两螺旋曲面之间的干涉量。

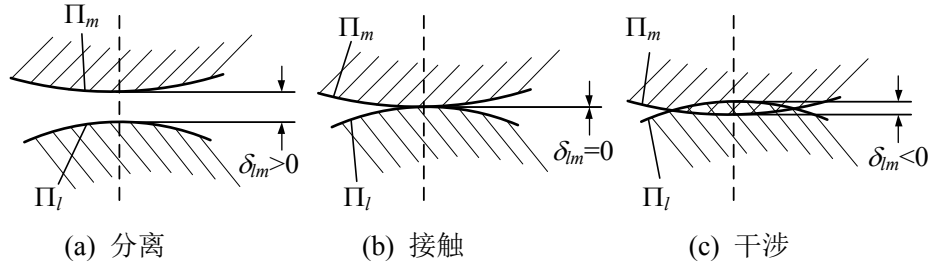
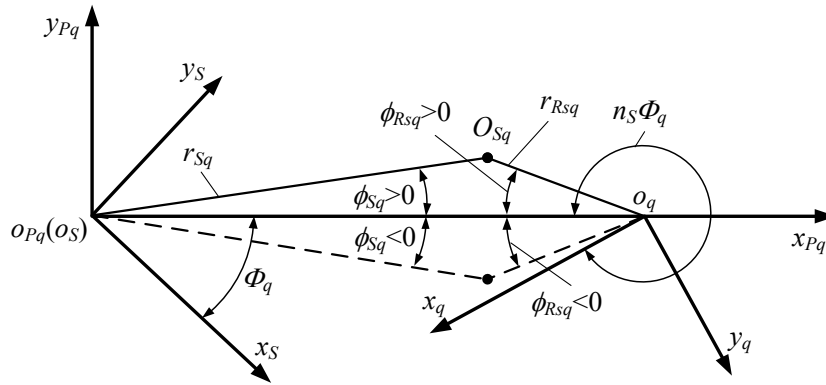


图 2-7 两螺旋曲面的初始状态与轴向间隙的关系

### 2.3.2 丝杠和滚柱的接触位置和轴向间隙

如图 2-8 所示, 丝杠和滚柱 $\#q$  之间接触点的位置能够通过其在平面  $x_{Pq}o_{Pq}y_{Pq}$  中投影点  $O_{Sq}$  与原点  $o_S$  和  $o_q$  的相对位置进行描述。图 2-8 中, 定义  $r_{Sq}$  和  $\phi_{Sq}$  分别为丝杠的啮合半径与啮合偏角,  $r_{Rs q}$  和  $\phi_{Rs q}$  分别为滚柱 $\#q$  在丝杠侧的啮合半径与啮合偏角, 并规定, 当向量  $\overrightarrow{o_S O_{Sq}}$  和  $\overrightarrow{o_q O_{Sq}}$  在  $y_{Pq}$ -方向上的分量大于零时, 啮合偏角  $\phi_{Sq} > 0$  和  $\phi_{Rs q} > 0$ , 当上述分量小于零时, 啮合偏角  $\phi_{Sq} < 0$  和  $\phi_{Rs q} < 0$ 。

图 2-8 丝杠和滚柱 $\#q$  接触点在平面  $x_{Pq}o_{Pq}y_{Pq}$  中的投影

使用滚柱螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  与丝杠螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  来说明啮合方程的推理过程。由式(2-12)和(2-13)可知, 丝杠和滚柱 $\#q$  的接触点在局部坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中的位置向量可分别表示为  $\mathbf{r}_{Sq}^{Pq}(u_{Sq}, \theta_{Sq})$  和  $\mathbf{r}_{Rs q}^{Pq}(u_{Rs q}, \theta_{Rs q})$ , 其中  $(u_{Sq}, \theta_{Sq})$  和  $(u_{Rs q}, \theta_{Rs q})$  为螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  和  $\Pi_{SB}$  在接触点处的曲面坐标。根据图 2-8 可得啮合半径  $r_{Sq}$  和  $r_{Rs q}$  与曲面坐标  $u_{Sq}$  和  $u_{Rs q}$  的关系为:

$$r_{Sq} = r_S + u_{Sq} \quad (2-31)$$

$$r_{Rs q} = r_q + u_{Rs q} \quad (2-32)$$

啮合偏角  $\phi_{Sq}$  和  $\phi_{Rs q}$  与曲面坐标  $\theta_{Sq}$  和  $\theta_{Rs q}$  具有如下关系:

$$\theta_{Sq} = \Phi_q + \phi_{Sq} \quad (2-33)$$

$$\theta_{Rs q} = n_S \Phi_q - \phi_{Rs q} \quad (2-34)$$

将式(2-31)和(2-33)带入(2-16), 并由(2-21)和(2-19)可得, 丝杠螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  在接触点

$o_{Sq}$  处的外法线向量在局部坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  的表达式为:

$$\mathbf{n}_{Sq}^{Pq} = \begin{bmatrix} \cos\phi_{Sq} \tan\beta_S - \sin\phi_{Sq} \tan\lambda_{Sq} \\ \sin\phi_{Sq} \tan\beta_S + \cos\phi_{Sq} \tan\lambda_{Sq} \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

式中:

$\lambda_{Sq}$ ——丝杠在接触点处的螺旋升角。

$\tan\lambda_{Sq}$  可表示为:

$$\tan\lambda_{Sq} = L_S / (2\pi r_{Sq}) \quad (2-36)$$

同理可得, 局部坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中曲面  $\Pi_{qU}$  在接触点处的外法线向量为:

$$\mathbf{n}_{Rs q}^{Pq} = \begin{bmatrix} -\cos\phi_{Rs q} \tan\beta_{Rs q} + \sin\phi_{Rs q} \tan\lambda_{Rs q} \\ \sin\phi_{Rs q} \tan\beta_{Rs q} + \cos\phi_{Rs q} \tan\lambda_{Rs q} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

式中:

$\lambda_{Rs q}$  和  $\beta_{Rs q}$ ——滚柱# $q$  在接触点处的螺旋升角和牙侧角。

$\tan\lambda_{Rs q}$  和  $\tan\beta_{Rs q}$  能够表示为:

$$\tan\lambda_{Rs q} = L_q / (2\pi r_{Rs q}) \quad (2-38)$$

$$\tan\beta_{Rs q} = \frac{r_{Rs q} - r_q - u_{Tq}}{\sqrt{r_{Tq}^2 - (r_{Rs q} - r_q - u_{Tq})^2}} \quad (2-39)$$

将式(2-35)和(2-37)代入式(2-26), 并由式(2-27)和(2-28)可得丝杠螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  与滚柱螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  之间的接触位置计算公式为:

$$\begin{cases} r_{Sc} \cos\phi_{Sq} = -r_{Rs q} \cos\phi_{Rs q} + r_S + r_q \\ r_{Sc} \sin\phi_{Sq} = r_{Rs q} \sin\phi_{Rs q} \\ \cos\phi_{Sq} \tan\beta_{S,0} - \sin\phi_{Sq} \tan\lambda_{Sq} = \cos\phi_{Rs q} \tan\beta_{Rs q} - \sin\phi_{Rs q} \tan\lambda_{Rs q} \\ \sin\phi_{Sq} \tan\beta_{S,0} + \cos\phi_{Sq} \tan\lambda_{Sq} = -\sin\phi_{Rs q} \tan\beta_{Rs q} - \cos\phi_{Rs q} \tan\lambda_{Rs q} \end{cases} \quad (2-40)$$

求解方程(2-40)能够获得丝杠和滚柱之间的啮合半径  $r_{Sq}$ 、 $r_{Rs q}$  与啮合偏角  $\phi_{Sq}$ 、 $\phi_{Rs q}$ 。再利用式(2-29)可得螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  和  $\Pi_{qU}$  之间的轴向间隙计算公式为:

$$\begin{aligned} \delta_{SB-qU} = & \frac{P}{2} - (c_S + c_q) + r_{Tq} \cos\beta_q + (r_{Sq} - r_S) \tan\beta_S \\ & - \sqrt{r_{Tq}^2 - (r_{Rs q} - r_q + r_{Tq} \sin\beta_q)^2} + \frac{\phi_{Sq} L_S + \phi_{Rs q} L_q}{2\pi} \end{aligned} \quad (2-41)$$



丝杠和滚柱# $q$  的轴向间隙  $\delta_{Sq}$  为螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  和  $\Pi_{qU}$  以及  $\Pi_{SU}$  和  $\Pi_{qB}$  轴向间隙的总和, 即:

$$\delta_{Sq} = \delta_{SB-qU} + \delta_{SU-qB} \quad (2-42)$$

由式(2-40)可得:

$$\sin \phi_{Sq} = \frac{r_{Rs q}(r_q + r_s)(\tan \beta_{Rs q} \tan \lambda_{Sq} + \tan \beta_s \tan \lambda_{Rs q})}{(r_{Sq} \tan \beta_{Rs q} + r_{Rs q} \tan \beta_s)^2 + (r_{Sq} \tan \lambda_{Rs q} - r_{Rs q} \tan \lambda_{Sq})^2} \quad (2-43)$$

根据式(2-40)和(2-43)可知, 当丝杠和滚柱的螺旋升角不为零时, 两者之间的啮合偏角便始终不为零, 即丝杠和滚柱之间的接触点总会偏离丝杠和滚柱轴线构成的平面。

通常情况下螺纹的牙顶高会小于其牙底高, 即  $a_i < b_i$ 。为了避免接触点位于丝杠或者滚柱# $q$  螺纹的边缘, 啮合半径  $r_{Sq}$  和  $r_{Rs q}$  需要满足如下条件:

$$r_{Sq} < r_s + a_s \quad (2-44)$$

$$r_{Rs q} < r_q + a_q \quad (2-45)$$

式中:

$a_s$  和  $a_q$ ——丝杠和滚柱# $q$  的牙顶高。

### 2.3.3 螺母和滚柱的接触位置和轴向间隙

如图 2-9 所示, 使用投影点  $O_{Nq}$  与原点  $o_N$  和  $o_q$  的相对位置来表示螺母和滚柱# $q$  之间的接触点位置。图 2-9 中,  $r_{Nq}$  和  $\phi_{Nq}$  分别为螺母的啮合半径与啮合偏角,  $r_{Rnq}$  和  $\phi_{Rnq}$  分别为滚柱在螺母侧的啮合半径和啮合偏角。当向量  $\overrightarrow{o_N O_{Nq}}$  和  $\overrightarrow{o_q O_{Nq}}$  在  $y_{Pq}$ -方向分量大于零时, 啮合偏角  $\phi_{Nq} > 0$  和  $\phi_{Rnq} > 0$ , 当上述分量小于零时, 啮合偏角  $\phi_{Nq} < 0$  和  $\phi_{Rnq} < 0$ 。

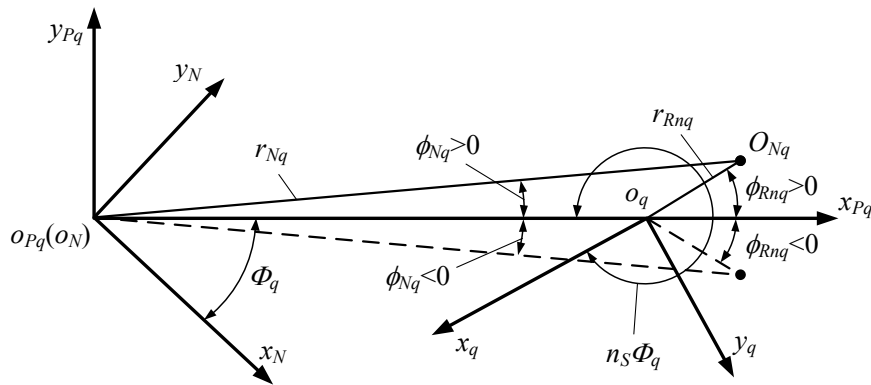


图 2-9 螺母和滚柱# $q$  接触点在平面  $x_{Pq} o_{Pq} y_{Pq}$  中的投影

螺母和滚柱# $q$  之间的啮合方程推导过程与丝杠和滚柱# $q$  相同。根据式(2-13)和(2-14)可得, 螺母和滚柱之间接触点在局部坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中的位置向量可分别表示为  $\mathbf{r}_{Nq}^{Pq}(u_{Nq}, \theta_{Nq})$  和  $\mathbf{r}_{Rnq}^{Pq}(u_{Rnq}, \theta_{Rnq})$ , 其中,  $(u_{Nq}, \theta_{Nq})$  和  $(u_{Rnq}, \theta_{Rnq})$  是螺旋曲面在接触点处的

曲面坐标。由图 2-9 可知, 螺母与滚柱的啮合半径与曲面坐标  $u_{Nq}$  和  $u_{Rnq}$  的关系为:

$$r_{Nq} = r_N + u_{Nq} \quad (2-46)$$

$$r_{Rnq} = r_q + u_{Rnq} \quad (2-47)$$

啮合偏角  $\phi_{Nq}$ 、 $\phi_{Rnq}$  与曲面坐标  $\theta_{Nq}$ 、 $\theta_{Rnq}$  的关系能够表示为:

$$\theta_{Nq} = \Phi_q + \phi_{Nq} \quad (2-48)$$

$$\theta_{Rnq} = \pi + n_s \Phi_q + \phi_{Rnq} \quad (2-49)$$

由曲面方程(2-13)和(2-14)、法向量方程(2-17)和(2-18)、相切接触条件(2-25)和(2-26)与式(2-46)-(2-49)可得螺母螺旋曲面  $\Pi_{NU}$  和滚柱螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  间的接触位置计算公式为:

$$\begin{cases} r_{Nq} \cos \phi_{Nq} = r_{Rnq} \cos \phi_{Rnq} + r_s + r_q \\ r_{Nc} \sin \phi_{Nq} = r_{Rnc} \sin \phi_{Rnq} \\ \cos \phi_{Nq} \tan \beta_N - \sin \phi_{Nq} \tan \lambda_{Nq} = \cos \phi_{Rnq} \tan \beta_{Rnq} - \sin \phi_{Rnq} \tan \lambda_{Rnq} \\ \sin \phi_{Nc} \tan \beta_N + \cos \phi_{Nq} \tan \lambda_{Nq} = \sin \phi_{Rnq} \tan \beta_{Rnq} + \cos \phi_{Rnq} \tan \lambda_{Rnq} \end{cases} \quad (2-50)$$

式中:

$\lambda_{Nq}$ ——螺母在接触点处的螺旋升角;

$\lambda_{Rnq}$  和  $\beta_{Rnq}$ ——滚柱# $q$  在接触点处的螺旋升角和牙侧角。

$\tan \lambda_{Nq}$ 、 $\tan \lambda_{Rnq}$  和  $\tan \beta_{Rnq}$  能够表示为:

$$\tan \lambda_{Nq} = L_N / (2\pi r_{Nq}) \quad (2-51)$$

$$\tan \lambda_{Rnq} = L_q / (2\pi r_{Rnq}) \quad (2-52)$$

$$\tan \beta_{Rnq} = \frac{r_{Rnq} - r_q - u_{Tq}}{\sqrt{r_{Tq}^2 - (r_{Rnq} - r_q - u_{Tq})^2}} \quad (2-53)$$

螺旋曲面  $\Pi_{NU}$  和  $\Pi_{qB}$  之间轴向间隙的计算公式为:

$$\begin{aligned} \delta_{NU-qB} = & \frac{P}{2} - (c_N + c_q) + r_{Tq} \cos \beta_q - (r_{Nq} - r_N) \tan \beta_N \\ & - \sqrt{r_{Tq}^2 - (r_{Rnq} - u_{Rnq} + r_{Tq} \sin \beta_q)^2} + \frac{\phi_{Nq} L_N - \phi_{Rnq} L_q}{2\pi} \end{aligned} \quad (2-54)$$

螺母和滚柱# $q$  之间的轴向间隙  $\delta_{Nq}$  为螺旋曲面  $\Pi_{NB}$  和  $\Pi_{qU}$  以及  $\Pi_{NU}$  和  $\Pi_{qB}$  轴向间隙的总和, 即:

$$\delta_{Nq} = \delta_{NB-qU} + \delta_{NU-qB} \quad (2-55)$$

将螺母中径和滚柱中径的切点位置  $\phi_{Nq} = \phi_{Rnq} = 0^\circ$ ,  $r_{Nq} = r_N$ ,  $r_{Rnq} = r_q$  带入啮合方程(2-50)

可知,若滚柱与螺母具有相同的牙侧角,即 $\beta_N=\beta_q$ 时,则螺母和滚柱接触点将位于二者螺纹中径的切点处。为了防止接触点位于螺母和滚柱 $\#q$ 的螺纹边缘,啮合半径 $r_{Rnq}$ 和 $r_{Nq}$ 需要满足如下的限制:

$$r_{Rnq} < r_q + a_q \quad (2-56)$$

$$r_{Nq} > r_N - a_N \quad (2-57)$$

式中:

$a_N$ ——螺母螺纹牙的牙顶高。

## 2.4 不同啮合模型的结果对比与螺旋曲面的轴向间隙分布

### 2.4.1 不同 PRSM 啮合模型的计算结果对比

为了分析不同啮合模型的特点并验证本章所建 PRSM 曲面解析啮合模型(简称:曲面啮合模型)的正确性,本节将采用表 2-1 中的结构参数,对 Jones 模型<sup>[108]</sup>、Blinvo 模型<sup>[104]</sup>和曲面啮合模型的计算结果进行对比分析。采用 Matlab 2010a 编译三类模型计算接触位置与轴向间隙的程序,并记录每个模型的计算时间(计算机 CPU 型号: Intel Core i3-3220)。

表 2-1 PRSM 的结构参数

参数	符号	丝杠	滚柱	螺母
名义半径	$r_i/\text{mm}$	9.75	3.25	16.25
牙顶高	$a_i/\text{mm}$	0.4	0.4	0.4
牙底高	$b_i/\text{mm}$	0.55	0.55	0.55
半牙厚	$c_i/\text{mm}$	0.44	0.47	0.52
牙侧角	$\beta_i/(\circ)$	45	45	45
头数	$n_i$	5	1	5
螺距	$P/\text{mm}$	2	2	2
滚柱轮廓半径	$r_{Tq}/\text{mm}$	-	4.596	-

三类模型的计算结果与计算时间对比如表 2-2 所示。由于 Jones 模型<sup>[108]</sup>使用丝杠、滚柱和螺母在中径处的螺旋升角代替了接触点处的螺旋升角,所以该模型的求解方程简单,求解速度是三类模型中最快的。层面划分精度对 Blinvo 模型<sup>[104]</sup>的计算结果和计算时间影响很大。当层面划分的精度提高时, Blinvo 模型<sup>[104]</sup>花费的计算时间会大幅增加。

表 2-2 中,简化的曲面啮合模型是指采用丝杠、滚柱和螺母中径处的螺旋升角代替曲面啮合模型中接触点处的螺旋升角,即假设 $\lambda_{Sc}=\lambda_s$ ,  $\lambda_{Rsc}=\lambda_q$ ,  $\lambda_{Nc}=\lambda_N$ 和 $\lambda_{Rnc}=\lambda_q$ 。由于该简化模型基于式(2-40)和(2-50)进行计算,所以计算时间相比于表 2-2 中的曲面啮合模型并未降低很多。根据 Jones 模型<sup>[108]</sup>的建模过程可知,简化的曲面啮合模型与 Jones 模

型<sup>[108]</sup>是等价的。因此,简化的曲面啮合模型与 Jones 模型<sup>[108]</sup>在表 2-2 中的计算结果完全相同。综上,本章所建立的曲面啮合模型在一定条件下能够退化为 Jones 模型<sup>[108]</sup>,并能够同时计算 PRSM 的接触位置与轴向间隙。

表 2-2 不同 PRSM 啮合模型的计算结果与计算时间

			Blinvo 模型 <sup>[104]</sup>		简化的 曲面 啮合模型**	曲面 啮合模型	
			Jones 模型 <sup>[108]</sup>	$u'/(mm) \times \theta'(^{\circ})^*$			
				0.1×0.1			10 <sup>-2</sup> ×10 <sup>-2</sup>
接触 位置	$r_{Sq}/mm$	9.8180	9.8470 (0.29%) ***	9.8147 (0.03%)	9.8180 (0%)	9.8173 (0.07‰)	
	$\phi_{Sq}/(^{\circ})$	3.6813	3.4989 (4.95%)	3.6634 (0.48%)	3.6813 (0%)	3.6605 (5.70‰)	
	$r_{Rsq}/mm$	3.2637	3.2278 (1.10%)	3.2662 (0.08%)	3.2637 (0%)	3.2635 (0.06‰)	
	$\phi_{Rsq}/(^{\circ})$	11.1366	10.7301 (3.65%)	11.0696 (0.60%)	11.1366 (0%)	11.0730 (5.71‰)	
	$r_{Nq}/mm$	16.2500	16.2277 (0.14%)	16.2470 (0.02%)	16.2500 (0%)	16.2500 (0%)	
	$\phi_{Nq}/(^{\circ})$	0	0.1094 (-)	0.0109 (-)	0 (0%)	0 (0%)	
	$r_{Rnq}/mm$	3.2500	3.2278 (0.68%)	3.2470 (0.09%)	3.2500 (0%)	3.2500 (0%)	
	$\phi_{Rnq}/(^{\circ})$	0	0.5499 (-)	0.0544 (-)	0 (0%)	0 (0%)	
轴向	$\delta_{Sq}/mm$	-	0.0163	0.0153	-	0.0153	
间隙	$\delta_{Nq}/mm$	-	0.0206	0.0200	-	0.0200	
计算 时间	$s$	0.0201	0.0656	22.1813	0.2450	0.2370	

注\*: 表示 Blinvo 模型的层面划分精度。

注\*\*: 在  $\lambda_{Sc}=\lambda_s$ ,  $\lambda_{Rsc}=\lambda_q$ ,  $\lambda_{Nc}=\lambda_N$  和  $\lambda_{Rnc}=\lambda_q$  的简化条件下,使用式(2-40)和(2-50)计算接触点位置。

注\*\*\*: 该表格括号中的百分数与千分数为不同模型的计算结果与 Jones 模型计算结果的相对值。

#### 2.4.2 啮合螺旋曲面的轴向间隙分布

相比于基于螺旋曲线所建立的 PRSM 啮合模型<sup>[108-109]</sup>,根据本章曲面啮合模型及其求解结果还能够对 PRSM 两啮合螺旋曲面的轴向间隙分布进行分析。采用 2.4.1 节中的 PRSM 结构参数,计算得到图 2-1 中丝杠上螺旋曲面  $\Pi_{SU}$  和对应滚柱下螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  相接触以及丝杠下螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  和对应滚柱上螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  相接触时,两螺旋曲面之间轴向间隙分布的等高线图如图 2-10 (a)和(b)。使用相同方法,计算得到图 2-1 中螺母和滚柱的对应螺旋曲面接触时,二者之间轴向间隙分布的等高线图分别如图 2-11 (a)和(b)所示。

图 2-10 和图 2-11 中,  $x_{Pq}$  与  $y_{Pq}$  分别表示坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  的横纵坐标, 等高线表示两接触曲面在不同位置的轴向间隙, 单位均为 mm; 直线  $y_{Pq}=0$  为过滚柱圆心和丝杠或螺母圆心的连线, 即图 2-1 中坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  的  $x_{Pq}$  轴;  $r_{Sa}$  为丝杠的牙顶圆半径,  $r_{Sa}=r_s+a_s$ ;  $r_{qa}$  为滚柱的牙顶圆半径,  $r_{qa}=r_q+a_q$ ;  $r_{Na}$  为螺母的牙顶圆半径,  $r_{Na}=r_N-a_N$ 。由图 2-10 和图 2-11 可得, 两接触螺旋曲面在不同位置的轴向间隙将随着偏离接触点而逐渐增大。同时, 图 2-10 (a)和(b)、图 2-11 (a)和(b)关于直线  $y_{Pq}=0$  对称。

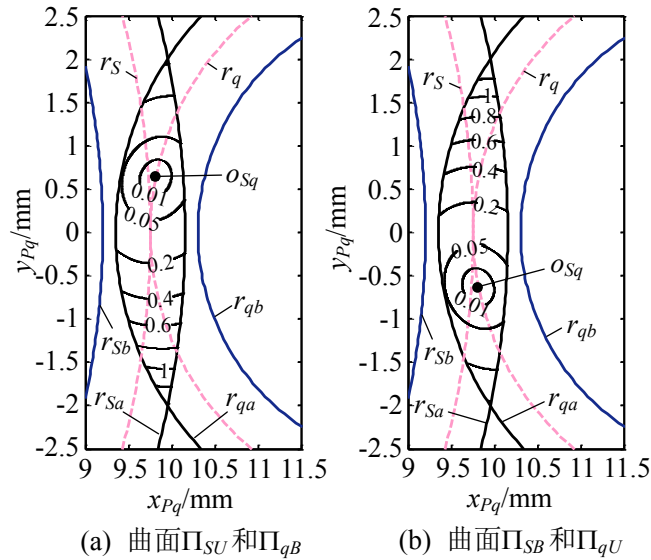


图 2-10 丝杠和滚柱# $q$  螺旋曲面接触时的轴向间隙分布

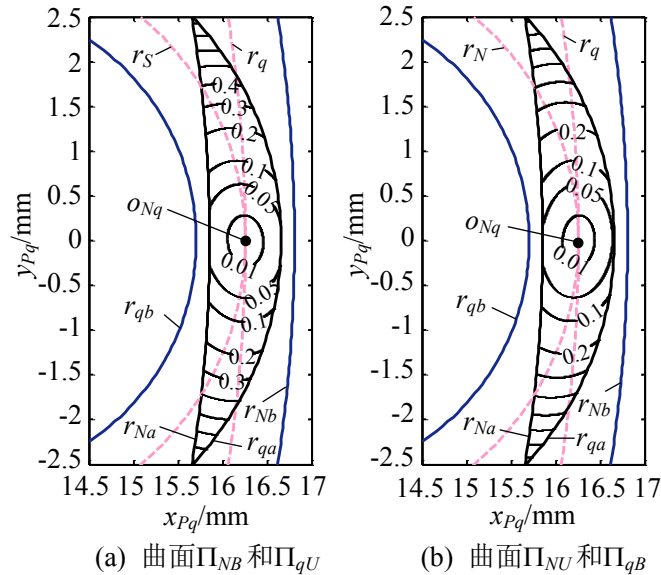


图 2-11 螺母和滚柱# $q$  螺旋曲面接触时的轴向间隙分布

## 2.5 结构参数对 PRSM 啮合特性的影响

### 2.5.1 螺距影响

当螺距  $P$  等于 0.5mm、1mm、1.5mm、2mm、2.5mm 或 3mm 时, 丝杠和滚柱螺旋

曲面 $\Pi_{SU}$ 和 $\Pi_{qB}$ 以及 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{qU}$ 之间的接触位置如图 2-12 所示。当螺距改变时,丝杠和滚柱螺纹的半牙厚、牙顶高和牙底高会随之改变。为了研究螺距对 PRSM 啮合特性的影响,这里假设牙顶高和牙底高并不发生变化。由方程(2-40)可知,丝杠啮合半径 $r_{Sq}$ 将随着螺距的增加明显的变大,而滚柱啮合半径 $r_{RsQ}$ 只是随着螺距的增大而微小的增加。因此,在图 2-12 中,随着螺距的增大,丝杠和滚柱的接触位置将远离丝杠与滚柱回转中心的连线,并且接触位置总是在滚柱节圆附近。如图 2-12 所示,螺旋曲面 $\Pi_{SU}$ 和 $\Pi_{qB}$ 以及 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{qU}$ 之间的接触在平面 $x_{Pq}O_{Pq}y_{Pq}$ 中的投影位置关于 $x_{Pq}$ 轴对称。由啮合方程(2-50)可知,当螺母和滚柱的牙侧角相同时,螺距不会影响螺母和滚柱的接触点位置,并且该接触点将始终位于两者节圆的切点处。

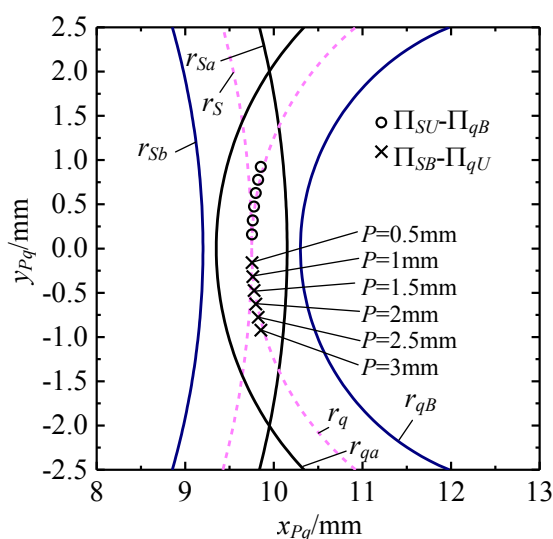
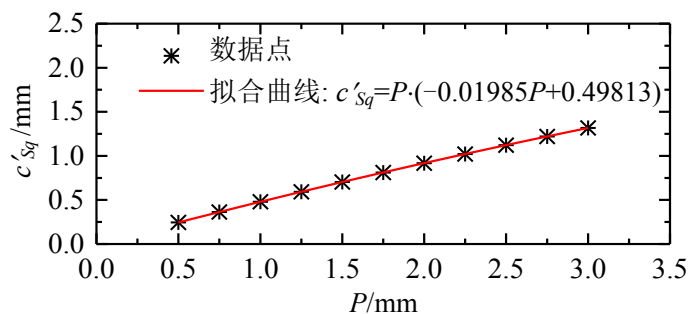
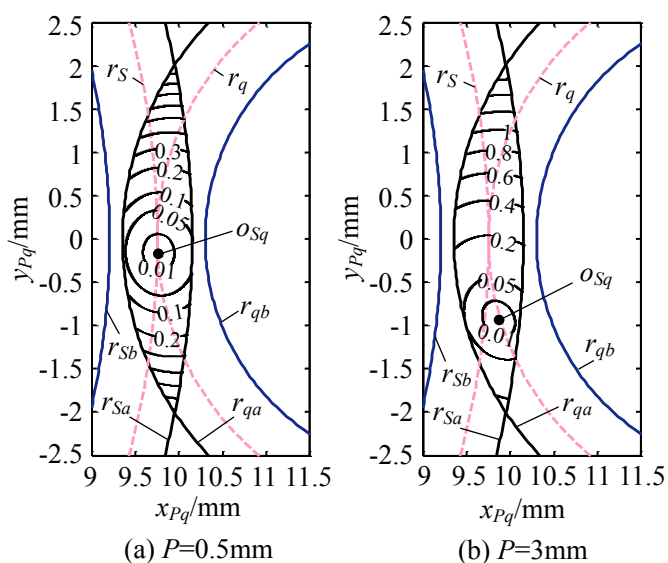
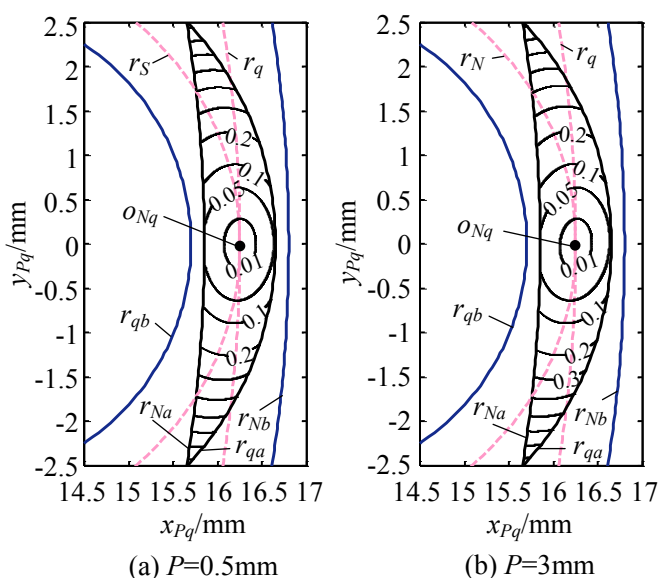


图 2-12 不同螺距下丝杠和滚柱之间的接触位置

在 PRSM 的结构设计中,丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的轴向间隙会影响到整个机构的运动流畅性与预紧状态。设 $c'_{Sq}$ 和 $c'_{Nq}$ 分别是 PRSM 的丝杠侧和螺母侧零间隙牙厚设计量,即当 $c_S+c_q=c'_{Sq}$ 且 $c_N+c_q=c'_{Nq}$ 时,该机构的轴向间隙为零。

由于螺母和滚柱的接触点位于两者节圆的切点处,所以 $c'_{Nq}=P/2$ ,其中, $P$ 为螺距。丝杠和滚柱零间隙牙厚设计量 $c'_{Sq}$ 随螺距的变化如图 2-13 所示。由图 2-13 可得, $c'_{Sq}$ 的值始终小于 $P/2$ 。同时随着螺距增大, $c'_{Sq}$ 与螺距的比值在逐渐减小。

当螺距 $P$ 等于 0.5mm 或 3mm 时,丝杠和滚柱 $\#q$ 以及螺母和滚柱 $\#q$ 的螺旋曲面在接触状态下的轴向间隙分布如图 2-14 和图 2-15 所示。由图 2-14 和图 2-15 可知,螺距主要影响丝杠与滚柱接触点的位置,而对接触点附近区域螺旋曲面之间的轴向间隙分布影响很小。

图 2-13 PRSM 的丝杠侧零间隙牙厚设计量  $c'_{sq}$  随螺距的变化图 2-14 当  $P=0.5\text{mm}$  或  $P=3\text{mm}$  时, 螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  和  $\Pi_{qU}$  的轴向间隙分布图 2-15 当  $P=0.5\text{mm}$  或  $P=3\text{mm}$  时, 螺旋曲面  $\Pi_{NU}$  和  $\Pi_{qB}$  的轴向间隙分布

### 2.5.2 牙侧角影响

当丝杠和滚柱的牙侧角相同时, 牙侧角对两者接触点位置的影响如图 2-16 所示。

由图 2-16 可知, 当丝杠和滚柱的牙侧角减小时, 接触位置将远离丝杠和滚柱中心的连线。根据式(2-50), 丝杠的啮合半径比滚柱的啮合半径对牙侧角的变化更敏感, 所以在图 2-16 中, 接触位置均在滚柱节圆附近。采用与图 2-13 类似的分析方法可得, 当丝杠和滚柱牙侧角同时减小(或增大)时, 丝杠和滚柱零间隙牙厚设计量会随之减小(或增大)。

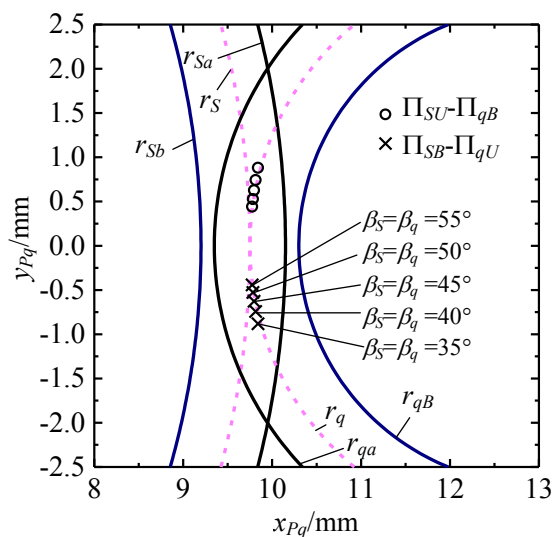


图 2-16 牙侧角改变时丝杠和滚柱之间的接触位置

当 $\beta_s = \beta_q = 35^\circ$ 或 $\beta_s = \beta_q = 55^\circ$ 时, 丝杠和滚柱以及螺母和滚柱的接触螺旋曲面在接触点附近的轴向间隙分布如图 2-17 和图 2-18 所示。由图 2-17 和图 2-18 可知, 当牙侧角增大时, 接触点附近的轴向间隙将增大。同时, 若螺母和滚柱的牙侧角相同, 则两者的接触点始终位于节圆切点处。

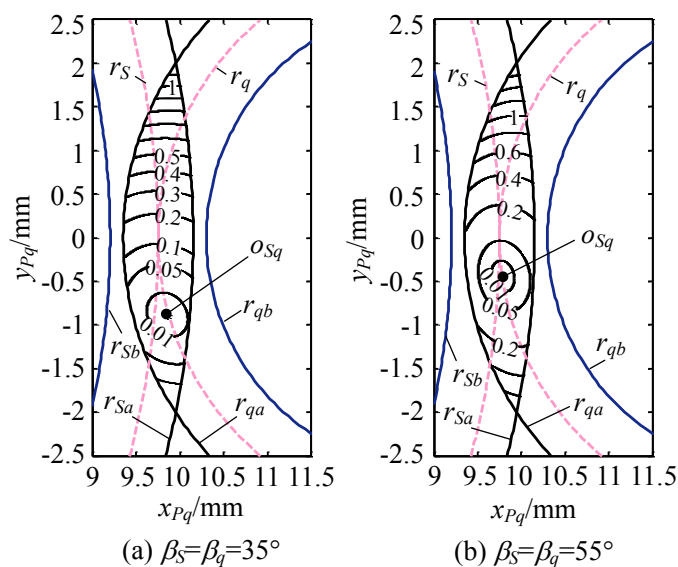
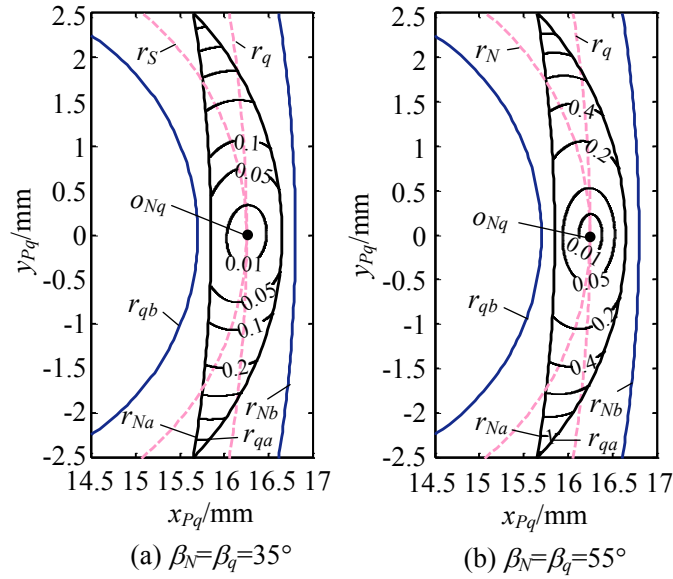


图 2-17 当 $\beta_s = \beta_q = 35^\circ$ 或 $\beta_s = \beta_q = 55^\circ$ 时, 螺旋曲面 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{qU}$ 的轴向间隙分布




 图 2-18 当 $\beta_N = \beta_q = 35^\circ$ 或 $\beta_N = \beta_q = 55^\circ$ 时, 螺旋曲面 $\Pi_{NU}$ 和 $\Pi_{qB}$ 的轴向间隙分布

### 2.5.3 滚柱轮廓半径影响

当 $r_{Tq}$ 等于 3mm、4.594mm、20mm、40mm、60mm 和 80mm 时, 丝杠和滚柱之间的接触点位置如图 2-19 所示。由图 2-19 可得, 当滚柱轮廓半径增大时, 丝杠与滚柱之间的接触点会向滚柱螺纹的牙顶以及丝杠螺纹的牙根部分移动。滚柱轮廓半径对 PRSM 螺旋曲面之间的轴向间隙分布的影响如图 2-20 和图 2-21 所示, 其中使用 $r_{Tq} = \infty$ 表示滚柱牙型轮廓为直线的情况。由图 2-20 和图 2-21 可得, 滚柱轮廓半径会对 PRSM 螺旋曲面之间的轴向间隙分布状态产生很大的影响。当滚柱牙型轮廓为直线时, 丝杠和滚柱之间的接触点位于滚柱螺纹的边缘, 螺母和滚柱为线接触且接触线通过两者分度圆的切点。

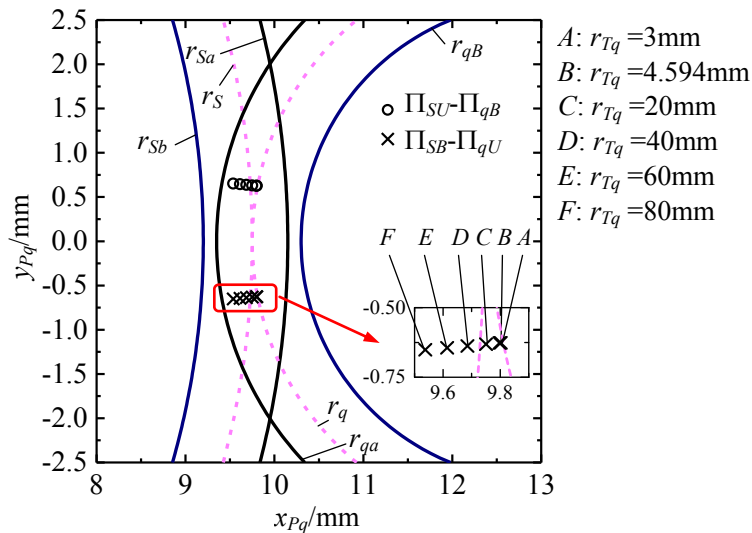
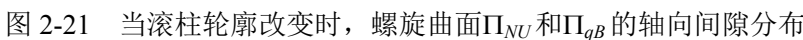
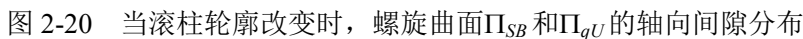


图 2-19 不同滚柱轮廓半径下丝杠和滚柱之间的接触位置



本章将基于螺旋曲线的 PRSM 解析啮合模型<sup>[108-109]</sup>发展为基于螺旋曲面的解析啮合模型, 实现了考虑牙型实际几何状态下接触位置、轴向间隙及其分布的计算。该模型包含了全面的 PRSM 螺旋曲面几何特征与装配关系, 能够同时计算丝杠与滚柱以及螺母与滚柱之间的接触位置与轴向间隙, 并且计算效率远高于 PRSM 数值啮合模型<sup>[104-107]</sup>。

(1) 当丝杠、滚柱和螺母牙侧角相同时, 丝杠和滚柱的接触点会偏离丝杠和滚柱轴组成的平面, 螺母和滚柱的接触点将位于两者节圆的切点处。丝杠螺纹两侧的螺旋曲面对应滚柱螺旋曲面啮合时, 二者的轴向间隙分布等高线图关于过丝杠和滚柱圆心的

直线对称；螺母螺纹两侧的螺旋曲面与对应滚柱螺旋曲面啮合时，二者的轴向间隙分布等高线图将关于过螺母和滚柱圆心的直线对称。

(2) 随着螺距的增大，丝杠和滚柱的接触点将远离丝杠与滚柱回转中心的连线，并且该接触点总是在滚柱节圆附近。螺距对两啮合螺旋曲面在接触点附近区域的轴向间隙分布影响很小。PRSM 丝杠侧零间隙牙厚设计量始终小于螺距的一半，螺母侧零间隙牙厚设计量等于螺距的一半。

(3) 当丝杠和滚柱的牙侧角同时减小时，两者的接触位置将远离丝杠和滚柱回转中心的连线，同时 PRSM 丝杠侧零间隙牙厚设计量会随之减小。当丝杠、滚柱和螺母牙侧角同时增大时，PRSM 中两啮合螺旋曲面在接触点附近的轴向间隙将增大。

(4) 当滚柱轮廓半径增大时，丝杠与滚柱之间的接触点会向滚柱螺纹的牙顶以及丝杠螺纹的牙根部移动。当滚柱牙型轮廓为直线时，丝杠和滚柱之间的接触点位于滚柱螺纹牙的边缘，螺母和滚柱为线接触且接触线通过两者分度圆的切点。



### 3 考虑误差的行星滚柱丝杠副啮合特性

#### 3.1 概述

丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间存在的大量接触对,使得 PRSM 具有高功率密度的优点。理想状态下,丝杠和滚柱或螺母和滚柱之间的多对螺纹牙具有相同的轴向间隙与接触位置。实际状态下,受加工与装配误差的影响,PRSM 中的各对螺纹牙会具有不同的轴向间隙,并且螺纹牙上的接触点也可能偏离其理想位置。各对螺纹牙之间轴向间隙以及接触位置的差异会改变 PRSM 的承载、摩擦、磨损和润滑等传动性能。

现有 PRSM 啮合模型<sup>[104-109]</sup>大多假设丝杠、滚柱和螺母的轴线相互平行,并且无法分析各对螺纹牙之间轴向间隙和接触位置存在差异时的 PRSM 啮合状态。此外,在某些特殊的使用工况下<sup>[96]</sup>,除轴向接触位置和间隙外,丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的径向与横向接触位置与间隙也应给予研究。

针对上述问题,本章将考虑实际 PRSM 存在牙型误差、螺纹分头误差和零件偏斜等因素,建立贴合工程实际的 PRSM 啮合模型。首先,推导包含牙型误差和螺纹分头误差的螺旋曲面方程,并采用坐标变换对丝杠、滚柱和螺母偏斜进行描述。其次,对第二章中的螺旋曲面相切接触条件进行改进,使其能够计算两啮合螺旋曲面在任意方向的接触位置和间隙。为了区分 PRSM 中不同的啮合螺旋曲面对,本章将对丝杠、滚柱和螺母的螺纹牙和多头螺纹进行编号,并归纳出任意一对相啮合螺旋曲面所对应的螺纹牙编号和多头螺纹编号之间的关系。在此基础上,推导得到 PRSM 中任意一对相啮合螺旋曲面之间的啮合方程。最后,探究间隙向量方向、牙型误差、螺纹分头误差、滚柱偏斜和螺母偏斜对 PRSM 啮合特性的影响规律。

#### 3.2 PRSM 误差的描述

##### 3.2.1 牙型误差和螺纹分头误差

牙型误差定义为实际牙型轮廓与理想牙型轮廓之间的差异。本文仅考虑了如图 3-1 所示的牙型误差,其中 $\Delta r_i$ 、 $\Delta \beta_i$ 和 $\Delta c_i$  ( $i=S, N, q$ )分别为丝杠、螺母或滚柱# $q$ 的名义半径误差、牙侧角误差与半牙厚误差; $\Delta r_{Tq}$ 为的滚柱轮廓半径误差。

当存在牙型误差时,滚柱牙型圆弧轮廓的中心点 $o_{Tq}$ (图 2-4)在 $u_q o'_q w_q$ 平面中的坐标( $u_{Tq}$ ,  $w_{Tq}$ )为:

$$u_{Tq} = -(r_{Tq} + \Delta r_{Tq}) \sin(\beta_q + \Delta \beta_q) \quad (3-1)$$

$$w_{Tq} = -(r_{Tq} + \Delta r_{Tq}) \cos(\beta_q + \Delta \beta_q) + c_q + \Delta c_q \quad (3-2)$$

丝杠或螺母的多头螺纹通常依次进行磨削,故各条螺纹之间会存在分头误差<sup>[129]</sup>。

如图 3-2 所示,使用第  $j$  条中径螺旋曲线的起始角度的偏差  $\Delta\theta_{i,0}^j$  来描述螺纹的分头误差。

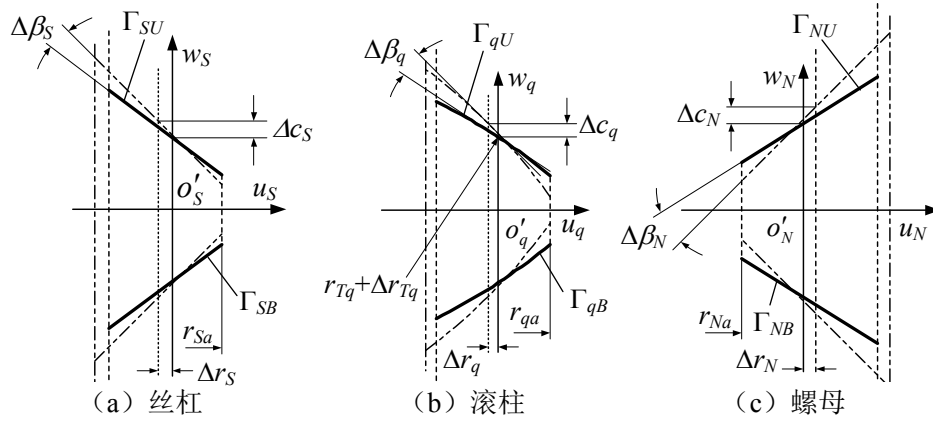


图 3-1 牙型误差

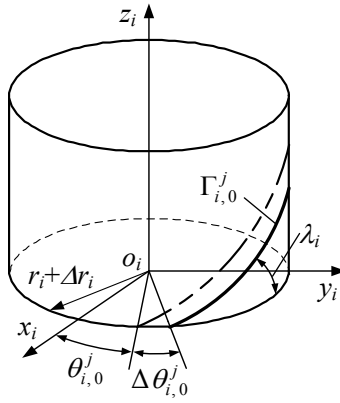


图 3-2 螺纹的分头误差

参照第 2 章中螺旋曲面方程的建立方法,可得包含牙型误差与螺纹分头误差的丝杠、滚柱和螺母螺旋曲面在对应零件坐标系  $o_i-x_iy_iz_i$  的方程为:

$$\mathbf{r}_S^S(u_S, \theta_S) = \begin{bmatrix} (u_S + r_S + \Delta r_S) \cos(\theta_S + \theta_{S,0}^j + \Delta\theta_{S,0}^j) \\ (u_S + r_S + \Delta r_S) \sin(\theta_S + \theta_{S,0}^j + \Delta\theta_{S,0}^j) \\ \xi_S[c_S + \Delta c_S - u_S \tan(\beta_S + \Delta\beta_S)] + (\theta_S L_S)/(2\pi) \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

$$-b_S \leq u_S \leq r_{Sa} - (r_S + \Delta r_S) \quad (3-4)$$

$$\mathbf{r}_q^q(u_q, \theta_q) = \begin{bmatrix} (u_q + r_q + \Delta r_q) \cos(\theta_q + \theta_{q,0}^j) \\ (u_q + r_q + \Delta r_q) \sin(\theta_q + \theta_{q,0}^j) \\ \xi_q[w_{Tq} + \sqrt{(r_{Tq} + \Delta r_{Tq})^2 - (u_q - u_{Tq})^2}] + (\theta_q L_q)/(2\pi) \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

$$-b_q \leq u_q \leq r_{qa} - (r_q + \Delta r_q) \quad (3-6)$$

$$\mathbf{r}_N^N(u_N, \theta_N) = \begin{bmatrix} (u_N + r_N + \Delta r_N) \cos(\theta_N + \theta_{N,0}^j + \Delta\theta_{N,0}^j) \\ (u_N + r_N + \Delta r_N) \sin(\theta_N + \theta_{N,0}^j + \Delta\theta_{N,0}^j) \\ \xi_N[c_N + u_N \tan(\beta_N + \Delta\beta_N)] + (\theta_N L_N)/(2\pi) \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

$$r_{Na} - (r_N + \Delta r_N) \leq u_N \leq b_N \quad (3-8)$$

### 3.2.2 丝杠、滚柱和螺母偏斜

当零件发生偏斜时, 丝杠、螺母和滚柱# $q$  在整体坐标系  $O-XYZ$  和局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中的位置如图 3-3 所示。图 3-3 中,  $\xi_i$  轴表示  $z_i$  轴在平行于  $XOZ$  平面中的投影,  $\varphi_i$  和  $\psi_i$  分别为绕  $x_i$  轴和  $y_i$  轴的偏斜角,  $\mathbf{e}_i$  表示丝杠、螺母或滚柱# $q$  的偏移向量。由于零件绕  $z_i$  轴的旋转能够看作其沿轴线的移动, 所以绕  $z_i$  轴的偏斜角能够包含在偏移向量  $\mathbf{e}_i$  中。根据图 3-3, 由坐标系  $o_i-x_iy_iz_i$  向整体坐标系  $O-XYZ$  的坐标变换可表示为:

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_i & \mathbf{p}_i + \mathbf{e}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (i = S, N, q) \quad (3-9)$$

式中:

$\mathbf{H}_i$ ——坐标系  $o_i-x_iy_iz_i$  向整体坐标系的  $O-XYZ$  旋转变换。

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_{yi} \cdot \mathbf{H}_{xi} \cdot \mathbf{H}_{zi} \quad (3-10)$$

其中:

$$\mathbf{H}_{xi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_i & -\sin\varphi_i \\ 0 & \sin\varphi_i & \cos\varphi_i \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

$$\mathbf{H}_{yi} = \begin{bmatrix} \cos\psi_i & 0 & \sin\psi_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\psi_i & 0 & \cos\psi_i \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

$$\mathbf{H}_{zi} = \begin{bmatrix} \cos\gamma_i & -\sin\gamma_i & 0 \\ \sin\gamma_i & \cos\gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-13)$$

式(3-13)中,  $\gamma_i$  ( $i=S, N, q$ ) 为丝杠、螺母或滚柱# $q$  绕各自轴线的旋转角度 (相对于整体坐标系  $O-XYZ$  测量),

$$\gamma_i = \begin{cases} 0 & i = S, N \\ -(n_s - 1)\Phi_q & i = q \end{cases} \quad (3-14)$$

根据式(3-9), 当零件发生偏斜时, 丝杠、滚柱和螺母螺旋曲面在局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中的方程  $\mathbf{r}_i^{Pq}$  ( $i=S, N$  或  $q$ ) 为:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i^{Pq}(u_i, \theta_i) &= \mathbf{H}_{Pq}^{-1} \cdot [\mathbf{H}_i \cdot \mathbf{r}_i^i(u_i, \theta_i) + \mathbf{p}_i + \mathbf{e}_i - \mathbf{p}_{Pq}] \\ &= (\mathbf{H}_{Pq}^{-1} \cdot \mathbf{H}_{yi} \cdot \mathbf{H}_{xi} \cdot \mathbf{H}_{Pq}) [\mathbf{H}_{Pq}^{-1} \cdot \mathbf{H}_{zi} \cdot \mathbf{r}_i^i(u_i, \theta_i)] + \mathbf{H}_{Pq}^{-1} \cdot (\mathbf{p}_i + \mathbf{e}_i - \mathbf{p}_{Pq}) \\ &= \mathbf{G}_i \cdot \mathbf{r}_i^{Pq*}(u_i, \theta_i) + \mathbf{H}_{Pq}^{-1} \cdot (\mathbf{p}_i + \mathbf{e}_i - \mathbf{p}_{Pq}) \end{aligned} \quad (3-15)$$

式中:

$\mathbf{r}_i^i(u_i, \theta_i)$ ——丝杠、螺母和滚柱螺旋曲面在对应零件坐标系  $o_i-x_iy_iz_i$  中的方程。

$$\mathbf{G}_i = \mathbf{H}_{Pq}^{-1} \cdot \mathbf{H}_{yi} \cdot \mathbf{H}_{xi} \cdot \mathbf{H}_{Pq} \quad (3-16)$$

$$\mathbf{r}_i^{Pq*}(u_i, \theta_i) = \mathbf{H}_{Pq}^{-1} \cdot \mathbf{H}_{zi} \cdot \mathbf{r}_i^i(u_i, \theta_i) \quad (3-17)$$

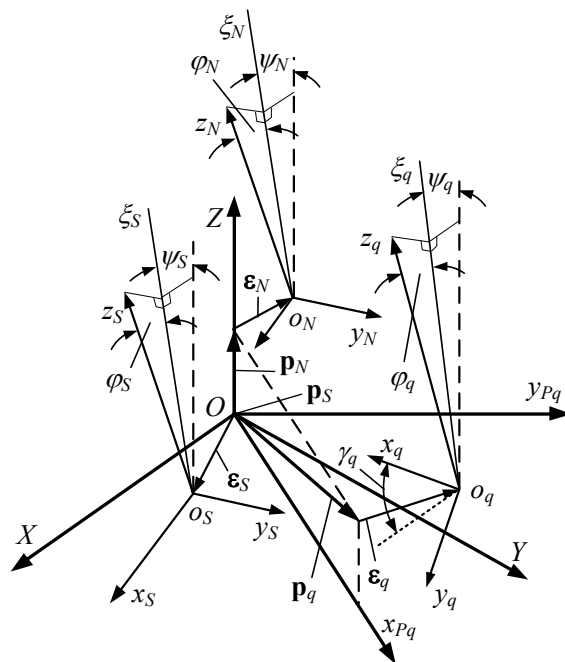


图 3-3 丝杠、螺母和滚柱# $q$  在整体坐标系  $O-XYZ$  和局部坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中的位置

图 3-4 给出了一种偏斜的特殊情况, 即零件绕空间某一点旋转。图 3-4 中滚柱# $q$  和螺母分别绕点  $o_{qr}$  和  $o_{Nr}$  在  $YOZ$  面中旋转  $\varphi_q$  和  $\varphi_N$  角。设  $\mathbf{p}_{ir}$  为零件的旋转点  $o_{ir}$  在坐标系  $O-XYZ$  中的位置矢量。当零件绕点  $o_{ir}$  偏转  $\psi_i$ 、 $\varphi_i$  和  $\gamma_i$  角后, 原点  $o_i$  在坐标系  $O-XYZ$  中的偏移向量  $\boldsymbol{\varepsilon}_i$  可表示为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{H}_i(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{ir}) + \mathbf{p}_{ir} - \mathbf{p}_i \quad (3-18)$$

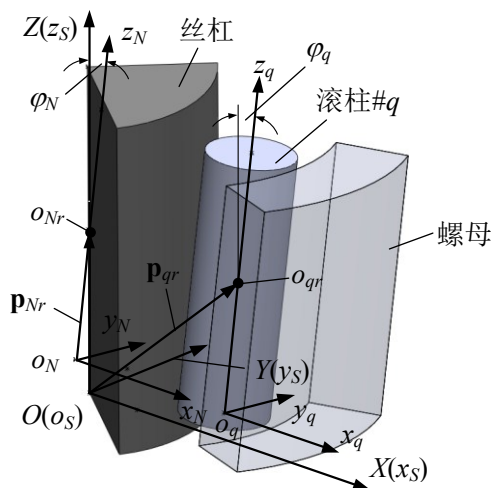


图 3-4 滚柱和螺母的偏斜<sup>[130]</sup>



### 3.3 考虑误差的啮合模型

#### 3.3.1 改进的相切接触条件

如图 3-5 所示, 由于螺纹的结构特点, 滚柱螺旋曲面 $\Pi_{qU}$ 在与丝杠螺旋曲面 $\Pi_{SB}$ 接触前能够沿径向、横向或轴向移动。图 3-6 为改进的螺旋曲面相切接触条件的示意图, 其中向量 $\mathbf{d}_{lm}^{Pq}$ 为曲面 $\Pi_l$ 和 $\Pi_m$ 之间的间隙向量。

$$\mathbf{d}_{lm}^{Pq} = \delta_{lm} \mathbf{e}_{lm}^{Pq} \quad (3-19)$$

式中:

$\delta_{lm}$ 和 $\mathbf{e}_{lm}^{Pq}$ ——曲面 $\Pi_l$ 和 $\Pi_m$ 沿着 $\mathbf{e}_{lm}^{Pq}$ 方向的间隙和曲面 $\Pi_m$ 移动的方向。

图 3-6 中其它参数和坐标系定义与图 2-7 中相同。

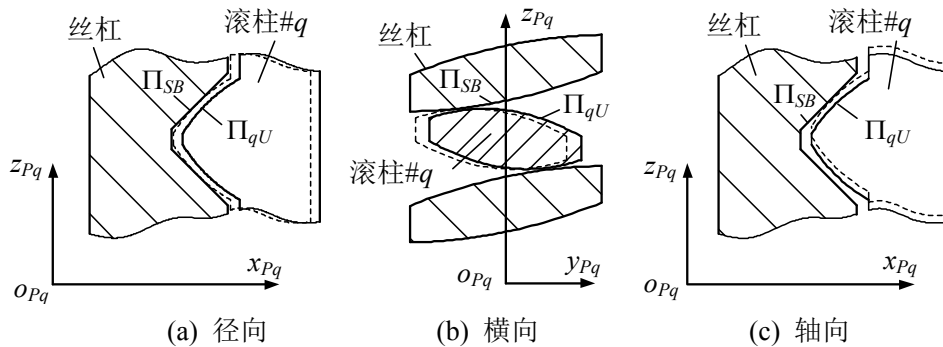


图 3-5 丝杠和滚柱# $q$ 之间螺旋曲面 $\Pi_{qB}$ 的移动方向

由图 3-6 中曲面 $\Pi_l$ 和 $\Pi_m$ 在啮合点 $o_{lm}$ 处位置矢量和法线方向重合的条件, 可得改进的 PRSM 螺旋曲面相切接触条件为:

$$\mathbf{r}_l^{Pq} = \mathbf{r}_m^{Pq} + \delta_{lm} \cdot \mathbf{e}_{lm}^{Pq} \quad (3-20)$$

$$\mathbf{n}_l^{Pq} = \zeta_{lm} \cdot \mathbf{n}_m^{Pq} \quad (3-21)$$

式中,  $\zeta_{lm}$ 为常数。式(3-20)和式(3-21)能够导出含五个未知数 $u_l$ 、 $\theta_l$ 、 $u_m$ 、 $\theta_m$ 和 $\delta_{lm}$ 的五个独立方程, 求解该方程组可得啮合点 $o_{lm}$ 的位置与间隙 $\delta_{lm}$ 。

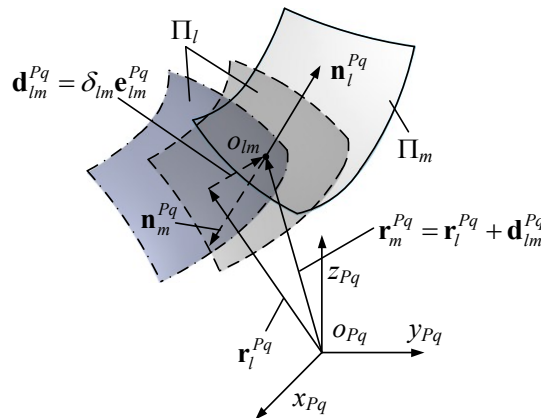


图 3-6 改进的相切接触条件

### 3.3.2 螺纹牙编号规则

分别过丝杠和滚柱# $q$  接触点以及螺母和滚柱# $q$  接触点作平行于  $y_{Pq}O_{Pq}z_{Pq}$  平面的剖面。丝杠、滚柱和螺母螺纹在两剖面中的截面如图 3-7 所示，其中， $k_S$  表示丝杠螺纹牙编号； $k_{Rs}$  和  $k_{Rn}$  分别表示滚柱在丝杠侧和螺母侧的螺纹牙编号； $k_N$  表示螺母螺纹牙编号； $n_T$  为滚柱螺纹牙总数， $o_{Sq}^{k_{Rs}}$  为第  $k_{Rs}$  个滚柱螺纹牙的下螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  与所对应的第  $k_S$  ( $k_S=k_{Rs}$ ) 个丝杠螺纹牙的上螺旋曲面  $\Pi_{SU}$  的接触点， $o_{Nq}^{k_{Rn}}$  为螺母和滚柱# $q$  之间的接触点。

由丝杠和滚柱的螺旋曲面方程和装配关系以及图 3-2 和图 3-7 可知，第  $k_{Rs}$  个滚柱# $q$  螺纹牙上螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  所对应的丝杠螺纹编号  $j$  为：

$$j = \begin{cases} n_S - n_S \operatorname{sign} \left[ \operatorname{fix} \left( \frac{\Phi_q n_S}{2\pi} \right) \right] + \operatorname{fix} \left( \frac{\Phi_q n_S}{2\pi} \right) & \operatorname{mod} \left( \frac{k_{Rs} - 1}{n_S} \right) = 0 \\ \wp_{SB-qU} - n_S \operatorname{sign} \left[ \operatorname{fix} \left( \frac{\wp_{SB-qU}}{n_S} \right) \right] & \operatorname{mod} \left( \frac{k_{Rs} - 1}{n_S} \right) \neq 0 \ \& \ \wp_{SB-qU} > n_S \\ \wp_{SB-qU} & \operatorname{mod} \left( \frac{k_{Rs} - 1}{n_S} \right) \neq 0 \ \& \ \wp_{SB-qU} \leq n_S \end{cases} \quad (3-22)$$

式中：

$\operatorname{mod}[(k_{Rs} - 1)/n_S]$  和  $\operatorname{sign}()$ —— $(k_{Rs} - 1)/n_S$  的余数和符号函数；

$\operatorname{fix}[(\Phi_q n_S)/2\pi]$ —— $(\Phi_q n_S)/2\pi$  的整数部分。

$$\wp_{SB-qU} = n_S + \operatorname{fix} \left( \frac{\Phi_q n_S}{2\pi} \right) - \operatorname{mod} \left( \frac{k_{Rs} - 1}{n_S} \right) \quad (3-23)$$

$$\operatorname{sign} \left[ \operatorname{fix} \left( \frac{\Phi_q n_S}{2\pi} \right) \right] = \begin{cases} 1 & \operatorname{fix} \left( \frac{\Phi_q n_S}{2\pi} \right) > 0 \\ 0 & \operatorname{fix} \left( \frac{\Phi_q n_S}{2\pi} \right) = 0 \\ -1 & \operatorname{fix} \left( \frac{\Phi_q n_S}{2\pi} \right) < 0 \end{cases} \quad (3-24)$$

第  $k_{Rs}$  个滚柱# $q$  螺纹牙下螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  所对应的丝杠螺纹编号  $j$  能够表示为：

$$j = \begin{cases} 1 + \operatorname{fix} \left( \frac{\Phi_q n_S}{2\pi} \right) & \operatorname{mod} \left( \frac{k_{Rs} - 1}{n_S} \right) = 0 \\ \wp_{SU-qB} - n_S \operatorname{sign} \left[ \operatorname{fix} \left( \frac{\wp_{SU-qB}}{n_S} \right) \right] & \operatorname{mod} \left( \frac{k_{Rs} - 1}{n_S} \right) \neq 0 \ \& \ \wp_{SU-qB} > n_S \\ \wp_{SU-qB} & \operatorname{mod} \left( \frac{k_{Rs} - 1}{n_S} \right) \neq 0 \ \& \ \wp_{SU-qB} \leq n_S \end{cases} \quad (3-25)$$

式中:

$$\phi_{SU-qB} = n_S + 1 + \text{fix}\left(\frac{\Phi_q n_S}{2\pi}\right) - \text{mod}\left(\frac{k_{RS} - 1}{n_S}\right) \quad (3-26)$$

第  $k_{Rn}$  个滚柱# $q$  螺纹牙的螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  和  $\Pi_{qB}$  所对应的螺母螺纹编号  $j$  能够通过式 (3-22) 和式 (3-25) 相同的方法计算获得。

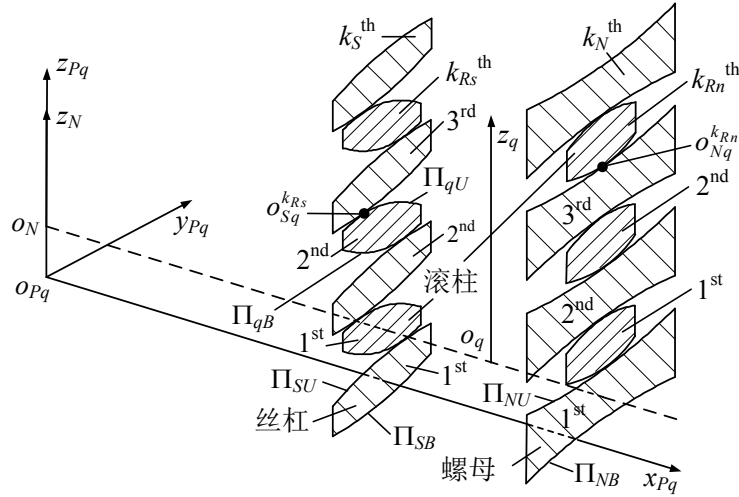


图 3-7 丝杠、滚柱和螺母的螺纹牙编号<sup>[131]</sup>

### 3.3.3 丝杠和滚柱的啮合方程

图 3-8 中,  $O_{S_q}^{k_{RS}}$  为接触点  $o_{S_q}^{k_{RS}}$  在平面  $x_S o_S y_S$  和平面  $x_q o_q y_q$  中的位置,  $r_{S_q}^{k_S}$  和  $\phi_{S_q}^{k_S}$  分别为第  $k_S$  个丝杠螺纹牙的啮合半径与啮合角,  $r_{R_s q}^{k_{RS}}$  和  $\phi_{R_s q}^{k_{RS}}$  分别为第  $k_{RS}$  个滚柱螺纹牙的啮合半径与啮合角。当向量  $\overrightarrow{o_S O_{S_q}^{k_{RS}}}$  和  $\overrightarrow{o_q O_{S_q}^{k_{RS}}}$  在  $y_{Pq}$ -方向上的分量大于零时, 啮合角  $\phi_{S_q}^{k_S} > 0$  和  $\phi_{R_s q}^{k_{RS}} > 0$ ; 当上述分量小于零时, 啮合角  $\phi_{S_q}^{k_S} < 0$  和  $\phi_{R_s q}^{k_{RS}} < 0$ 。

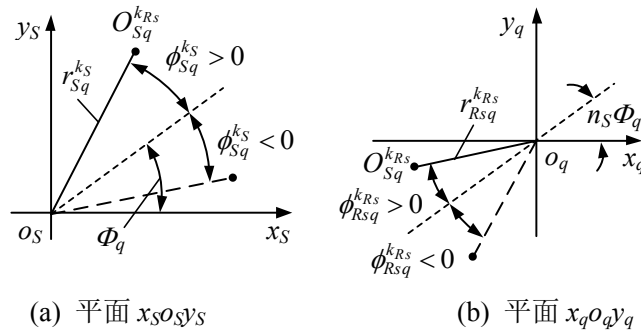


图 3-8 丝杠和滚柱# $q$  接触点在平面  $x_S o_S y_S$  和平面  $x_q o_q y_q$  中的位置

使用第  $k_{RS}$  个滚柱螺纹牙的上螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  和与其对应的第  $k_S$  ( $k_S = k_{RS} + 1$ ) 个丝杠螺纹牙的下螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  来说明考虑零件误差的 PRSM 啮合方程推理过程。由式 (3-3)、(3-5) 和 (3-15) 可得, 丝杠和滚柱# $q$  的接触点  $o_{S_q}^{k_{RS}}$  在局部坐标系  $o_{Pq} - x_{Pq} y_{Pq} z_{Pq}$  中的位置向量分别

为  $\mathbf{r}_{Sq}^{Pq, k_S}(u_{Sq}^{k_S}, \theta_{Sq}^{k_S})$  和  $\mathbf{r}_{Rs q}^{Pq, k_{Rs}}(u_{Rs q}^{k_{Rs}}, \theta_{Rs q}^{k_{Rs}})$ , 其中  $(u_{Sq}^{k_S}, \theta_{Sq}^{k_S})$  和  $(u_{Rs q}^{k_{Rs}}, \theta_{Rs q}^{k_{Rs}})$  为螺旋曲面在接触点处的曲面坐标。由图 3-1、图 3-2 和图 3-8 可得, 考虑误差时, 啮合半径  $r_{Sq}^{k_S}$  和  $r_{Rs q}^{k_{Rs}}$  与曲面坐标  $u_{Sq}^{k_S}$  和  $u_{Rs q}^{k_{Rs}}$  的关系为:

$$r_{Sq}^{k_S} = r_S + \Delta r_S + u_{Sq}^{k_S} \quad (3-27)$$

$$r_{Rs q}^{k_{Rs}} = r_q + \Delta r_q + u_{Rs q}^{k_{Rs}} \quad (3-28)$$

啮合偏角  $\phi_{Sq}^{k_S}$  和  $\phi_{Rs q}^{k_{Rs}}$  与曲面坐标  $\theta_{Sq}^{k_S}$  和  $\theta_{Rs q}^{k_{Rs}}$  存在如下关系:

$$\theta_{Sq}^{k_S} = \frac{2\pi(k_S - 1)}{n_S} + \Phi_q + \phi_{Sq}^{k_S} - \Delta\theta_{S,0}^j \quad (3-29)$$

$$\theta_{Rs q}^{k_{Rs}} = 2\pi(k_{Rs} - 1) + n_S\Phi_q - \phi_{Rs q}^{k_{Rs}} \quad (3-30)$$

由式(3-3)、(3-15)、(3-27)和(3-29)可得, 局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中第  $k_S$  个丝杠螺纹牙的螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  在接触点  $o_{Sq}^{k_S}$  处的法向量  $\mathbf{n}_{Sq}^{Pq, k_S}$  为:

$$\mathbf{n}_{Sq}^{Pq, k_S} = \mathbf{G}_S \cdot \begin{bmatrix} \cos\phi_{Sq}^{k_S} \tan(\beta_S + \Delta\beta_S) - \sin\phi_{Sq}^{k_S} \tan\lambda_{Sq}^{k_S} \\ \sin\phi_{Sq}^{k_S} \tan(\beta_S + \Delta\beta_S) + \cos\phi_{Sq}^{k_S} \tan\lambda_{Sq}^{k_S} \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3-31)$$

式中:

$\lambda_{Sq}^{k_S}$  ——丝杠在接触点  $o_{Sq}^{k_S}$  处的螺旋升角。

$\tan\lambda_{Sq}^{k_S}$  可表示为:

$$\tan\lambda_{Sq}^{k_S} = L_S / (2\pi r_{Sq}^{k_S}) \quad (3-32)$$

同理, 局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中第  $k_{Rs}$  个滚柱螺纹牙的螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  在接触点  $o_{Sq}^{k_{Rs}}$  处的法线向量为:

$$\mathbf{n}_{Rs q}^{Pq, k_{Rs}} = \mathbf{G}_q \cdot \begin{bmatrix} -\cos\phi_{Rs q}^{k_{Rs}} \tan\beta_{Rs q}^{k_{Rs}} + \sin\phi_{Rs q}^{k_{Rs}} \tan\lambda_{Rs q}^{k_{Rs}} \\ \sin\phi_{Rs q}^{k_{Rs}} \tan\beta_{Rs q}^{k_{Rs}} + \cos\phi_{Rs q}^{k_{Rs}} \tan\lambda_{Rs q}^{k_{Rs}} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-33)$$

式中:

$\lambda_{Rs q}^{k_{Rs}}$  和  $\beta_{Rs q}^{k_{Rs}}$  ——滚柱在接触点  $o_{Sq}^{k_{Rs}}$  处的螺旋升角和牙侧角。

$\tan\lambda_{Rs q}^{k_{Rs}}$  和  $\tan\beta_{Rs q}^{k_{Rs}}$  能够表示为:

$$\tan\lambda_{Rs q}^{k_{Rs}} = L_q / (2\pi r_{Rs q}^{k_{Rs}}) \quad (3-34)$$

$$\tan\beta_{Rs q}^{k_{Rs}} = \frac{r_{Rs q}^{k_{Rs}} - r_q - \Delta r_q - u_{Tq}}{\sqrt{(r_{Tq} + \Delta r_{Tq})^2 - (r_{Rs q}^{k_{Rs}} - r_q - \Delta r_q - u_{Tq})^2}} \quad (3-35)$$

将式(3-31)和(3-33)带入式(3-21)，并由式(3-3)、(3-5)、(3-20)和(3-27)-(3-30)可得，第  $k_{Rs}$  个滚柱螺纹牙的上螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  和与其对应的第  $k_S$  ( $k_S=k_{Rs}+1$ ) 个丝杠螺纹牙的下螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  之间的啮合方程为：

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{G}_S \begin{bmatrix} r_{Sq}^{k_S} \cos \phi_{Sq}^{k_S} \\ r_{Sq}^{k_S} \sin \phi_{Sq}^{k_S} \\ t_{Sq}^{k_S} \end{bmatrix} + \mathbf{H}_{Pq}^{-1}(\mathbf{p}_S + \boldsymbol{\varepsilon}_S) &= \mathbf{G}_q \begin{bmatrix} -r_{Rs}^{k_{Rs}} \cos \phi_{Rs}^{k_{Rs}} \\ r_{Rs}^{k_{Rs}} \sin \phi_{Rs}^{k_{Rs}} \\ t_{Rs}^{k_{Rs}} \end{bmatrix} + \mathbf{H}_{Pq}^{-1}(\mathbf{p}_q + \boldsymbol{\varepsilon}_q) + \delta_{SB-qU}^{k_{Rs}} \mathbf{e}_{Sq}^{Pq} \\ \mathbf{n}_{Sq}^{Pq, k_S} &= -\frac{|\mathbf{n}_{Sq}^{Pq, k_S}|}{|\mathbf{n}_{Rs}^{Pq, k_{Rs}}|} \mathbf{n}_{Rs}^{Pq, k_{Rs}} \end{aligned} \right. \quad (3-36)$$

式中：

$$k_S=k_{Rs}+1 \quad (3-37)$$

$$t_{Sq}^{k_S} = -c_S - \Delta c_S + (r_{Sq}^{k_S} - r_S - \Delta r_S) \tan(\beta_S + \Delta \beta_S) + \frac{(\Phi_q + \phi_{Sq}^{k_S} - \Delta \theta_{S,0}^j) L_S}{2\pi} + P(k_S - 1) \quad (3-38)$$

$$t_{Rs}^{k_{Rs}} = w_{Tq} + \sqrt{(r_{Tq} + \Delta r_{Tq})^2 - (r_{Rs}^{k_{Rs}} - r_q - \Delta r_q - u_{Tq})^2} + \frac{(n_S \Phi_q - \phi_{Rs}^{k_{Rs}}) L_q}{2\pi} + P(k_{Rs} - 1) \quad (3-39)$$

式(3-38)中，丝杠的螺纹编号  $j$  与滚柱螺纹牙编号  $k_{Rs}$  关系定义在式(3-22)中。螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  和  $\Pi_{qU}$  的相对移动关系如图 3-5 所示。单位向量  $\mathbf{e}_{Sq}^{Pq}$  在  $x_{Pq}$ 、 $y_{Pq}$  和  $z_{Pq}$  方向的分量， $[\mathbf{e}_{Sq}^{Pq}]_x$ 、 $[\mathbf{e}_{Sq}^{Pq}]_y$  和  $[\mathbf{e}_{Sq}^{Pq}]_z$  需要满足： $[\mathbf{e}_{Sq}^{Pq}]_x \leq 0$ 、 $[\mathbf{e}_{Sq}^{Pq}]_y \leq 0$  和  $[\mathbf{e}_{Sq}^{Pq}]_z \geq 0$ 。为了避免接触点位于丝杠或者滚柱# $q$  螺纹的边缘，啮合半径  $r_{Sq}^{k_S}$  和  $r_{Rs}^{k_{Rs}}$  需要满足如下限制条件：

$$r_{Sq}^{k_S} < r_{Sa} \quad (3-40)$$

$$r_{Rs}^{k_{Rs}} < r_{qa} \quad (3-41)$$

式中：

$r_{Sa}$  和  $r_{qa}$ ——丝杠和滚柱# $q$  的牙顶圆半径。

求解啮合方程(3-36)，可得第  $k_{Rs}$  个滚柱螺纹牙的上螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  和与其对应的第  $k_S$  ( $k_S=k_{Rs}+1$ ) 个丝杠螺纹牙的下螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  之间的在  $\mathbf{e}_{Sq}^{Pq}$  方向的接触位置与间隙。

### 3.3.4 螺母和滚柱的啮合方程

接触点  $o_{Nq}^{k_{Rn}}$  在平面  $x_N o_N y_N$  和  $x_q o_q y_q$  中的位置  $O_{Nq}^{k_{Rn}}$  如图 3-9 所示，其中， $r_{Nq}^{k_N}$  和  $\phi_{Nq}^{k_N}$  分别为第  $k_N$  个螺母螺纹牙的啮合半径与啮合偏角， $r_{Rnq}^{k_{Rn}}$  和  $\phi_{Rnq}^{k_{Rn}}$  分别为第  $k_{Rn}$  个滚柱螺纹牙的啮合半径和啮合偏角。当向量  $o_N o_{Nq}^{k_{Rn}}$  和  $o_q o_{Nq}^{k_{Rn}}$  在  $y_{Pq}$  方向上的分量大于零时， $\phi_{Nq}^{k_N} > 0$  和  $\phi_{Rnq}^{k_{Rn}} > 0$ ；当上述分量小于零时， $\phi_{Nq}^{k_N} < 0$  和  $\phi_{Rnq}^{k_{Rn}} < 0$ 。

在局部坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中，螺母和滚柱接触点  $o_{Nq}^{k_{Rn}}$  的位置向量可分别表示为  $\mathbf{r}_{Nq}^{k_N, Pq}(u_{Nq}^{k_N}, \theta_{Nq}^{k_N})$  和  $\mathbf{r}_{Rnq}^{k_{Rn}, Pq}(u_{Rnq}^{k_{Rn}}, \theta_{Rnq}^{k_{Rn}})$ ，其中  $(u_{Nq}^{k_N}, \theta_{Nq}^{k_N})$  和  $(u_{Rnq}^{k_{Rn}}, \theta_{Rnq}^{k_{Rn}})$  是接触点  $o_{Nq}^{k_{Rn}}$  处的曲

面坐标。由图 3-1、图 3-2 和图 3-9 可得，考虑误差时，螺母与滚柱的啮合半径为：

$$r_{Nq}^{k_N} = r_N + \Delta r_N + u_{Nq}^{k_N} \quad (3-42)$$

$$r_{Rnq}^{k_{Rn}} = r_q + \Delta r_q + u_{Rnq}^{k_{Rn}} \quad (3-43)$$

啮合偏角  $\phi_{Nq}^{k_N}$ 、 $\phi_{Rnq}^{k_{Rn}}$  与曲面坐标  $\theta_{Nq}^{k_N}$ 、 $\theta_{Rnq}^{k_{Rn}}$  的关系能够表示为：

$$\theta_{Nq}^{k_N} = \frac{2\pi(k_N - 1)}{n_N} + \Phi_q + \phi_{Nq}^{k_N} - \Delta\theta_{N,0}^j \quad (3-44)$$

$$\theta_{Rnq}^{k_{Rn}} = 2\pi(k_{Rn} - 1) + \pi + n_S\Phi_q + \phi_{Rnq}^{k_{Rn}} \quad (3-45)$$

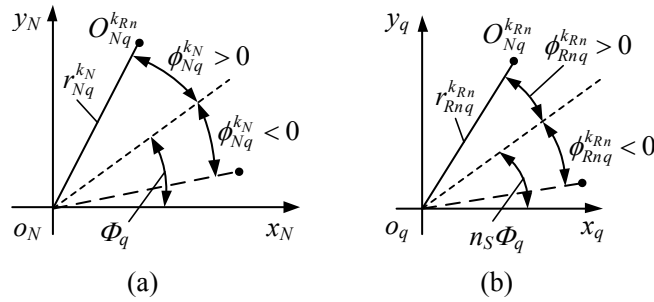


图 3-9 螺母和滚柱# $q$  接触点在平面  $x_N O_N y_N$  和  $x_q O_q y_q$  中的位置

采用推导式(3-36)相同的方法，能够获得第  $k_{Rn}$  个滚柱螺纹牙的下螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  与其对应的第  $k_N$  ( $k_N = k_{Rn}$ ) 个螺母螺纹牙的上螺旋曲面  $\Pi_{NU}$  之间的啮合方程为：

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{G}_N \begin{bmatrix} r_{Nq}^{k_N} \cos \phi_{Nq}^{k_N} \\ r_{Nq}^{k_N} \sin \phi_{Nq}^{k_N} \\ t_{Nq}^{k_N} \end{bmatrix} + \mathbf{H}_{Pq}^{-1}(\mathbf{p}_N + \boldsymbol{\varepsilon}_N) &= \mathbf{G}_q \begin{bmatrix} r_{Rnq}^{k_{Rn}} \cos \phi_{Rnq}^{k_{Rn}} \\ r_{Rnq}^{k_{Rn}} \sin \phi_{Rnq}^{k_{Rn}} \\ t_{Rnq}^{k_{Rn}} \end{bmatrix} + \mathbf{H}_{Pq}^{-1}(\mathbf{p}_q + \boldsymbol{\varepsilon}_q) + \delta_{NU-qB}^{k_{Rn}} \mathbf{e}_{Nq}^{Pq} \\ \mathbf{n}_{Nq}^{Pq, k_N} &= - \frac{|\mathbf{n}_{Nq}^{Pq, k_N}|}{|\mathbf{n}_{Rnq}^{Pq, k_{Rn}}|} \mathbf{n}_{Rnq}^{Pq, k_{Rn}} \end{aligned} \right. \quad (3-46)$$

式中：

$$k_N = k_{Rn} \quad (3-47)$$

$$t_{Nq}^{k_N} = c_N + (r_{Nq}^{k_N} - r_N - \Delta r_N) \tan(\beta_N + \Delta\beta_N) + \frac{(\Phi_q + \phi_{Nq}^{k_N} - \Delta\theta_{N,0}^j) L_N}{2\pi} + P(k_N - 1) \quad (3-48)$$

$$t_{Rnq}^{k_{Rn}} = -w_{Tq} - \sqrt{(r_{Tq} + \Delta r_{Tq})^2 - (r_{Rnq}^{k_{Rn}} - r_q - \Delta r_q - u_{Tq})^2} + \frac{(n_S \Phi_q + \phi_{Rnq}^{k_{Rn}}) L_q}{2\pi} + P(k_{Rn} - \frac{1}{2}) \quad (3-49)$$

$$\mathbf{n}_{Nq}^{Pq, k_N} = \mathbf{G}_N \begin{bmatrix} -\cos\phi_{Nq}^{k_N} \tan(\beta_N + \Delta\beta_N) + \sin\phi_{Nq}^{k_N} \tan\lambda_{Nq}^{k_N} \\ -\sin\phi_{Nq}^{k_N} \tan(\beta_N + \Delta\beta_N) - \cos\phi_{Nq}^{k_N} \tan\lambda_{Nq}^{k_N} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-50)$$

$$\mathbf{n}_{Rnq}^{Pq, k_{Rn}} = \mathbf{G}_q \begin{bmatrix} \cos\phi_{Rnq}^{k_{Rn}} \tan\beta_{Rnq}^{k_{Rn}} - \sin\phi_{Rnq}^{k_{Rn}} \tan\lambda_{Rnq}^{k_{Rn}} \\ \sin\phi_{Rnq}^{k_{Rn}} \tan\beta_{Rnq}^{k_{Rn}} + \cos\phi_{Rnq}^{k_{Rn}} \tan\lambda_{Rnq}^{k_{Rn}} \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3-51)$$

其中:

$\lambda_{Nq}^{k_N}$ ——螺母在接触点  $o_{Nq}^{k_{Rn}}$  处的螺旋升角;

$\lambda_{Rnq}^{k_{Rn}}$  和  $\beta_{Rnq}^{k_{Rn}}$ ——滚柱在接触点  $o_{Nq}^{k_{Rn}}$  处的螺旋升角和牙侧角。

$\tan\lambda_{Nq}^{k_N}$ 、 $\tan\lambda_{Rnq}^{k_{Rn}}$  和  $\tan\beta_{Rnq}^{k_{Rn}}$  能够表示为:

$$\tan\lambda_{Nq}^{k_N} = L_N / (2\pi r_{Nq}^{k_N}) \quad (3-52)$$

$$\tan\lambda_{Rnq}^{k_{Rn}} = L_q / (2\pi r_{Rnq}^{k_{Rn}}) \quad (3-53)$$

$$\tan\beta_{Rnq}^{k_{Rn}} = \frac{r_{Rnq}^{k_{Rn}} - r_q - \Delta r_q - u_{Tq}}{\sqrt{(r_{Tq} + \Delta r_{Tq})^2 - (r_{Rnq}^{k_{Rn}} - r_q - \Delta r_q - u_{Tq})^2}} \quad (3-54)$$

螺旋曲面  $\Pi_{NU}$  和  $\Pi_{qB}$  的相对移动关系如图 3-10 所示。为了保证两螺旋曲面能够相互接触, 单位向量  $\mathbf{e}_{Nq}^{Pq}$  在  $x_{Pq}$ 、 $y_{Pq}$  和  $z_{Pq}$  方向的分量,  $[\mathbf{e}_{Nq}^{Pq}]_x$ 、 $[\mathbf{e}_{Nq}^{Pq}]_y$  和  $[\mathbf{e}_{Nq}^{Pq}]_z$  需要满足:  $[\mathbf{e}_{Nq}^{Pq}]_x \geq 0$ 、 $[\mathbf{e}_{Nq}^{Pq}]_y \geq 0$  和  $[\mathbf{e}_{Nq}^{Pq}]_z \leq 0$ 。

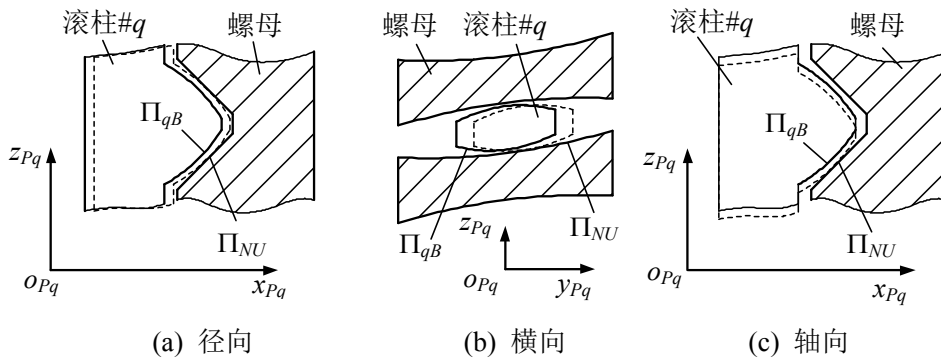


图 3-10 螺母和滚柱#q 之间螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  的移动方向

求解(3-46), 能够获得第  $k_{Rn}$  个滚柱螺纹牙的下螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  和与之对应的第  $k_N$  ( $k_N=k_{Rn}$ ) 个螺母螺纹牙的上螺旋曲面  $\Pi_{NU}$  在  $\mathbf{e}_{Nq}^{Pq}$  方向的接触位置与间隙。螺母和滚柱#q 的接触点不位于螺纹边缘的约束条件是:

$$r_{Rnq}^{k_{Rn}} < r_{qa} \quad (3-55)$$

$$r_{Nq}^{k_N} > r_{Na} \quad (3-56)$$

式中:

$r_{Na}$ ——螺母螺纹的牙顶圆半径。

### 3.4 PRSM 啮合特性与间隙向量方向的关系

当丝杠和滚柱无偏斜时,螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{1U}(q=1)$ 在不同方向的间隙如图 3-11 所示。其中  $\mathbf{e}_{S1}^{P1}$  等于  $[0, 0, 1]^T$ 、 $[-1, 0, 0]^T$ 、 $[0, -1, 0]^T$  或  $1/\sqrt{3} \cdot [-1, -1, 1]^T$  表示螺旋曲面 $\Pi_{qU}$  沿着轴向、径向、横向或一般方向的移动;  $\Delta r_1$  为滚柱#1 的名义半径误差。

图 3-12 给出了当滚柱和螺母无偏斜时,螺旋曲面 $\Pi_{NU}-\Pi_{1B}(q=1)$ 沿着轴向  $[0, 0, -1]^T$ 、径向  $[1, 0, 0]^T$ 、横向  $[0, 1, 0]^T$  或一般方向  $1/\sqrt{3} \cdot [1, 1, -1]^T$  的间隙。当零件无偏斜时,丝杠和滚柱#1 或螺母与滚柱#1 的各对螺纹牙具有相同的间隙,即  $\delta_{SB-qU}^{kRs} = \delta_{SB-qU}$  和  $\delta_{NU-qB}^{kRn} = \delta_{NU-qB}$ , 其中  $kRs=1, 2, \dots, n_T$  和  $kRn=1, 2, \dots, n_T$ 。

由图 3-11 和图 3-12 可得,若两螺旋曲面未发生接触,两者在不同方向的间隙通常是不相同的;同时,间隙将随着滚柱名义半径的增加而减小。由于丝杠、滚柱和螺母的牙侧角均为  $45^\circ$ ,所以图 3-11 和图 3-12 中的轴向与径向间隙非常的接近。在图 3-11 和图 3-12 中,代表不同方向间隙的直线形成了一个交点。该交点分别对应当螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{1U}$  或 $\Pi_{NU}-\Pi_{1B}$  的间隙等于零时的滚柱名义半径改变量  $\Delta r_1$ 。使用该方法能够获得无间隙 PRSM 的结构参数。由于图 3-11 和图 3-12 中,两交点所对应的  $\Delta r_1$  值并不相同,故仅改变滚柱的参数无法同时消除丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的间隙。

当丝杠、滚柱和螺母无偏斜时,螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{1U}$  和 $\Pi_{NU}-\Pi_{1B}$  的轴向、径向和横向接触点在  $x_{P1}O_{P1}y_{P1}(q=1)$  平面内的位置分别如图 3-13 和图 3-14 所示,其中,  $\Delta r_1=7.6\mu\text{m}$  和  $\Delta r_1=10\mu\text{m}$  分别对应图 3-11 和图 3-12 中的交点,此时不同方向的间隙为零,不同方向的接触点重合。由图 3-13 和图 3-14 可得,当两螺旋曲面之间存在间隙时,间隙向量方向会影响对应螺旋曲面之间的接触位置。 $\Delta r_1$  改变了滚柱的径向尺寸,故名义半径误差对径向接触点的位置影响最小。

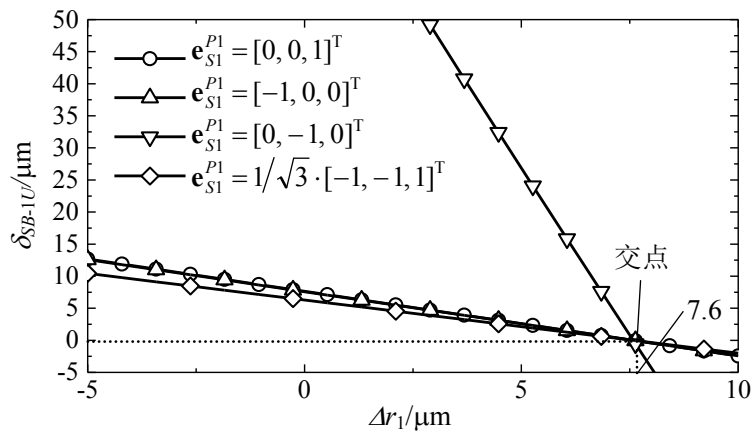


图 3-11 当间隙向量  $\mathbf{e}_{S1}^{P1}$  等于  $[0, 0, 1]^T$ 、 $[-1, 0, 0]^T$ 、 $[0, -1, 0]^T$  或  $1/\sqrt{3} \cdot [-1, -1, 1]^T$  时,螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{1U}$  在丝杠和滚柱无偏斜状态下的间隙



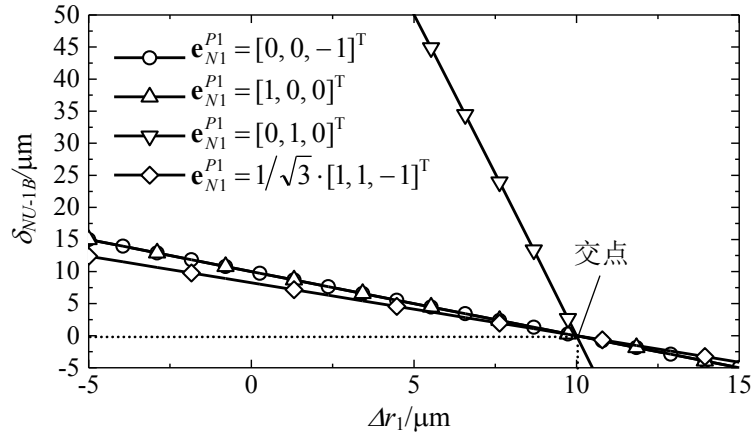


图 3-12 当间隙向量  $\mathbf{e}_{N1}^{P1}$  等于  $[0, 0, -1]^T$ 、 $[1, 0, 0]^T$ 、 $[0, 1, 0]^T$  和  $1/\sqrt{3} \cdot [1, 1, -1]^T$  时, 螺旋曲面  $\Pi_{NU}-\Pi_{1B}$  在螺母和滚柱无偏斜状态下的间隙

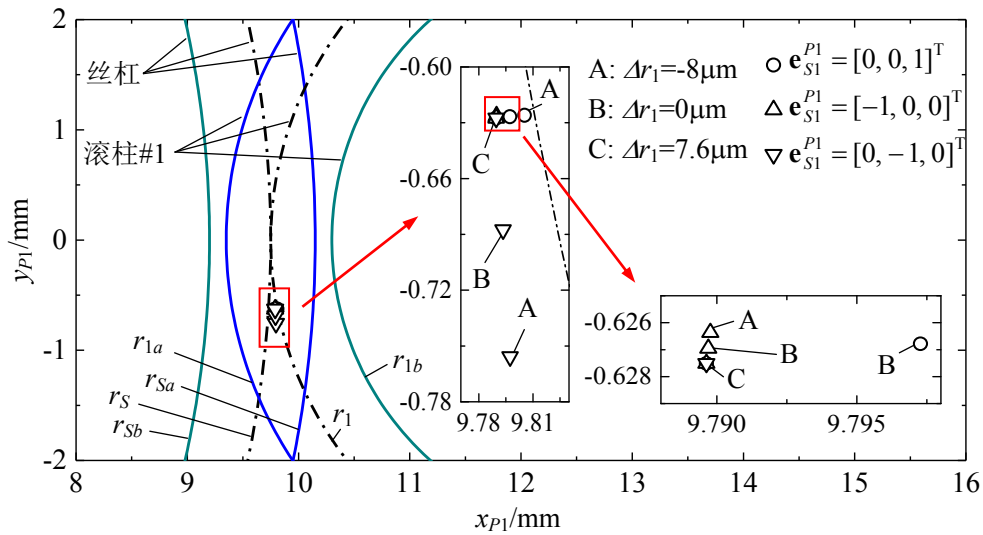


图 3-13 丝杠和滚柱#1 在丝杠和滚柱无偏斜状态下的轴向、径向与横向接触位置

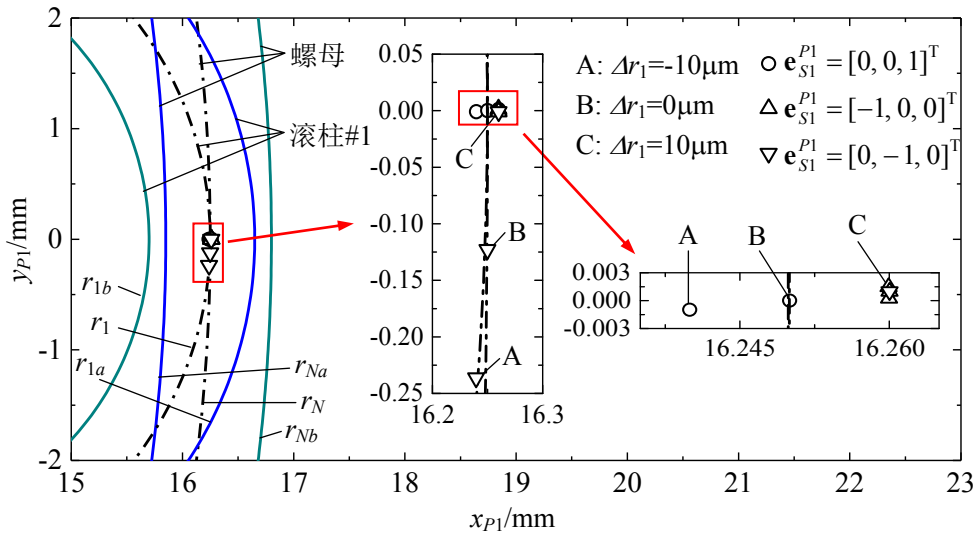


图 3-14 螺母和滚柱#1 在螺母和滚柱无偏斜状态下的轴向、径向和横向接触位置

### 3.5 PRSM 啮合特性与误差的关系

#### 3.5.1 牙型误差对接触位置与间隙的影响

误差会同时影响 PRSM 各对螺纹牙的径向、横向和轴向接触位置与间隙, 本节只讨论误差与各对螺纹牙轴向接触位置和间隙的关系, 即间隙向量  $\mathbf{e}_{S_q}^{Pq}$  和  $\mathbf{e}_{N_q}^{Pq}$  均与  $z_{Pq}$  轴平行。本章算例的 PRSM 结构参数与第 2 章 2.4 节相同。

为了分析牙型误差对 PRSM 啮合特性的影响, 首先定义接触位置偏移量与间隙改变量。接触位置偏移量  $\Theta$  为考虑误差的 PRSM 接触点与对应理想 PRSM 接触点在  $x_{Pq}O_{Pq}y_{Pq}$  平面内位置的距离, 即:

$$\Theta = \sqrt{([\mathbf{r}_{error}^{Pq}]_x - [\mathbf{r}_0^{Pq}]_x)^2 + ([\mathbf{r}_{error}^{Pq}]_y - [\mathbf{r}_0^{Pq}]_y)^2} \quad (3-57)$$

式中:

$\mathbf{r}_{error}^{Pq}$  和  $\mathbf{r}_0^{Pq}$  ——含误差与无误差时 PRSM 接触点在坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中的位置向量;

$[\mathbf{r}_{error}^{Pq}]_x$  和  $[\mathbf{r}_{error}^{Pq}]_y$  ——向量  $\mathbf{r}_{error}^{Pq}$  在  $x_{Pq}$ -和  $y_{Pq}$ -方向的分量;

$[\mathbf{r}_0^{Pq}]_x$  和  $[\mathbf{r}_0^{Pq}]_y$  ——向量  $\mathbf{r}_0^{Pq}$  在  $x_{Pq}$ -和  $y_{Pq}$ -方向的分量。

间隙改变量  $\mathfrak{I}$  等于考虑误差的 PRSM 螺旋曲面之间的间隙  $\delta_{error}$  减去对应理想 PRSM 螺旋曲面之间的间隙  $\delta_0$ , 即:

$$\mathfrak{I} = \delta_{error} - \delta_0 \quad (3-58)$$

由图 2-3 可知, 本章中的牙型误差包含了牙侧角误差  $\Delta\beta_{i,0}$  ( $i=S, N, q$ )、名义半径误差  $\Delta r_i$ 、半牙厚误差  $\Delta c_i$  和滚柱轮廓半径误差  $\Delta r_{Tq}$ 。由啮合方程(3-36)和(3-46)可得, 半牙厚误差  $\Delta c_i$  不会影响丝杠和滚柱以及螺母和滚柱的轴向接触位置, 并且其值与螺旋曲面之间的轴向间隙呈线性关系。滚柱轮廓半径误差  $\Delta r_{Tq}$  对 PRSM 啮合特性的影响规律与第 2 章中给出的滚柱轮廓半径  $r_{Tq}$  对 PRSM 啮合特性的影响规律相同。

当  $\Delta\beta_S \in [-0.5^\circ, 0.5^\circ]$  和  $\Delta\beta_q \in [-0.5^\circ, 0.5^\circ]$  时, 丝杠和滚柱之间的接触位置偏移量  $\Theta$  和间隙改变量  $\mathfrak{I}$  分别如图 3-15(a)和(b)所示; 当  $\Delta\beta_N \in [-0.5^\circ, 0.5^\circ]$  和  $\Delta\beta_q \in [-0.5^\circ, 0.5^\circ]$  时, 螺母和滚柱之间的接触位置偏移量  $\Theta$  和间隙改变量  $\mathfrak{I}$  分别如图 3-16(a)和(b)所示。图 3-15 和图 3-16 中  $\Theta$  和  $\mathfrak{I}$  的单位均为  $\mu\text{m}$ 。

由图 3-15 和图 3-16 可知, 当丝杠和滚柱或者螺母和滚柱牙侧角的差异越大时, 牙侧角误差对接触位置的影响越大。当螺母和滚柱的牙侧角误差相同时, 牙侧角误差不会对两者的接触位置与间隙产生影响。当螺母和滚柱的牙侧角误差存在差异时, 牙侧角误差总会使得两者的轴向间隙减小。牙侧角误差对丝杠和滚柱之间轴向间隙的影响大于其对螺母和滚柱之间轴向间隙的影响。

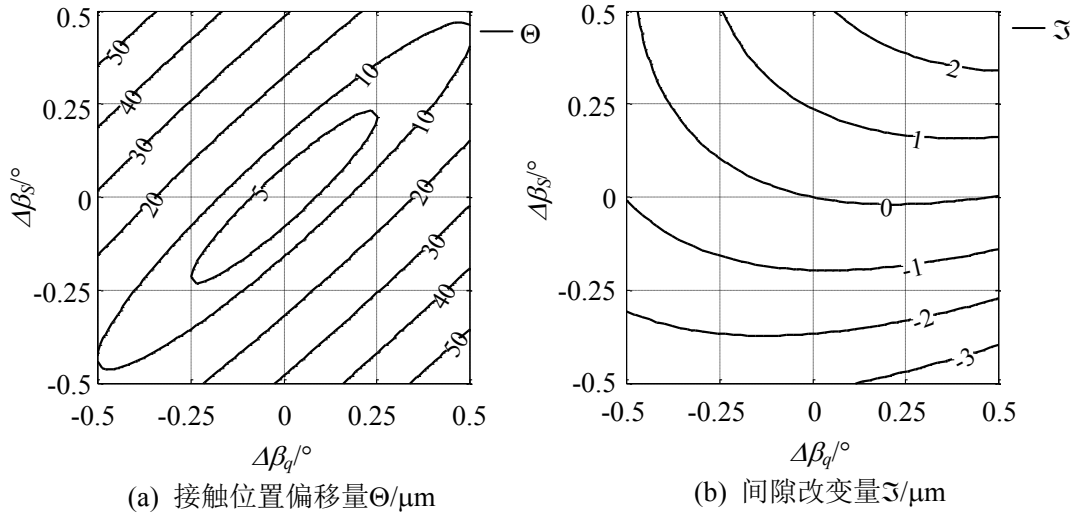


图 3-15 丝杠和滚柱的牙侧角误差与对两者接触位置和间隙的影响

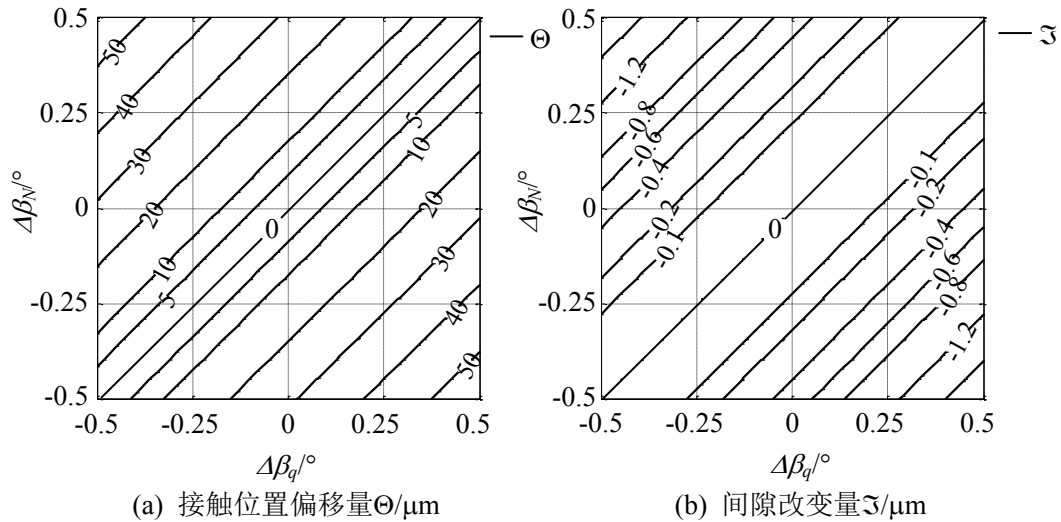


图 3-16 螺母和滚柱的牙侧角误差对两者接触位置和间隙的影响

当 $\Delta r_S \in [-0.1\text{mm}, 0.1\text{mm}]$ 和 $\Delta r_q \in [-0.1\text{mm}, 0.1\text{mm}]$ 时, 丝杠和滚柱之间的接触位置偏移量 $\Theta$ 和间隙改变量 $\Xi$ 分别如图 3-17(a)和(b)所示。当 $\Delta r_N \in [-0.1\text{mm}, 0.1\text{mm}]$ 和 $\Delta r_q \in [-0.1\text{mm}, 0.1\text{mm}]$ 时, 螺母和滚柱之间的接触位置偏移量 $\Theta$ 和间隙改变量 $\Xi$ 分别如图 3-18(a)和(b)所示。图 3-17 和图 3-18 中 $\Theta$ 和 $\Xi$ 的单位均为 $\mu\text{m}$ 。

由于丝杠和螺母的牙型轮廓均为直线, 所以丝杠和螺母的中径改变时不会引起原有接触点处法线方向的变化。由于滚柱的牙型轮廓为圆弧, 所以滚柱中径的变化会影响接触点处的法线方向。因此, 丝杠和螺母的中径误差不会对 PRSM 的接触位置产生影响, 而滚柱的中径误差会同时影响其在丝杠侧与螺母侧的接触位置, 如图 3-17 (a)和图 3-18 (a)所示。如图 3-17 (b)和图 3-18 (b)所示, 丝杠、滚柱和螺母的中径误差与丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的轴向间隙改变量呈线性关系。

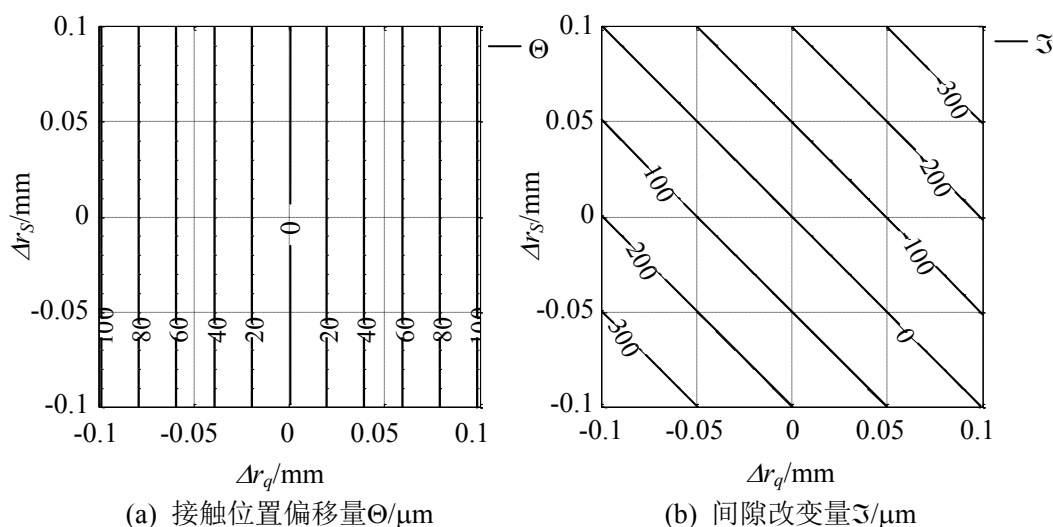


图 3-17 丝杠和滚柱的名义半径误差对两者接触位置和间隙的影响

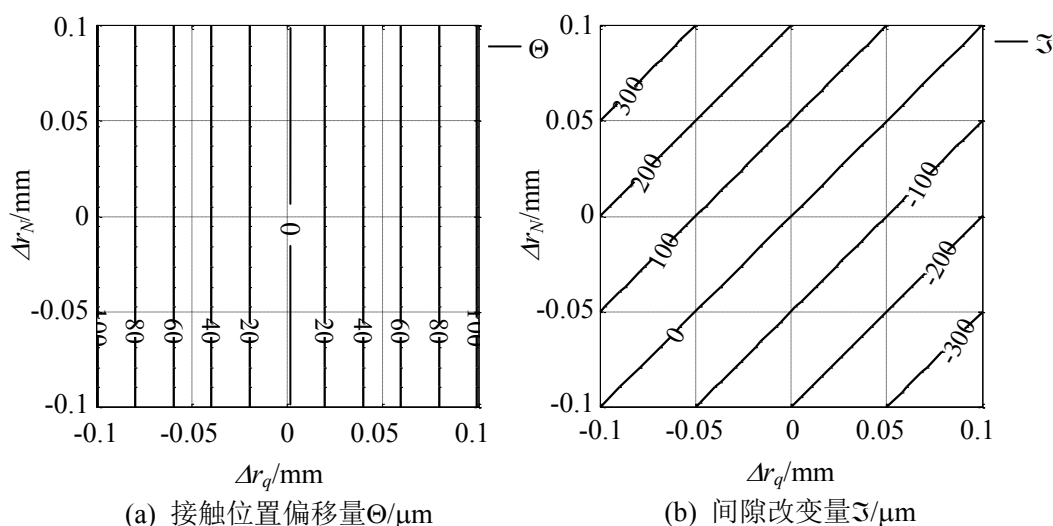


图 3-18 螺母和滚柱的名义半径误差对两者接触位置和间隙的影响

### 3.5.2 螺纹分头误差对轴向间隙的影响

根据式(3-22)和(3-25)可得, 滚柱#1~#4 各螺纹牙上螺旋曲面 $\Pi_{qU}$ 与下螺旋曲面 $\Pi_{qB}$ 所对应的丝杠螺纹编号如表 3-1 所示。由式(4-1)和(4-24)可得, 丝杠螺纹的相位差为  $360^\circ/n_s=72^\circ$ , 各滚柱之间的相位差为  $360^\circ/n_{\text{roller}}=51.4^\circ$ 。根据螺纹牙的编号规则, 滚柱#1 对应  $\theta_{s,0}^1=0^\circ$ , 由于  $51.4^\circ<72^\circ$ , 故滚柱#1 和滚柱#2 上各螺纹牙所对应的丝杠螺纹编号是相同的。螺纹的分头误差不会影响丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的轴向接触位置, 但影响对应螺纹牙之间的轴向间隙。

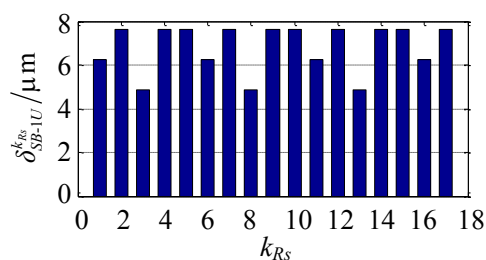
当丝杠螺纹的分头误差为  $\Delta\theta_{s,0}^1=0^\circ$ 、 $\Delta\theta_{s,0}^2=0^\circ$ 、 $\Delta\theta_{s,0}^3=0.1^\circ$ 、 $\Delta\theta_{s,0}^4=0^\circ$  和  $\Delta\theta_{s,0}^5=0.05^\circ$  时, 丝杠与各滚柱( $q=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ )螺纹牙之间的轴向间隙如图 3-19(a)-(n) 所示。因为滚柱#1 和滚柱#2 各螺纹牙所对应的丝杠螺纹编号相同, 所以图 3-19(a)与图

3-19(b)相同。由于丝杠螺纹分头误差均为正值, 故滚柱上螺旋曲面 $\Pi_{qU}$ 对应各对螺纹牙之间的轴向间隙量会减小, 而滚柱下螺旋曲面 $\Pi_{qB}$ 对应各对螺纹牙之间的轴向间隙量会增大。

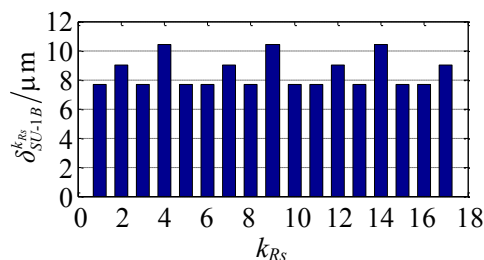
由图 3-19 可得, 由于各滚柱具有不同的相位角, 所以不同滚柱与丝杠将呈现出不同的轴向间隙分布状态。当 PRSM 受力时, 间隙较小的螺旋曲面对将先于其它的螺旋曲面对发生接触, 并会承担较大的载荷。参照图 2-1, 若 PRSM 的螺母承受沿 Z 轴正方向的负载时, 丝杠下螺旋曲面 $\Pi_{SB}$ 将与滚柱上螺旋曲面 $\Pi_{qU}$ 啮合。由图 3-19 可知, 此时每个滚柱仅会有 3 或 4 个螺纹牙与丝杠的第 3 条螺纹先发生接触。因此, 在此受力状态下, 由于丝杠螺纹分头误差的影响, 丝杠第 3 条螺纹将承受较大的负载。参照图 2-1, 若 PRSM 的螺母承受沿 Z 轴负方向的负载时, 丝杠上螺旋曲面 $\Pi_{SU}$ 将与滚柱下螺旋曲面 $\Pi_{qB}$ 啮合。结合表 3-1 和图 3-19 可知, 若螺母负载较小时, 丝杠的第 3 和第 5 条螺纹可能不参与和滚柱的啮合。因此, 丝杠的第 3 条螺纹会在一侧产生较大的磨损量。分析表明, 在 PRSM 的运动过程中, 每个滚柱螺纹牙所对应的丝杠螺纹编号是不变的, 所以分头误差较大的丝杠螺纹会在一侧产生较大的磨损量。

表 3-1 滚柱#1~#4 各螺纹牙所对应的丝杠螺纹编号

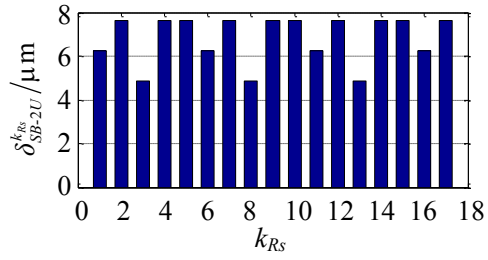
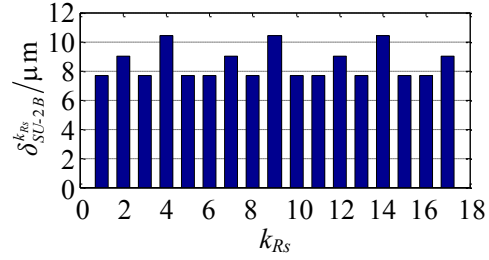
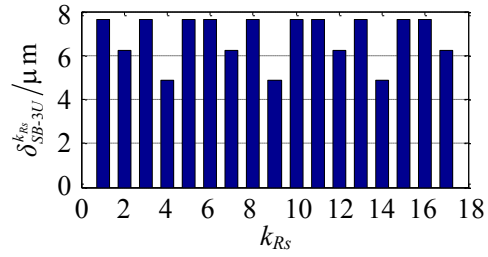
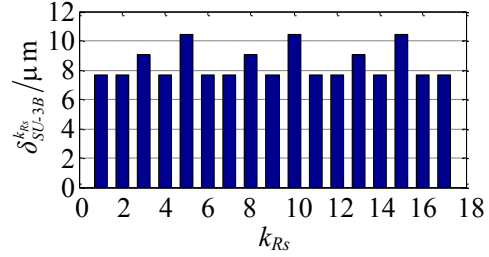
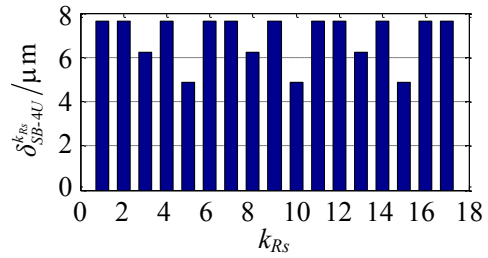
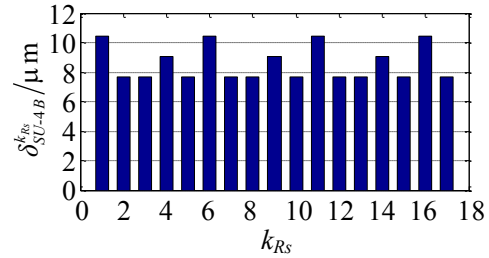
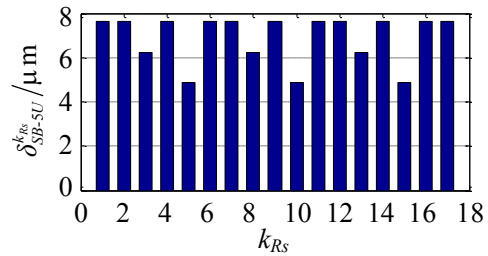
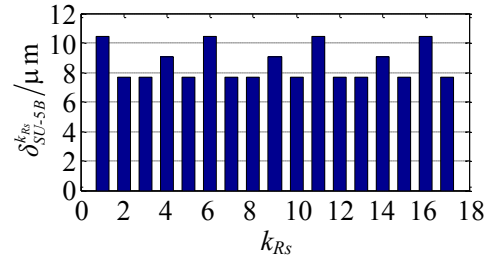
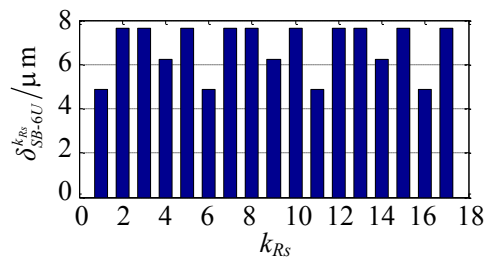
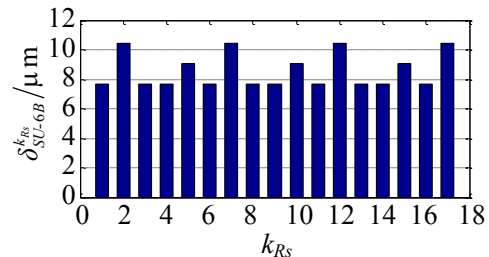
滚柱 螺纹牙 编号	对应丝杠螺纹编号							
	$\Pi_{1U}$	$\Pi_{1B}$	$\Pi_{2U}$	$\Pi_{2B}$	$\Pi_{3U}$	$\Pi_{3B}$	$\Pi_{4U}$	$\Pi_{4B}$
	滚柱#1	滚柱#1	滚柱#2	滚柱#2	滚柱#3	滚柱#3	滚柱#4	滚柱#4
1	5	1	5	1	1	2	2	3
2	4	5	4	5	5	1	1	2
3	3	4	3	4	4	5	5	1
4	2	3	2	3	3	4	4	5
5	1	2	1	2	2	3	3	4
6	5	1	5	1	1	2	2	3
7	4	5	4	5	5	1	1	2
...	...	...	...	...	...	...	...	...
16	5	1	5	1	1	2	2	3
17	4	5	4	5	5	1	1	2



(a) 螺旋曲面 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{1U}$ (滚柱#1)



(b) 螺旋曲面 $\Pi_{SU}$ 和 $\Pi_{1B}$ (滚柱#1)

(c) 螺旋曲面 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{2L}$ (滚柱#2)(d) 螺旋曲面 $\Pi_{SU}$ 和 $\Pi_{2B}$ (滚柱#2)(e) 螺旋曲面 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{3U}$ (滚柱#3)(f) 螺旋曲面 $\Pi_{SU}$ 和 $\Pi_{3B}$ (滚柱#3)(g) 螺旋曲面 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{4U}$ (滚柱#4)(h) 螺旋曲面 $\Pi_{SU}$ 和 $\Pi_{4B}$ (滚柱#4)(i) 螺旋曲面 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{5U}$ (滚柱#5)(j) 螺旋曲面 $\Pi_{SU}$ 和 $\Pi_{5B}$ (滚柱#5)(k) 螺旋曲面 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{6U}$ (滚柱#6)(l) 螺旋曲面 $\Pi_{SU}$ 和 $\Pi_{6B}$ (滚柱#6)

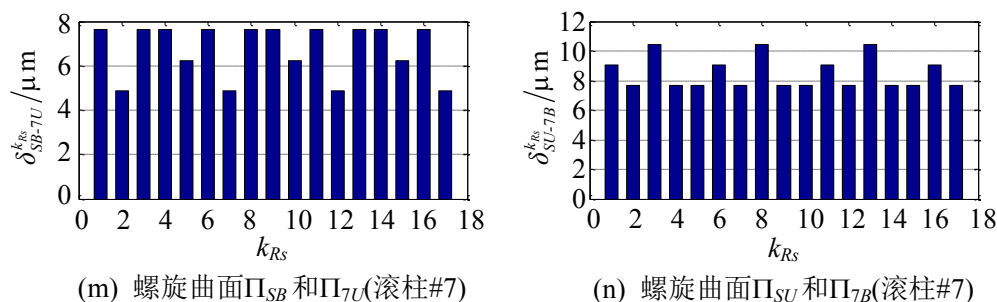
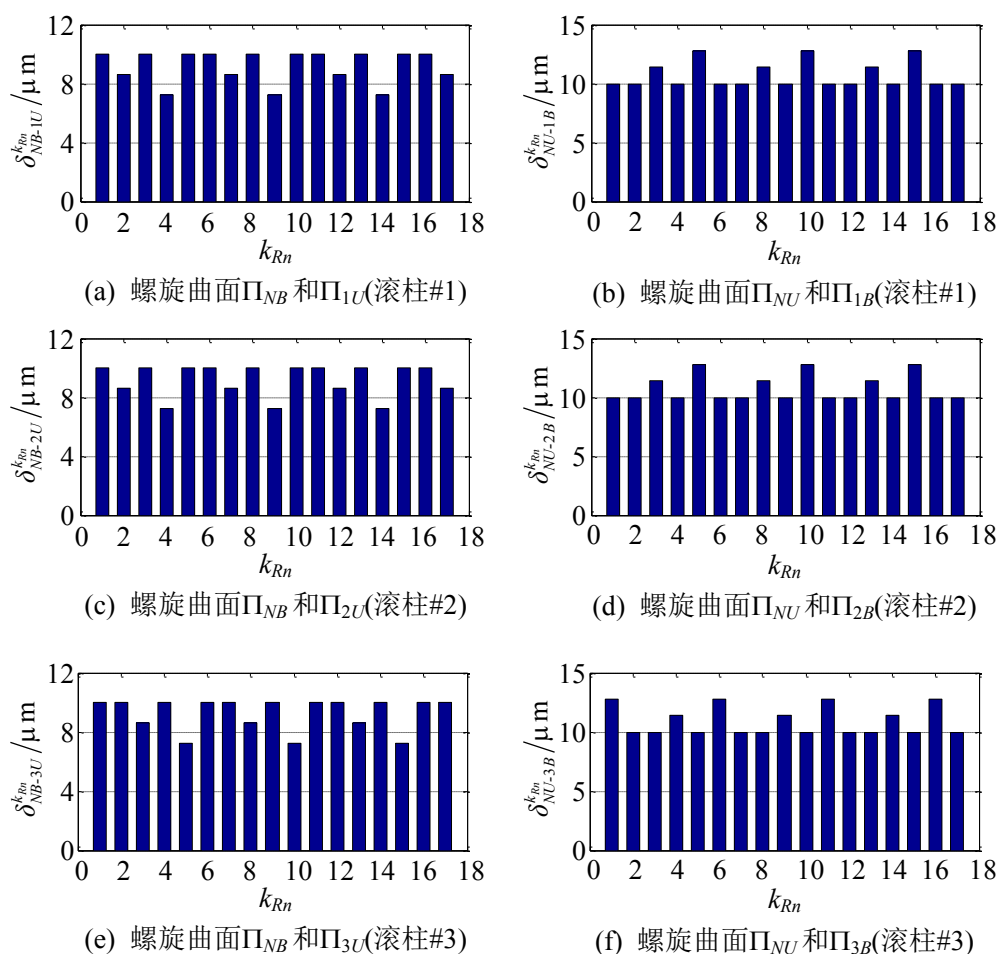


图 3-19 丝杠存在螺纹分头误差时, 丝杠和各滚柱之间螺纹牙的轴向间隙

当螺母存在分头误差时( $\Delta\theta_{N,0}^1=0^\circ$ 、 $\Delta\theta_{N,0}^2=0.1^\circ$ 、 $\Delta\theta_{N,0}^3=0^\circ$ 、 $\Delta\theta_{N,0}^4=0.05^\circ$ 和 $\Delta\theta_{N,0}^5=0^\circ$ ), 螺母与各滚柱( $q=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ )之间螺纹牙的轴向间隙如图 3-20(a)-(n)所示。与丝杠和滚柱类似, 螺母螺纹的分头误差使得各个滚柱以及同一滚柱上的不同螺纹牙具有不同的轴向间隙状态。如图 3-20 所示, 当螺母下螺旋曲面 $\Pi_{NB}$ 与滚柱上螺旋曲面 $\Pi_{qU}$ 啮合时, 每个滚柱仅会有 3 或 4 个螺纹牙与螺母的第 2 条螺纹先发生接触。当螺母上螺旋曲面 $\Pi_{NU}$ 与滚柱下螺旋曲面 $\Pi_{qB}$ 啮合时, 每个滚柱会有 10 或 11 个螺纹牙与螺母编号为 1、3 和 5 的螺纹先发生接触。在 PRSM 传动过程中, 通常具有曲面 $\Pi_{SB}$ - $\Pi_{qU}$ 和 $\Pi_{NU}$ - $\Pi_{qB}$ 啮合以及曲面 $\Pi_{SU}$ - $\Pi_{qB}$ 和 $\Pi_{NB}$ - $\Pi_{qU}$ 啮合两种状态, 故丝杠和螺母的分头误差会使得滚柱在丝杠侧和螺母侧的啮合状态产生较大的差异。



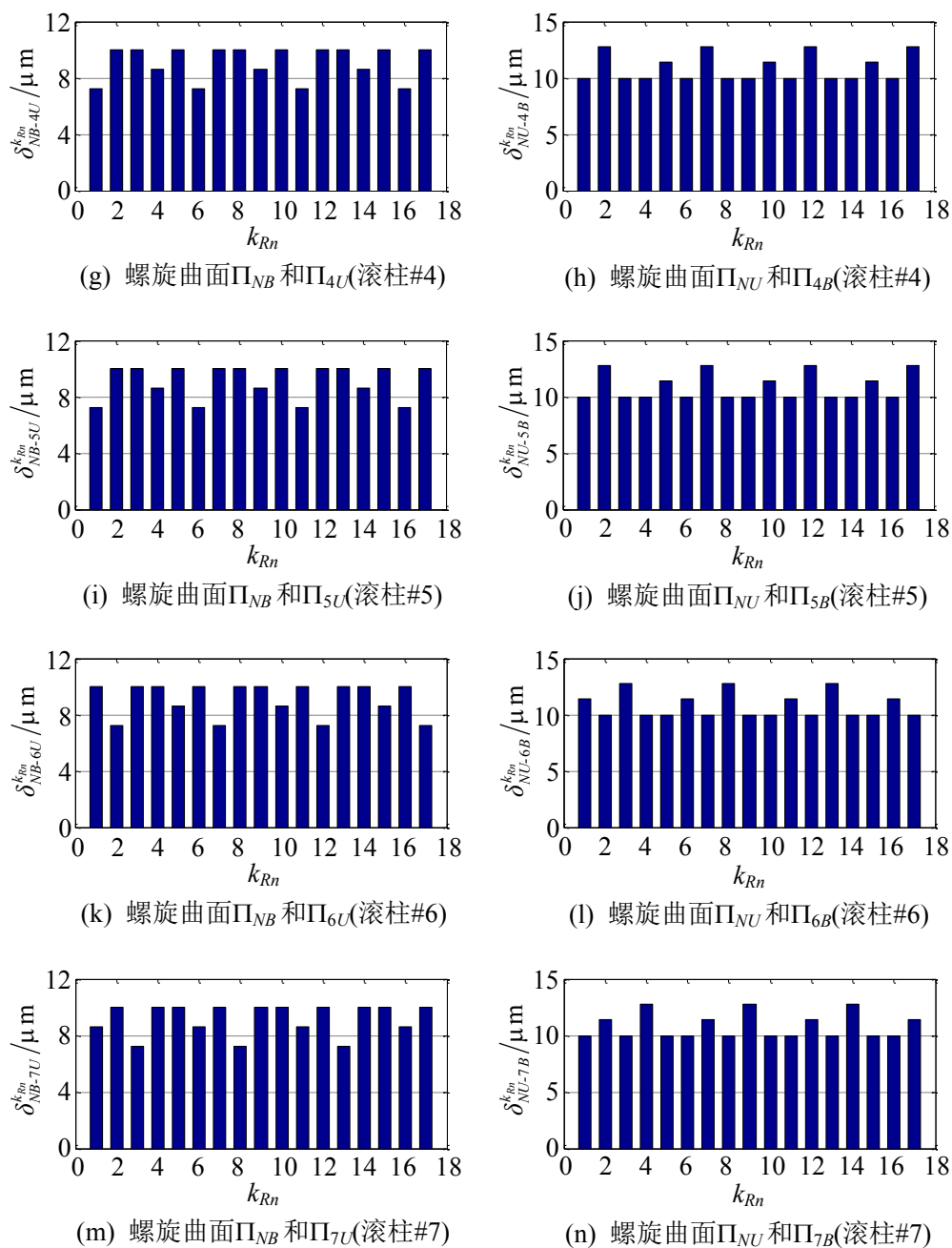


图 3-20 螺母存在螺纹分头误差时,螺母和各滚柱之间螺纹牙的轴向间隙

### 3.5.3 滚柱和螺母偏斜对接触位置与间隙的影响

如图 3-21 所示,假设螺母和滚柱均绕点  $o_{Nr}$  相对于丝杠在平面  $XOZ$  内偏转角度  $\psi_N$ , 其中点  $o_{Nr}$  在整体坐标系  $O-XYZ$  中的位置向量为  $[0, 0, (n_T-1) \cdot P/2]^T$ . 当  $\psi_N=1'$  时,滚柱#1~#4 所对应的各个螺纹牙与丝杠的接触位置如图 3-22(a)-(d)所示,轴向间隙如图 3-23(a)-(d)所示。图 3-23 中虚线对应的数值  $7.6\mu\text{m}$  为滚柱各螺纹牙与丝杠在理想状态下的间隙量。

当滚柱发生如图 3-21 所示的偏斜时,滚柱#1 的第 1 个螺纹牙将靠近丝杠,滚柱#1 的最后一个螺纹牙将远离丝杠。故在图 3-22(a)中,随着滚柱螺纹牙编号的增加,接触位置将向着丝杠螺纹的牙顶方向移动;在图 3-23(a)中,最后一个滚柱螺纹牙与丝杠之间的



间隙会大于第1个滚柱螺纹牙与丝杠之间的间隙。由于滚柱#1绕点 $O_{Nr}$ 的转动会产生沿着 $Z$ 轴负方向的位移分量,故在图3-23(a)中,滚柱上螺旋曲面 $\Pi_{1U}$ 对应的间隙量将大于滚柱下螺旋曲面 $\Pi_{1B}$ 对应的间隙量。

滚柱#4相对于丝杠的运动几乎与滚柱#1相反,故在图3-22(d)中,随着滚柱螺纹牙编号的减小,接触位置将向着丝杠螺纹的牙顶方向移动;在图3-23(d)中,滚柱上螺旋曲面 $\Pi_{1U}$ 对应的间隙量将小于滚柱下螺旋曲面 $\Pi_{1B}$ 对应的间隙量。由图3-22和图3-23可知,滚柱相对于丝杠的偏斜,会导致两者的多对螺纹牙具有不同的接触位置。同时,当PRSM承受轴向载荷时,丝杠和滚柱的多对螺纹牙也无法同时进入啮合。

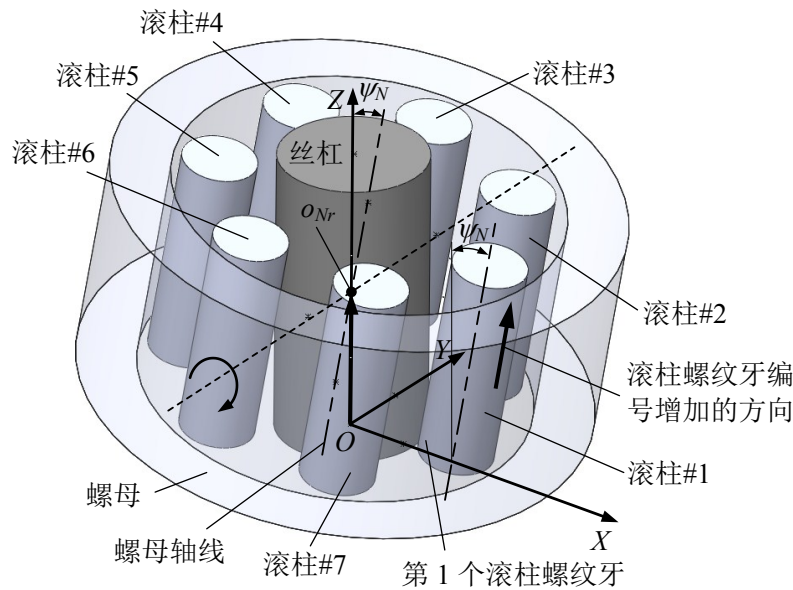
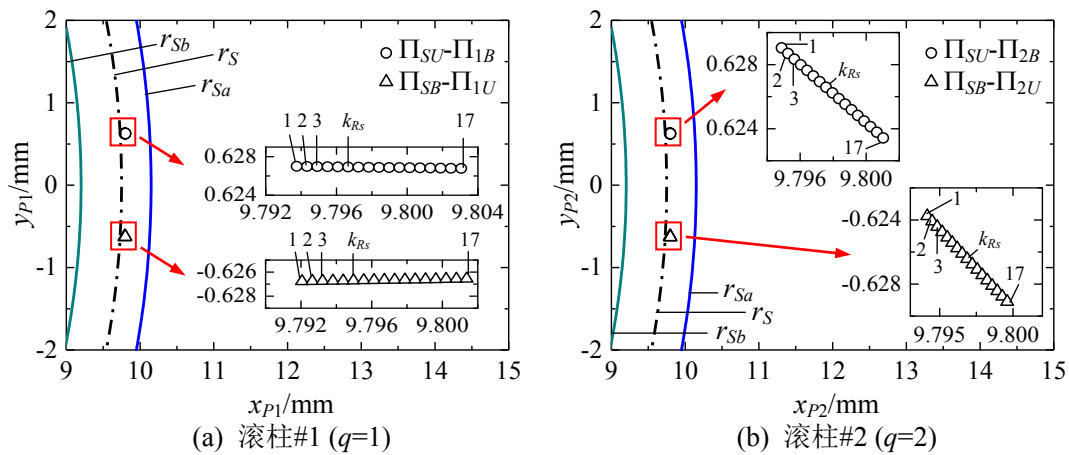


图 3-21 滚柱和螺母相对于丝杠的偏斜



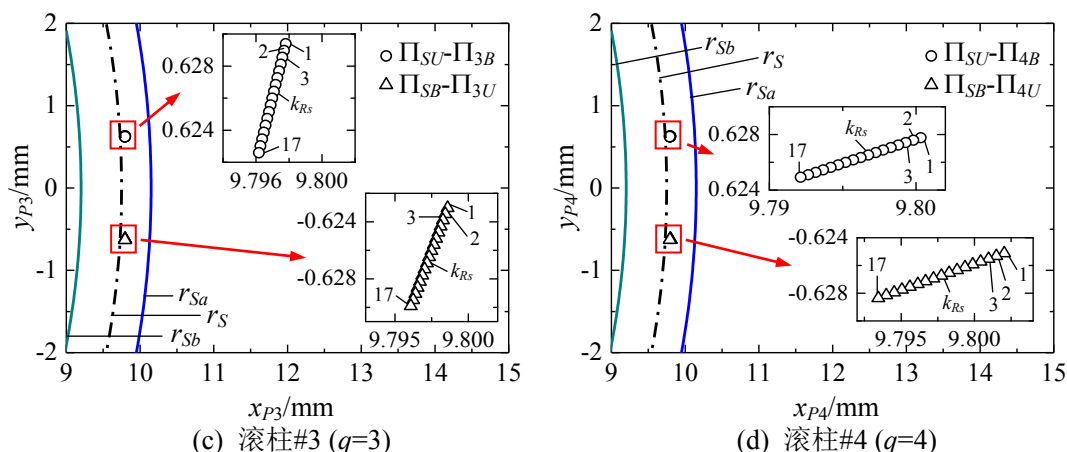


图 3-22 当滚柱和螺母同时发生偏斜时, 丝杠和滚柱#1~#4 之间的接触位置

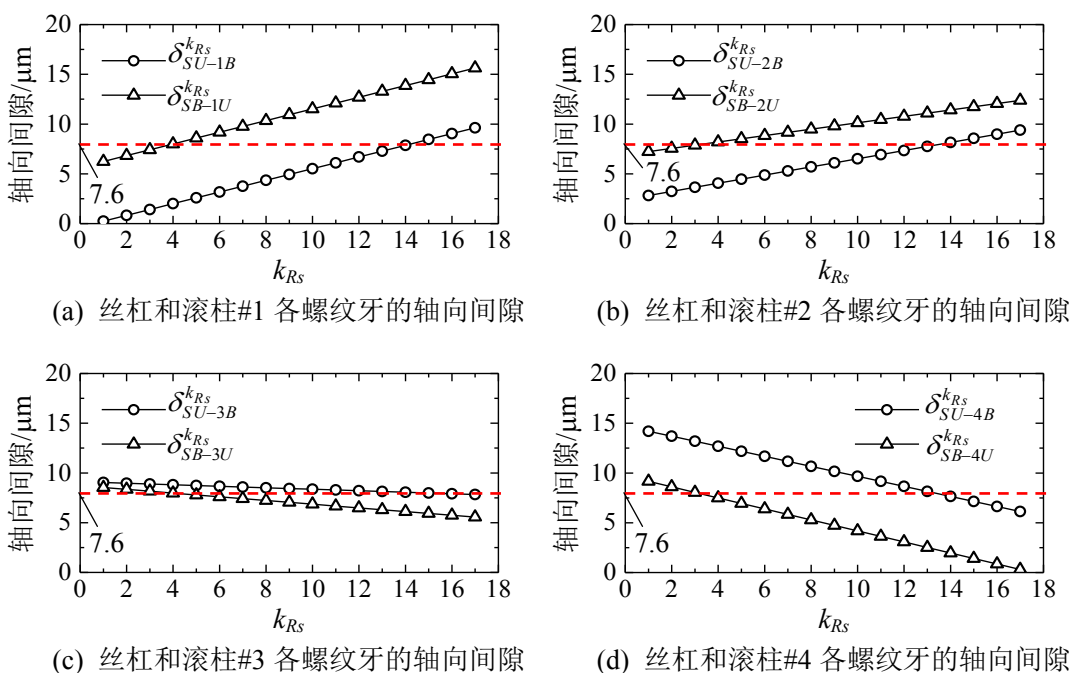


图 3-23 当滚柱和螺母同时发生偏斜时, 丝杠和滚柱#1~#4 之间的轴向间隙

滚柱#1 绕点  $o_{1r}$  相对于螺母在平面  $XOZ$  和平面  $YOZ$  内的偏斜分别如图 3-24 (a)和(b)所示。点  $o_{1r}$  在整体坐标系  $O-XYZ$  中的位置向量为  $[r_s + r_q, 0, (n_T) \cdot P/2]^T$ 。当滚柱#1 绕点  $o_{1r}$  旋转  $\varphi_1=1.5^\circ$  或旋转  $\phi_1=1.5^\circ$  时, 螺母与滚柱#1 各螺纹牙之间的接触位置如图 3-25 所示, 轴向间隙如图 3-26 所示。

如图 3-24 所示, 当滚柱#1 相对于螺母在平面  $XOZ$  内偏斜时, 第 1 个螺纹牙将远离螺母而最后一个螺纹牙将接近螺母, 并且滚柱在螺母侧的螺纹牙具有沿  $Z$  轴负方向的移动分量。故在图 3-26(a)中, 随着滚柱螺纹牙编号的增加, 对应与螺母之间的轴向间隙逐渐减小, 同时滚柱上螺旋曲面  $\Pi_{1U}$  所对应的轴向间隙会大于滚柱下螺旋曲面  $\Pi_{1B}$  的对应值。当滚柱#1 相对于螺母在平面  $YOZ$  内偏斜时, 滚柱各螺纹牙将主要沿着  $Y$  轴移动。故图 3-25(b)中的各接触点近似地分布在平行于  $y_{p1}$  轴的直线上。对比图 3-26(a)和(b)可知,

滚柱相对于螺母在  $YOZ$  平面内的偏斜对两零件中各对螺纹牙之间的轴向间隙影响较小。

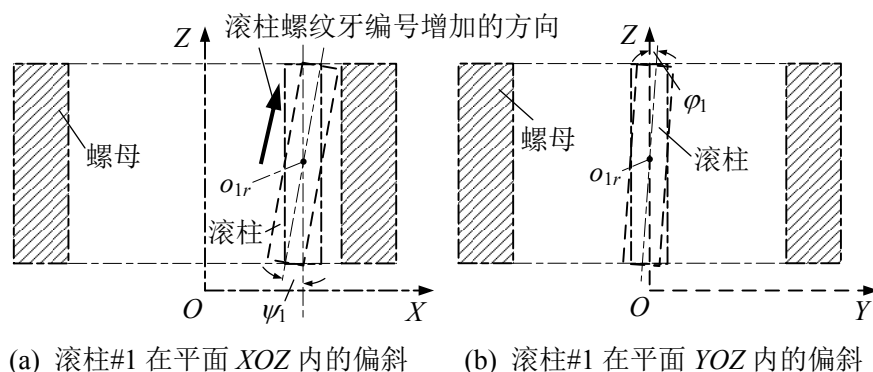


图 3-24 滚柱#1 相对于螺母的偏斜

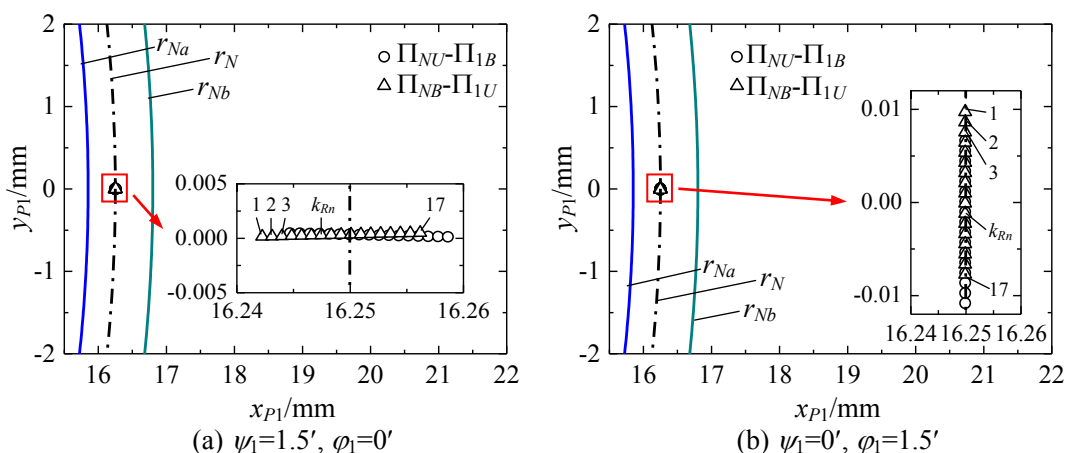


图 3-25 当滚柱相对螺母发生偏斜时, 螺母和滚柱#1 之间的接触位置

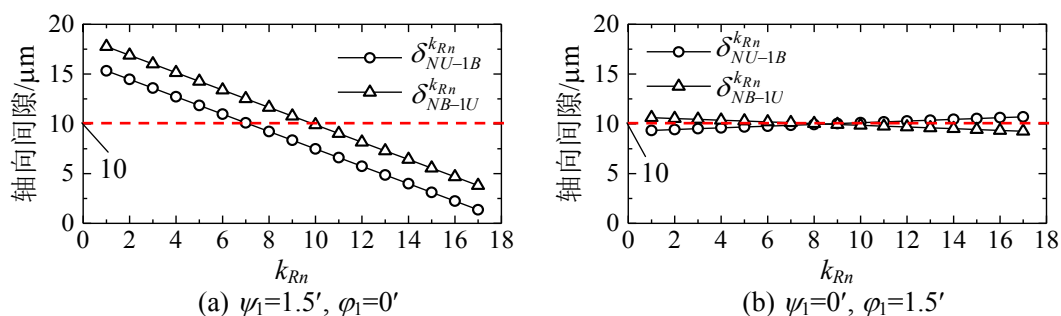


图 3-26 当滚柱相对螺母发生偏斜时, 螺母和滚柱#1 之间的轴向间隙

### 3.6 本章小结

为了弥补现有 PRSM 啮合模型<sup>[104-109]</sup>无法考虑丝杠、滚柱和螺母偏斜, 且无法分析各对螺纹牙之间轴向间隙和接触位置存在差异时的 PRSM 啮合状态的不足, 本章建立了考虑牙型误差、螺纹分头误差和零件偏斜的啮合模型, 推导了计算 PRSM 中任意一对啮合螺旋曲面在任意方向下的接触位置与间隙的啮合方程。在此基础上, 研究了间隙向量方向和误差讨论了对 PRSM 啮合特性的影响规律, 主要结论如下:

(1) 间隙向量方向会同时对螺纹牙之间的接触位置与间隙产生影响, 并且间隙越大这种影响也越大。增加滚柱的名义半径, 在减小 PRSM 间隙的同时会改变丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的轴向接触位置。

(2) 丝杠和滚柱或者螺母和滚柱牙侧角的差异越大, 牙侧角误差对接触位置的影响越大。当螺母和滚柱的牙侧角误差相同时, 牙侧角误差不会对两者的接触位置与间隙产生影响。丝杠和螺母的中径误差不会对 PRSM 的轴向接触位置产生影响。丝杠、滚柱和螺母的中径误差与 PRSM 的轴向间隙改变量呈线性关系。

(3) 当丝杠和螺母存在螺纹分头误差时, 不同滚柱以及同一滚柱上的不同螺纹牙将具有不同的轴向间隙状态; 刚体状态下, 丝杠或螺母参与和滚柱接触的螺纹编号与螺母负载的方向相关。当 PRSM 承受载荷时, 由于螺纹分头误差的影响, 可能会导致滚柱的某些螺纹牙不参与承载, 而某些螺纹牙承受较大的负载。

(4) 滚柱相对于丝杠或螺母的偏斜, 会同时影响滚柱与丝杠或螺母各对螺纹牙之间的接触位置与间隙。当滚柱在其轴线与丝杠或螺母轴线构成的平面内偏斜时, 偏斜角会对各对螺纹牙的间隙分布状态产生很大影响; 然而, 当滚柱垂直于该平面偏斜时, 偏斜角对各对螺纹牙的间隙分布状态影响很小。

## 4 考虑误差的行星滚柱丝杠副运动学分析

### 4.1 概述

PRSM 在传动过程中具有丝杠和滚柱以及螺母和滚柱多界面多点接触以及螺纹与齿轮啮合相耦合的特点。当计入零件的装配与制造误差时,丝杠、滚柱和螺母的啮合状态与滚柱和螺母的运动状态将呈现出复杂的变化规律。建立考虑误差的 PRSM 运动学模型,研究误差对 PRSM 啮合与运动状态的影响,对分析与提高该机构的传动性能以及相关零件的尺寸公差设计<sup>[132]</sup>有着重要意义。

已有研究<sup>[44, 114-118]</sup>在运动学分析时,多以理想 PRSM 为研究对象。实际 PRSM 传动过程中由于加工与装配误差的存在,会具有与理想 PRSM 不同的啮合特性。例如:为了适应丝杠旋转时,丝杠和滚柱以及螺母和滚柱的啮合状态变化,滚柱需具有一定的横向和径向浮动范围;丝杠偏心与螺母的位置误差会导致一部分滚柱无法同时与丝杠和螺母相接触,从而引起 PRSM 中运动传递路径的变化;并且,滚柱和螺母的偏心误差会导致齿轮副传动比的波动,从而引起滚柱和螺母之间的滑动。现有 PRSM 运动学分析<sup>[44, 114-120]</sup>中并未考虑由于误差而引起的运动传递路径变化、滚柱浮动和齿轮副传动比波动现象。

本章将利用第 3 章提出的啮合模型,对包含零件偏心和位置误差以及螺纹分头误差的 PRSM 进行运动学分析。首先,在对丝杠、滚柱、螺母、内齿圈和保持架偏心误差以及螺母和保持架中销孔位置误差定义与描述的基础上,计算丝杠和滚柱以及螺母和滚柱各螺纹牙之间的轴向间隙、滚柱与保持架之间的径向间隙和滚柱与内齿圈之间的法向间隙。其次,基于上述计算结果,采用刚体接触的约束条件,获得 PRSM 运动过程中滚柱浮动区域的边界与 PRSM 运动传递路径。在滚柱直齿和内齿圈啮合点始终处于理想啮合平面的假设条件下,对含误差的 PRSM 齿轮副传动比计算公式进行推导。最后,结合运动传递路径与齿轮副传动比的计算公式,完成考虑误差的 PRSM 运动学建模,并分析零件偏心与位置误差对 PRSM 滚柱浮动区域、轴向间隙和传动误差的影响规律。

### 4.2 偏心与位置误差

#### 4.2.1 偏心误差

本章基于以下假设条件完成 PRSM 的运动学分析:(1)所有零件均视为为刚体;(2)丝杠、滚柱、螺母、保持架和内齿圈的轴线相互平行;(3)所有滚柱的公转速度相同并且等于保持架的转速。

牙型误差和螺纹分头误差在第 3 章中给出了描述,这里不再赘述。下面将主要介绍丝杠、滚柱、螺母、内齿圈和保持架的偏心与位置误差。如图 4-1(a)所示, $o_{sr}$ 和 $o_s$ 分别为丝杠旋转轴与螺纹节圆的中心, $e_s$ 为丝杠偏心误差的幅值,丝杠偏心误差的相位角会

随着丝杠的旋转而变化。在图 4-1(b)中,  $o_q$ 、 $o_{qg}$  和  $o_{qp}$  分别表示滚柱# $q$  ( $q=1, 2, \dots, n_{\text{roller}}$ ,  $n_{\text{roller}}$  为滚柱个数) 的螺纹节圆、直齿和销轴的中心,  $e_q$  和  $e_{qg}$  分别为滚柱螺纹和直齿相对于销轴偏心误差的幅值,  $\varphi_{qg}$  ( $\varphi_{qg} \in [0, 2\pi)$ ) 表示直线  $o_{qp}o_q$  和直线  $o_{qp}o_{qg}$  构成的角度,  $o_{qr}$  为滚柱# $q$  的旋转轴中心。由于滚柱的旋转轴可能与其销轴轴线不重合, 故用图 4-1(b) 中的  $e_{qr}$  和  $\varphi_{qr}$  来描述滚柱# $q$  旋转轴与其销轴轴线的相对位置。

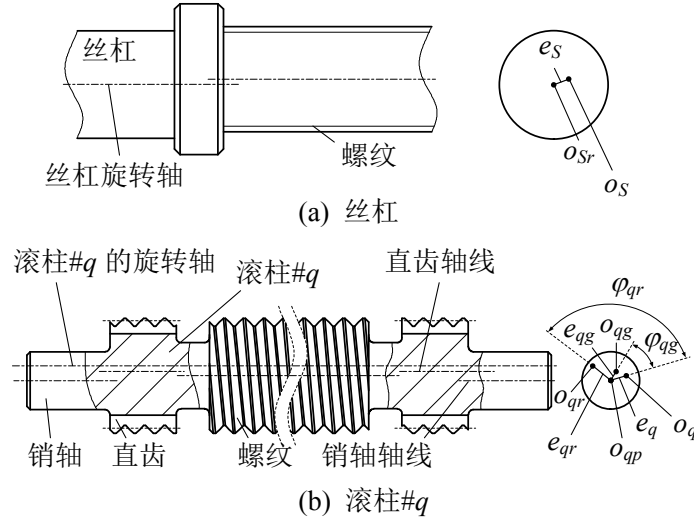


图 4-1 丝杠和滚柱的偏心误差

在 PRSM 中, 螺母、内齿圈和保持架构成了一个子装配体, 如图 4-2 所示。其中  $o_{Nout}$  和  $o_N$  分别表示螺母外圆和螺纹分度圆的中心,  $o_{Ng}$  和  $o_P$  分别为内齿圈和保持架的中心。由于螺母外圆即是内螺纹磨削的加工基准, 又是该子装配体的安装基准, 所以螺母、内齿圈和保持架的偏心误差将相对于该外圆进行定义。图 4-2 中,  $e_N$ 、 $e_{Ng}$  和  $e_P$  分别为螺母、内齿圈和保持架偏心误差的幅值,  $\varphi_{Ng}$  与  $\varphi_P$  ( $\varphi_{Ng}, \varphi_P \in [0, 2\pi)$ ) 分别表示直线  $o_{Nout}o_{Ng}$  和直线  $o_{Nout}o_P$  与直线  $o_{Nout}o_N$  之间的角度。螺母和内齿圈偏心误差的相位角与该子装配体的安装相关。若忽略保持架与内齿圈之间的径向间隙, 保持架偏心误差的相位角可由其安装状态和旋转角度确定。

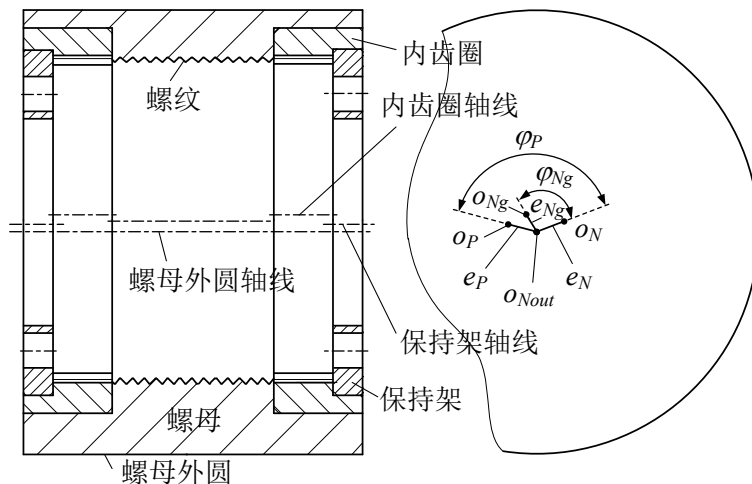
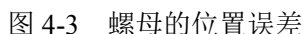


图 4-2 螺母、内齿圈和保持架的偏心误差

如图 4-3 所示, 螺母外圆中心  $o_{Nout}$  相对于丝杠旋转轴线中心  $o_{Sr}$  的偏离量定义为螺母的位置误差。整体坐标系  $O-XYZ$  与大地固连, 且  $Z$  轴与丝杠的旋转轴线相重合。螺母位置误差能够用点  $o_{Nout}$  在整体坐标系  $O-XYZ$  中的坐标  $(\varepsilon_{Mx}, \varepsilon_{My})$  表示。


$$\Phi_q = (q-1) \frac{2\pi}{n_{\text{roller}}} \quad (q=1, 2, \dots, n_{\text{roller}}) \quad (4-1)$$


63

滚柱旋转轴中心  $O_{qr}$  在坐标系  $O_{Hq}-x_{Hq}y_{Hq}z_{Hq}$  中的坐标值。

### 4.3 间隙与刚体接触约束条件

#### 4.3.1 螺纹牙之间的轴向间隙

$t$  时刻时, 丝杠、螺母和滚柱# $q$  在整体坐标系  $O-XYZ$  中的位置如图 4-5 所示, 其中整体坐标系  $O-XYZ$ 、局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  和坐标系  $O_P-x_Py_Pz_P$  在图 4-3 和图 4-4 中给出了说明。图 4-5 中,  $\omega_S$ 、 $\omega_P$  和  $\omega_q^P$  分别为丝杠、保持架和滚柱的自转角速度;  $\Omega_S$ 、 $\Omega_P$  和  $\Omega_q^P$  分别为丝杠、保持架和滚柱的初始旋转角度;  $\Omega_N$  为螺母的安装角。  $\omega_S > 0$  表示丝杠逆时针旋转,  $\omega_S < 0$  表示丝杠顺时针旋转。  $\omega_q^P$  和  $\Omega_q^P$  的上标  $P$  表示两者是相对于坐标系  $O_P-x_Py_Pz_P$  进行测量, 而  $\omega_S$ 、 $\omega_P$ 、 $\Omega_S$ 、 $\Omega_P$  和  $\Omega_N$  均相对于整体坐标系  $O-XYZ$  进行测量。

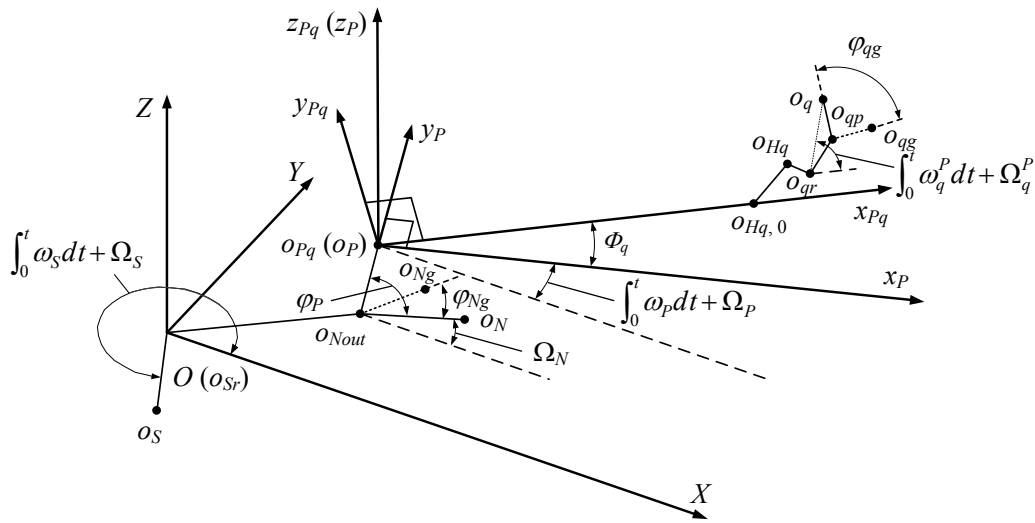


图 4-5 丝杠、螺母和滚柱# $q$  在整体坐标系  $O-XYZ$  中的位置

由图 4-5 可得, 局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  向整体坐标系  $O-XYZ$  的坐标变换为:

$$\mathbf{T}_{Pq} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{Pq} & \mathbf{p}_{Pq} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

式中:

$$\mathbf{H}_{Pq} = \begin{bmatrix} \cos(\Phi_q + \int_0^t \omega_P dt + \Omega_P) & -\sin(\Phi_q + \int_0^t \omega_P dt + \Omega_P) & 0 \\ \sin(\Phi_q + \int_0^t \omega_P dt + \Omega_P) & \cos(\Phi_q + \int_0^t \omega_P dt + \Omega_P) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

$$\mathbf{p}_{Pq} = \overrightarrow{O O_{Pq}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{Mx} + e_P \cos(\varphi_P + \Omega_N) \\ \varepsilon_{My} + e_P \sin(\varphi_P + \Omega_N) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-4)$$



根据第3章中对丝杠、滚柱和螺母偏移向量的定义,图4-5中丝杠偏移向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_S$ 能够表示为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_S = \overrightarrow{Oo_S} = \begin{bmatrix} e_S \cos(\int_0^t \omega_S dt + \Omega_S) \\ e_S \sin(\int_0^t \omega_S dt + \Omega_S) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

图4-5中滚柱# $q$ 的偏移向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_q$ 为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_q = \mathbf{H}_{Pq} \cdot \overrightarrow{O_{Hq,0}o_q} + \mathbf{p}_{Pq} = \mathbf{H}_{Pq} \begin{bmatrix} \varepsilon_{Hqx} + \varepsilon_{qrx} + |\overrightarrow{o_{qr}o_q}| \cos(\int_0^t \omega_q^P dt + \Omega_q^P) \\ \varepsilon_{Hqy} + \varepsilon_{qry} + |\overrightarrow{o_{qr}o_q}| \sin(\int_0^t \omega_q^P dt + \Omega_q^P) \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{p}_{Pq} \quad (4-6)$$

式中:

$|\overrightarrow{o_{qr}o_q}|$ ——点 $o_{qr}$ 和 $o_{qp}$ 之间的距离。

$$|\overrightarrow{o_{qr}o_q}| = \sqrt{e_{qr}^2 + e_q^2 + 2e_{qr}e_q \cos\varphi_{qr}} \quad (4-7)$$

图4-5中螺母的偏移向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_N$ 为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_N = \overrightarrow{Oo_N} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{Mx} + e_N \cos\Omega_N \\ \varepsilon_{My} + e_N \sin\Omega_N \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

滚柱# $q$ 与丝杠和螺母各螺纹牙之间的轴向间隙如图4-6所示,其中 $\Pi_{iU}$ 和 $\Pi_{iB}$  ( $i=S, N, q$ )分别为丝杠、螺母或滚柱# $q$ 的上螺旋曲面与下螺旋曲面。

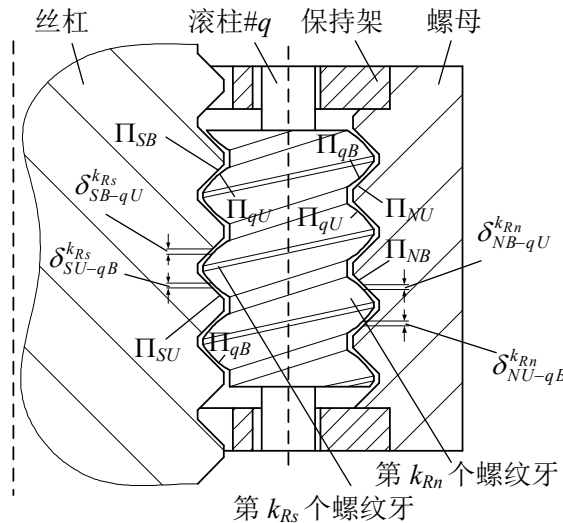


图4-6 PRSM中螺纹牙之间的轴向间隙

图 4-6 中,  $\delta_{SU-qB}^{k_{Rs}}$  和  $\delta_{SB-qU}^{k_{Rs}}$  分别为第  $k_{Rs}$  个 ( $k_{Rs}=1, 2, \dots, n_T$ ,  $n_T$  为滚柱螺纹牙的个数) 滚柱螺纹牙的螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  和  $\Pi_{qU}$  与对应丝杠螺旋曲面之间的轴向间隙,  $\delta_{NU-qB}^{k_{Rn}}$  和  $\delta_{NB-qU}^{k_{Rn}}$  分别为第  $k_{Rn}$  个 ( $k_{Rn}=1, 2, \dots, n_T$ ) 滚柱螺纹牙的螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  和  $\Pi_{qU}$  与对应螺母螺旋曲面之间的轴向间隙。当偏移向量  $\mathbf{e}_S$ 、 $\mathbf{e}_N$  和  $\mathbf{e}_q$  已知时, 各螺纹牙之间的轴向间隙  $\delta_{SU-qB}^{k_{Rs}}$ 、 $\delta_{SB-qU}^{k_{Rs}}$ 、 $\delta_{NU-qB}^{k_{Rn}}$  和  $\delta_{NB-qU}^{k_{Rn}}$  以及各滚柱螺纹牙所对应的丝杠或螺母螺纹编号  $j$  ( $j=1, 2, \dots, n_i$ ,  $n_i$  为头数) 均能够通过第 3 章中的啮合模型获得。

#### 4.3.2 滚柱和保持架之间的径向间隙

如图 4-7 所示, 滚柱# $q$  与销孔# $q$  之间的最小径向间隙定义为滚柱# $q$  与保持架的径向间隙  $\delta_{qr}$ 。坐标系  $o_{qr}-x_{qr}y_{qr}z_{qr}$  和  $o_{qp}-x_{qp}y_{qp}z_{qp}$  分别与点  $o_{qr}$  和  $o_{qp}$  相固连, 并且  $x_{qr}$  轴和  $x_{qp}$  轴均经过点  $o_q$ 。由图 4-7 可得坐标系  $o_{qp}-x_{qp}y_{qp}z_{qp}$  向坐标系  $o_{qr}-x_{qr}y_{qr}z_{qr}$  转换的旋转矩阵为:

$$\mathbf{H}_{qp}^{qr} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & |\overrightarrow{o_{qr}o_q}| = 0 \\ \begin{bmatrix} (e_q - e_{qr} \cos \varphi_{qr}) / |\overrightarrow{o_{qr}o_q}| & -e_{qr} \sin \varphi_{qr} / |\overrightarrow{o_{qr}o_q}| & 0 \\ e_{qr} \sin \varphi_{qr} / |\overrightarrow{o_{qr}o_q}| & (e_q - e_{qr} \cos \varphi_{qr}) / |\overrightarrow{o_{qr}o_q}| & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & |\overrightarrow{o_{qr}o_q}| \neq 0 \end{cases} \quad (4-9)$$

同理, 由坐标系  $o_{qr}-x_{qr}y_{qr}z_{qr}$  向坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  转换的旋转矩阵为:

$$\mathbf{H}_{qr}^{Pq} = \begin{bmatrix} \cos(\int_0^t \omega_q^P dt + \Omega_q^P) & -\sin(\int_0^t \omega_q^P dt + \Omega_q^P) & 0 \\ \sin(\int_0^t \omega_q^P dt + \Omega_q^P) & \cos(\int_0^t \omega_q^P dt + \Omega_q^P) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

如图 4-7 所示, 滚柱# $q$  与保持架之间的径向间隙  $\delta_{qr}$  能够表示为:

$$\delta_{qr} = \zeta_{Hq} / 2 - |\overrightarrow{o_{Hq}o_{qp}}| \quad (4-11)$$

式中:

$\zeta_{Hq}$ ——滚柱和销孔的名义径向间隙;  
 $|\overrightarrow{o_{Hq}o_{qp}}|$ ——点  $o_{Hq}$  和  $o_{qp}$  之间的距离。

$$\zeta_{Hq} = \frac{\zeta_{HU} + \zeta_{HB}}{2} - \frac{\zeta_{qU} + \zeta_{qB}}{2} \quad (4-12)$$

式中:

$\zeta_{HU}$ 、 $\zeta_{HB}$ ——保持架销孔直径的上公差与下公差;

$\zeta_{qU}$ 、 $\zeta_{qB}$ ——滚柱销轴直径的上公差与下公差。

由式(4-2)、(4-9)和(4-10)，向量  $\overrightarrow{o_{Hq}o_{qp}}$  可表示为：

$$\overrightarrow{o_{Hq}o_{qp}} = \mathbf{H}_{Pq} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{qrx} \\ \varepsilon_{qry} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_{Pq} \cdot \mathbf{H}_{qr}^{Pq} \cdot \mathbf{H}_{qp}^{qr} \cdot \begin{bmatrix} -e_{qr} \cos \varphi_{qr} \\ -e_{qr} \sin \varphi_{qr} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

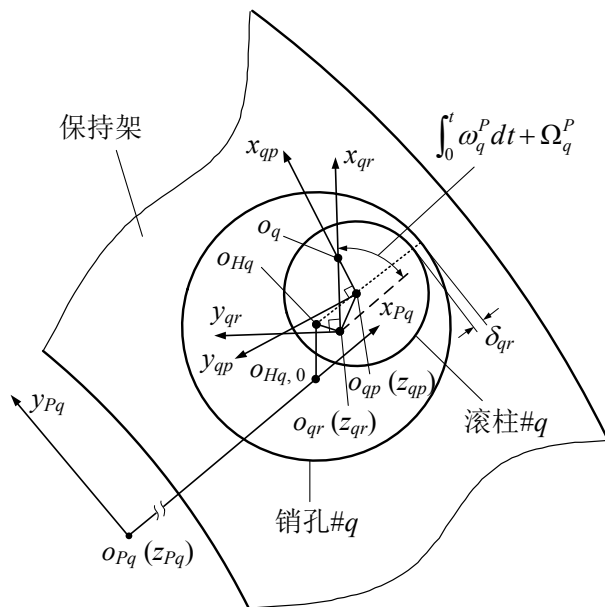


图 4-7 滚柱# $q$  与保持架之间的径向间隙

#### 4.3.3 滚柱和内齿圈之间的法向间隙

滚柱# $q$  的直齿与内齿圈的啮合齿面如图 4-8 所示。其中  $\Pi_{qg1}$  和  $\Pi_{qg2}$  为直齿齿面， $\Pi_{Ng1}$  和  $\Pi_{Ng2}$  为内齿圈齿面。由于滚柱直齿和内齿圈之间的间隙，当滚柱在螺母内滚动时，通常存在齿面  $\Pi_{qg1}$  和  $\Pi_{Ng1}$  啮合 ( $\xi_G=1$ ) 与齿面  $\Pi_{qg2}$  和  $\Pi_{Ng2}$  啮合 ( $\xi_G=2$ ) 两种情况。

考虑零件的偏心与位置误差，螺母和滚柱# $q$  之间齿轮副的啮合分析如图 4-9 所示。其中向量  $\mathbf{n}_{qg, \xi_G}$  ( $\xi_G=1$  或 2) 表示齿面  $\Pi_{qg1}$  和  $\Pi_{Ng1}$  或齿面  $\Pi_{qg2}$  和  $\Pi_{Ng2}$  啮合时，齿面在接触点  $G_q$  处的法线方向。理想状态下，两相啮合齿轮基圆之间的共切面通常被定义为该齿轮副的理想啮合平面<sup>[133]</sup>。假设图 4-9 中接触点  $G_q$  始终处于滚柱直齿和内齿圈的理想啮合平面内，向量  $\mathbf{n}_{qg, \xi_G}$  可表示为：

$$\mathbf{n}_{qg, \xi_G} = \mathbf{H}_{Pq} [-\sin \alpha, (-1)^{\xi_G} \cdot \cos \alpha, 0]^T \quad (4-14)$$

式中：

$\alpha$ ——齿轮副的压力角；

$\xi_G=1$  或 2——区分齿轮副的不同啮合状态。

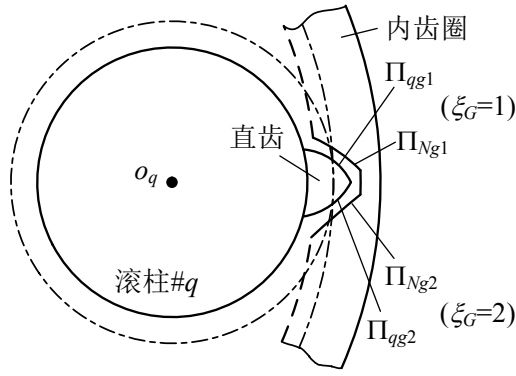


图 4-8 滚柱直齿和内齿圈的啮合齿面

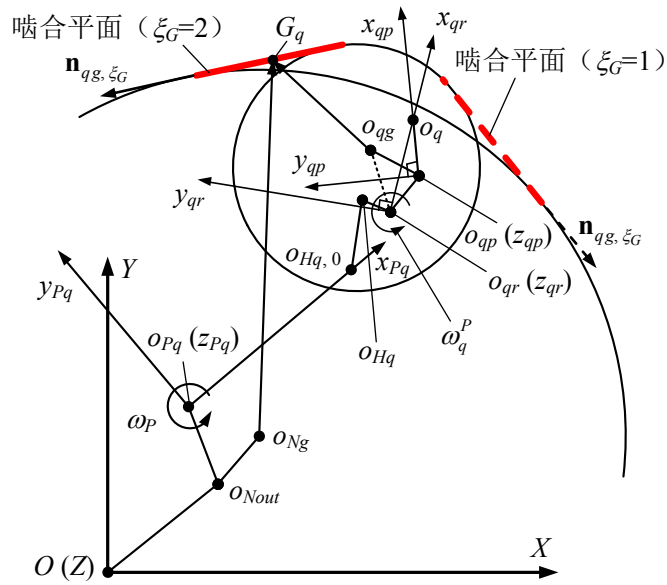


图 4-9 螺母和滚柱#q 之间齿轮副的啮合分析

采用文献[134]所给出的行星齿轮系统各齿轮副之间法向间隙的计算方法, 可得滚柱#q 的直齿与内齿圈之间的法向间隙 $\delta_{qg}$ 为:

$$\delta_{qg} = \zeta_{qg} + \sum_{\xi_G=1}^2 [(\overrightarrow{o_{Pq}o_{Ng}} + \overrightarrow{o_{Hq,0}o_{qr}} + \overrightarrow{o_{qr}o_{qg}})\mathbf{n}_{qg, \xi_G}] \quad (4-15)$$

式中:

$\zeta_{qg}$ ——螺母和滚柱#q 之间齿轮副的初始法向间隙量。

$$\overrightarrow{o_{Pq}o_{Ng}} = \begin{bmatrix} e_{Ng} \cos(\Omega_N + \varphi_{Ng}) - e_P \cos(\Omega_N + \varphi_P) \\ e_{Ng} \sin(\Omega_N + \varphi_{Ng}) - e_P \sin(\Omega_N + \varphi_P) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

$$\overrightarrow{o_{Hq,0}o_{qr}} = \mathbf{H}_{Pq} \begin{bmatrix} \varepsilon_{qrx} + \varepsilon_{Hqx} \\ \varepsilon_{qry} + \varepsilon_{Hqy} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-17)$$

$$\overrightarrow{o_{qr}o_{qg}} = \mathbf{H}_{Pq} \mathbf{H}_{qr}^{Pq} \mathbf{H}_{qp}^{qr} \begin{bmatrix} -e_{qr} \cos \varphi_{qr} + e_{qg} \cos \varphi_{qg} \\ -e_{qr} \sin \varphi_{qr} + e_{qg} \sin \varphi_{qg} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-18)$$

#### 4.3.4 滚柱浮动区域

在时刻  $t$ , 滚柱# $q$  在销孔# $q$  中的浮动区域同时受到保持架、内齿圈、丝杠和螺母的限制。当滚柱# $q$  旋转轴与其销轴轴线的相对位置已知时, 即  $e_{qr}$  和  $\varphi_{qr}$  (图 4-1) 已知时, 滚柱# $q$  在销孔# $q$  中的位置能够使用旋转轴中心点  $o_{qr}$  在坐标系  $o_{Hq}-x_{Hq}y_{Hq}z_{Hq}$  中的坐标  $\varepsilon_{qrx}$  和  $\varepsilon_{qry}$  (图 4-4) 所描述。因此, 滚柱# $q$  的浮动区域能够表示为集合  $\Lambda_q$ :

$$\Lambda_q = \Lambda_{qr} \cap \Lambda_{qg} \cap \Lambda_{Sq} \cap \Lambda_{Nq} \quad (4-19)$$

式中:

$\Lambda_{qr}$ ——滚柱# $q$  不与保持架发生干涉时点  $o_{qr}$  坐标  $(\varepsilon_{qrx}, \varepsilon_{qry})$  的集合;

$\Lambda_{qg}$ ——滚柱# $q$  不与内齿圈发生干涉时点  $o_{qr}$  坐标  $(\varepsilon_{qrx}, \varepsilon_{qry})$  的集合;

$\Lambda_{Sq}$ ——滚柱# $q$  不与丝杠发生干涉时点  $o_{qr}$  坐标  $(\varepsilon_{qrx}, \varepsilon_{qry})$  的集合;

$\Lambda_{Nq}$ ——当滚柱# $q$  不与螺母发生干涉时点  $o_{qr}$  坐标  $(\varepsilon_{qrx}, \varepsilon_{qry})$  的集合。

根据刚体接触的约束条件, 以及间隙量  $\delta_{qr}$ 、 $\delta_{qg}$ 、 $\delta_{SU-qB}^{k_{qs}}$ 、 $\delta_{SB-qU}^{k_{qs}}$ 、 $\delta_{NU-qB}^{k_{qn}}$  和  $\delta_{NB-qU}^{k_{qn}}$  的定义, 可得集合  $\Lambda_{qr}$ 、 $\Lambda_{qg}$ 、 $\Lambda_{Sq}$  和  $\Lambda_{Nq}$  分别为:

$$\Lambda_{qr} = \{(\varepsilon_{qrx}, \varepsilon_{qry}) | \delta_{qr} \geq 0\} \quad (4-20)$$

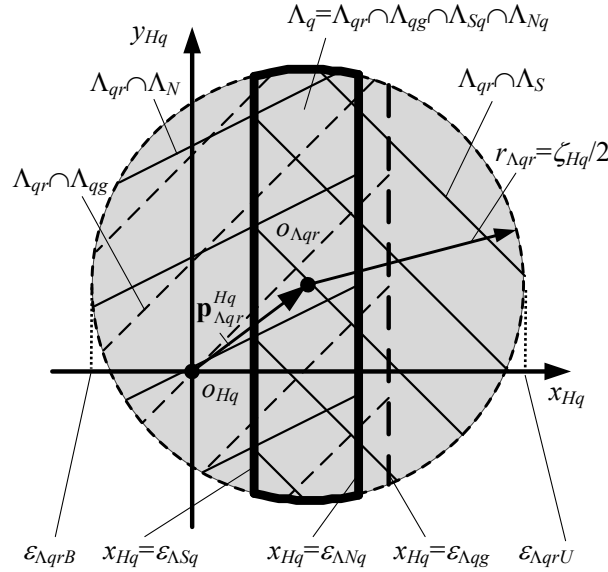
$$\Lambda_{qg} = \{(\varepsilon_{qrx}, \varepsilon_{qry}) | \delta_{qg} \geq 0\} \quad (4-21)$$

$$\Lambda_{Sq} = \{(\varepsilon_{qrx}, \varepsilon_{qry}) | \min(\delta_{SU-qB}^{k_{qs}}) + \min(\delta_{SB-qU}^{k_{qs}}) \geq 0\} \quad (4-22)$$

$$\Lambda_{Nq} = \{(\varepsilon_{qrx}, \varepsilon_{qry}) | \min(\delta_{NU-qB}^{k_{qn}}) + \min(\delta_{NB-qU}^{k_{qn}}) \geq 0\} \quad (4-23)$$

图 4-10 为滚柱# $q$  浮动区域的示意图。图 4-10 中圆心为  $o_{\Lambda qr}$ , 半径为  $r_{\Lambda qr} = \zeta_{Hq}/2$  的灰色圆形区域表示集合  $\Lambda_{qr}$ ,  $\varepsilon_{\Lambda qrU}$  和  $\varepsilon_{\Lambda qrB}$  分别为集合  $\Lambda_{qr}$  中  $\varepsilon_{qrx}$  的最大值和最小值。由图 4-7 可知, 圆心  $o_{\Lambda qr}$  在坐标系  $o_{Hq}-x_{Hq}y_{Hq}z_{Hq}$  中的位置向量  $\mathbf{p}_{\Lambda qr}^{Hq}$  为:

$$\mathbf{p}_{\Lambda qr}^{Hq} = -\mathbf{H}_{qr}^{Pq} \cdot \mathbf{H}_{qp}^{qr} \cdot \begin{bmatrix} -e_{qr} \cos \varphi_{qr} \\ -e_{qr} \sin \varphi_{qr} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (e_{qr} < \zeta_{Hq}/2) \quad (4-24)$$

图 4-10 滚柱# $q$  的浮动区域

根据第 3 章给出的 PRSM 啮合模型可知, 滚柱# $q$  沿着  $y_{Hq}$ -方向的小位移对丝杠和滚柱# $q$  以及螺母和滚柱# $q$  各对螺旋曲面之间的轴向间隙影响很小。同时, 滚柱# $q$  沿着  $y_{Hq}$ -方向的小位移对螺母和滚柱# $q$  之间齿轮副的法向间隙量  $\delta_{qg}$  影响也很小。因此, 在图 4-10 中, 直线  $x_{Hq} = \varepsilon_{\Lambda Sq}$ 、 $x_{Hq} = \varepsilon_{\Lambda Nq}$  和  $x_{Hq} = \varepsilon_{\Lambda qg}$  分别表示集合  $\Lambda_{qr} \cap \Lambda_{Sq}$ 、 $\Lambda_{qr} \cap \Lambda_{Nq}$  和  $\Lambda_{qr} \cap \Lambda_{qg}$  的边界。若将集合  $\Lambda_q$  中  $\varepsilon_{qrx}$  的最大值和最小值分别表示为  $\varepsilon_{qrxU}$  和  $\varepsilon_{qrxB}$  将会得到如下的方程:

$$\varepsilon_{qrxU} = \min \{ \varepsilon_{\Lambda Nq}, \varepsilon_{\Lambda qg}, \varepsilon_{\Lambda qrU} \} \quad (4-25)$$

$$\varepsilon_{qrxB} = \max \{ \varepsilon_{\Lambda Sq}, \varepsilon_{\Lambda qrB} \} \quad (4-26)$$

同时,  $\varepsilon_{qrxU}$  和  $\varepsilon_{qrxB}$  需要满足约束条件:

$$\varepsilon_{qrxU} > \varepsilon_{qrxB} \quad (4-27)$$

#### 4.3.5 螺母附加刚体位移

理想 PRSM 在承受轴向载荷时, 每一个滚柱将同时与丝杠和螺母接触, 并且单个滚柱上的多个螺纹牙均会与之对应的丝杠或螺母螺纹接触。然而, 由于零件加工与装配误差的影响, 当 PRSM 承载时, 一些滚柱将无法同时与丝杠和螺母接触, 并且单个滚柱上的有些螺纹牙也可能和丝杠或螺母螺纹处于分离状态。如图 4-11 所示, 当 PRSM 承受轴向载荷  $F_N$  时, 滚柱# $q^*$  上第  $k'_{Rs}$  个螺纹牙的上螺旋曲面  $\Pi_{q^*U}$  以及第  $k'_{Rn}$  个螺纹牙的下螺旋曲面  $\Pi_{q^*B}$  同时与相对应的丝杠和螺母螺旋曲面相接触, 即  $g_{SB-q^*U}^{k'_{Rs}} + g_{NU-q^*B}^{k'_{Rn}} = 0$ 。而此时, 滚柱#1 无法同时与丝杠和螺母接触, 并且滚柱# $q^*$  的其余螺纹牙与对应丝杠和螺母螺纹牙之间存在间隙。

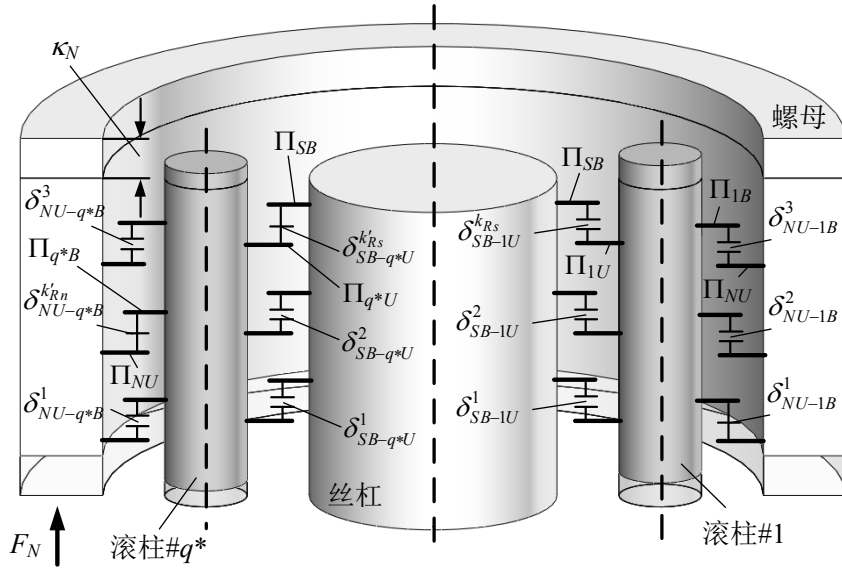


图 4-11 螺母的附加刚体位移

由于 PRSM 中不同滚柱与丝杠和螺母之间轴向间隙的差异,当丝杠旋转时,螺母将具有一个附加的刚体位移  $\kappa_N$ (图 4-11)来保证载荷  $F_N$  能够通过滚柱传递给丝杠。根据刚体接触的约束条件,在  $t$  时刻,螺母的附加刚体位移  $\kappa_N$  为:

$$\kappa_N = \min[\min(\delta_{SB-qU}^{k'_{RS}}) + \min(\delta_{NU-qB}^{k'_{RN}})] \quad (q = 1, 2, \dots, n_{\text{roller}}) \quad (4-28)$$

在此状态下,匹配螺旋曲面  $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$  和  $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$  的间隙之和为:

$$\delta_{SNq} = \min(\delta_{SB-qU}^{k'_{RS}}) + \min(\delta_{NU-qB}^{k'_{RN}}) - \kappa_N \quad (4-29)$$

使用滚柱# $q^*$ 表示 PRSM 中同时与丝杠和螺母相接触的滚柱,即  $\delta_{SNq^*}=0$  ( $q=q^*$ );  $k'_{RS}$  和  $k'_{RN}$  表示滚柱# $q^*$ 上与丝杠和螺母相接触螺纹牙的编号,即:

$$\delta_{SB-q^*U}^{k'_{RS}} = \min(\delta_{SB-q^*U}^{k'_{RS}}) \quad (4-30)$$

$$\delta_{NU-q^*B}^{k'_{RN}} = \min(\delta_{NU-q^*B}^{k'_{RN}}) \quad (4-31)$$

## 4.4 考虑误差的运动学模型

### 4.4.1 含误差的齿轮副传动比

PRSM 中,齿轮副的啮合状态不仅与丝杠的旋转方向有关而且与螺母的受力情况相关。有关齿轮副啮合状态的计算方法将在第 5 章进行讨论。忽略滚柱浮动速度对齿轮副传动比的影响并且假设直齿与内齿圈的接触点  $G_q$  始终处于图 4-9 所示的理想啮合平面内<sup>[134]</sup>,滚柱# $q$  公转速度  $\omega_P$  与自转速度  $\omega_q^P$  将存在如下的关系:

$$[\omega_P \mathbf{Z} \times (\overrightarrow{o_{Pq}o_{Ng}} + \overrightarrow{o_{Ng}G_q})] \mathbf{n}_{qg} + [\omega_q^P \mathbf{Z} \times (\overrightarrow{o_{qr}o_{qg}} + \overrightarrow{o_{qg}G_q})] \mathbf{n}_{qg} = 0 \quad (4-32)$$

式中:  $\mathbf{Z}=[0, 0, 1]^T$ ,  $\overrightarrow{o_{qg}G_q}$  和  $\overrightarrow{o_{Ng}G_q}$  分别为直齿和内齿圈几何中心至接触点  $G_q$  的向量。

根据图 4-9，可得：

$$(\mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{Ng}G_q})\mathbf{n}_{qg} = \xi_G r_{Ng} \quad (4-33)$$

$$(\mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{qg}G_q})\mathbf{n}_{qg} = \xi_G r_{qg} \quad (4-34)$$

式中：

$r_{Ng}$  和  $r_{qg}$ ——内齿圈和滚柱直齿的分度圆半径。

将式(4-31)和(4-32)带入式(4-30)，可得滚柱# $q$  的自转速度  $\omega_q^P$  为：

$$\omega_q^P = -\omega_P \cdot \frac{\xi_G r_{Ng} + (\mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{Pq}o_{Ng}})\mathbf{n}_{qg}}{\xi_G r_{qg} + (\mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{qr}o_{qg}})\mathbf{n}_{qg}} \quad (4-35)$$

由式(4-35)可知，理想状态下滚柱的自转速度  $\omega_{q,0}^P$  为：

$$\omega_{q,0}^P = -\frac{r_{Ng}}{r_{qg}} \omega_P \quad (4-36)$$

PRSM 通过丝杠和滚柱# $q^*$ 以及螺母和滚柱# $q^*$ 的啮合将丝杠的旋转运动转化为螺母的直线运动。因此，第 4.4.2 节将对丝杠和滚柱# $q^*$ 以及螺母和滚柱# $q^*$ 之间的啮合螺旋曲面进行运动学分析，从而获得螺母的轴向移动速度。

#### 4.4.2 含误差的螺母轴向移动速度

如图 4-12 示， $o_{Sq^*}^{k'_{Rs}}$  和  $o_{Nq^*}^{k'_{Rn}}$  ( $q = q^*$ 、 $k_{Rs} = k'_{Rs}$ 、 $k_{Rn} = k'_{Rn}$ ) 分别为丝杠和滚柱# $q^*$ 以及螺母和滚柱# $q^*$ 的接触点， $O_{Sq^*}^{k'_{Rs}}$  和  $O_{Nq^*}^{k'_{Rn}}$  分别为接触点  $o_{Sq^*}^{k'_{Rs}}$  和  $o_{Nq^*}^{k'_{Rn}}$  在  $x_{Pq^*}o_{Pq^*}y_{Pq^*}$  平面内的投影。参考第 3 章所建立的啮合模型，投影点  $O_{Sq^*}^{k'_{Rs}}$  和  $O_{Nq^*}^{k'_{Rn}}$  的位置能够被啮合半径  $r_{Sq^*}^{k'_{Rs}}$ 、 $r_{Rs q^*}^{k'_{Rs}}$ 、 $r_{Rn q^*}^{k'_{Rn}}$  和  $r_{Nq^*}^{k'_{Rn}}$  以及啮合偏角  $\phi_{Sq^*}^{k'_{Rs}}$ 、 $\phi_{Rs q^*}^{k'_{Rs}}$ 、 $\phi_{Rn q^*}^{k'_{Rn}}$  和  $\phi_{Nq^*}^{k'_{Rn}}$  所描述。图 4-12 中， $v_{q^*z}$  表示滚柱# $q^*$ 的轴向移动速度， $\mathbf{v}_{q^*r}^P$  为滚柱相对于坐标系  $o_P-x_Py_Pz_P$  的浮动速度。由图 4-12 可得，滚柱# $q^*$ 在接触点  $o_{Sq^*}^{k'_{Rs}}$  处的速度为：

$$\mathbf{v}_{Rs q^*} = \omega_P \mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{Pq^*}O_{Sq^*}^{k'_{Rs}}} + \omega_{q^*}^P \mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{q^*r}O_{Sq^*}^{k'_{Rs}}} + \mathbf{H}_{Pq^*} \mathbf{v}_{q^*r}^P + [0, 0, v_{q^*z}]^T \quad (4-37)$$

式中：

$$\overrightarrow{o_{Pq^*}O_{Sq^*}^{k'_{Rs}}} = \overrightarrow{o_{Pq^*}O} + \overrightarrow{OO_{Sq^*}^{k'_{Rs}}} = \overrightarrow{OO_{Sq^*}^{k'_{Rs}}} - \mathbf{p}_{Pq^*} \quad (4-38)$$

$$\overrightarrow{OO_{Sq^*}^{k'_{Rs}}} = \begin{bmatrix} e_S \cos(\int_0^t \omega_S dt + \Omega_S) \\ e_S \sin(\int_0^t \omega_S dt + \Omega_S) \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_{Pq^*} \begin{bmatrix} r_{Sq^*}^{k'_{Rs}} \cos \phi_{Sq^*}^{k'_{Rs}} \\ r_{Sq^*}^{k'_{Rs}} \sin \phi_{Sq^*}^{k'_{Rs}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-39)$$



$$\overrightarrow{o_{q^*r}O_{Sq^*}^{k'Rs}} = \mathbf{H}_{Pq^*} \begin{bmatrix} |\overrightarrow{o_{q^*r}O_{q^*}}| \cos(\int_0^t \omega_{q^*}^P dt + \Omega_{q^*}^P) \\ |\overrightarrow{o_{q^*r}O_{q^*}}| \sin(\int_0^t \omega_{q^*}^P dt + \Omega_{q^*}^P) \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_{Pq^*} \begin{bmatrix} -r_{Rs q^*}^{k'Rs} \cos \phi_{Rs q^*}^{k'Rs} \\ r_{Rs q^*}^{k'Rs} \sin \phi_{Rs q^*}^{k'Rs} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-40)$$

同理，滚柱# $q^*$ 在接触点  $o_{Nq^*}^{k'Rn}$  处的速度为：

$$\mathbf{v}_{Rnq^*} = \xi_S \omega_P \mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{Pq^*}O_{Nq^*}^{k'Rn}} + \omega_{q^*}^P \mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{q^*r}O_{Nq^*}^{k'Rn}} + \mathbf{H}_{Pq^*} \mathbf{v}_{q^*r}^P + [0, 0, v_{q^*z}]^T \quad (4-41)$$

式中：

$$\overrightarrow{o_{Pq^*}O_{Nq^*}^{k'Rn}} = \begin{bmatrix} -e_P \cos(\varphi_P + \Omega_N) + e_N \cos \Omega_N \\ -e_P \sin(\varphi_P + \Omega_N) + e_N \sin \Omega_N \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_{Pq^*} \begin{bmatrix} r_{Nq^*}^{k'Rn} \cos \phi_{Nq^*}^{k'Rn} \\ r_{Nq^*}^{k'Rn} \sin \phi_{Nq^*}^{k'Rn} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-42)$$

$$\overrightarrow{o_{q^*r}O_{Nq^*}^{k'Rn}} = \mathbf{H}_{Pq^*} \begin{bmatrix} |\overrightarrow{o_{q^*r}O_{q^*}}| \cos(\int_0^t \omega_{q^*}^P dt + \Omega_{q^*}^P) \\ |\overrightarrow{o_{q^*r}O_{q^*}}| \sin(\int_0^t \omega_{q^*}^P dt + \Omega_{q^*}^P) \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_{Pq^*} \begin{bmatrix} r_{Rnq^*}^{k'Rn} \cos \phi_{Rnq^*}^{k'Rn} \\ r_{Rnq^*}^{k'Rn} \sin \phi_{Rnq^*}^{k'Rn} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-43)$$

由图 4-12 可得，丝杠在接触点  $o_{Sq^*}^{k'Rs}$  处的速度为：

$$\mathbf{v}_{Sq^*} = \omega_S \mathbf{Z} \times \overrightarrow{OO_{Sq^*}^{k'Rs}} \quad (4-44)$$

根据刚体运动的基本特性可知，丝杠和滚柱# $q^*$ 在接触点  $o_{Sq^*}^{k'Rs}$  处的法向相对速度速度为零，即：

$$\mathbf{v}_{Rs q^*} \mathbf{n}_{Rs q^*}^{k'Rs} + \mathbf{v}_{Sq^*} \mathbf{n}_{Sq^*}^{k'Rs} = 0 \quad (4-45)$$

式中：

$\mathbf{n}_{Sq^*}^{k'Rs}$  和  $\mathbf{n}_{Rs q^*}^{k'Rs}$ ——螺旋曲面  $\Pi_{SB}$  和  $\Pi_{q^*U}$  在接触点  $o_{Sq^*}^{k'Rs}$  处的单位法向量。

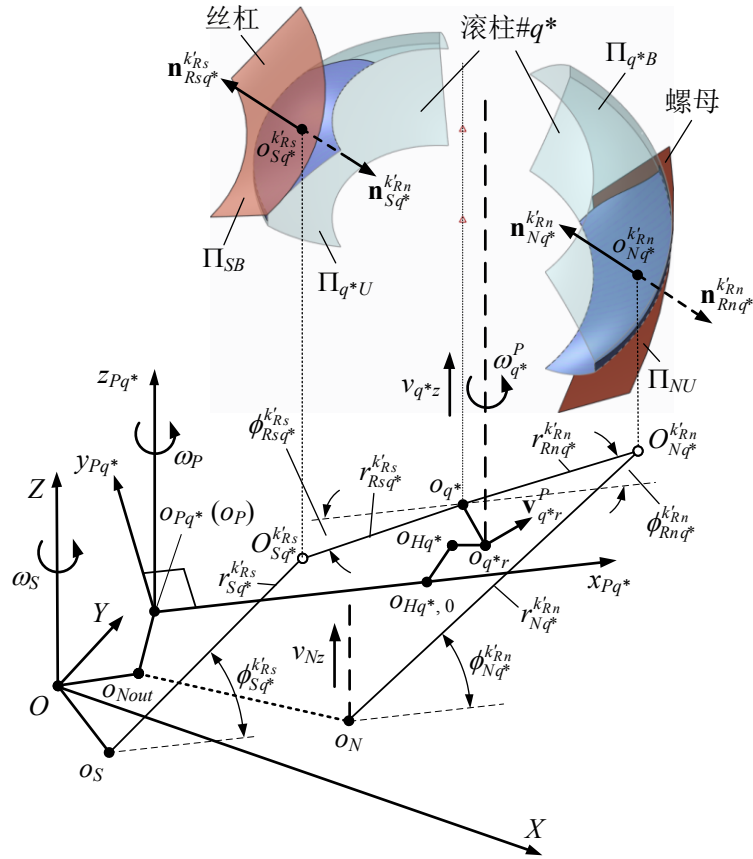
由式(4-39)、(4-42)和(4-43)能够推导出滚柱# $q^*$ 的轴向移动速度  $v_{q^*z}$ ：

$$v_{q^*z} = - \left\{ \mathbf{v}_{Sq^*} \mathbf{n}_{Sq^*}^{k'Rs} + \left[ \omega_P \mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{Pq^*}O_{Sq^*}^{k'Rs}} + \omega_{q^*}^P \mathbf{Z} \times \overrightarrow{o_{q^*r}O_{Sq^*}^{k'Rs}} + \mathbf{H}_{Pq^*} \mathbf{v}_{q^*r}^P \right] \mathbf{n}_{Rs q^*}^{k'Rs} \right\} \cdot \sqrt{1 + (\tan \beta_{Rs q^*}^{k'Rs})^2 + (\tan \lambda_{Rs q^*}^{k'Rs})^2} \quad (4-46)$$

式中：

$\lambda_{Rs q^*}^{k'Rs}$  和  $\beta_{Rs q^*}^{k'Rs}$ ——滚柱在接触点  $o_{Sq^*}^{k'Rs}$  处的螺旋升角与牙侧角。

式(4-46)中的  $\tan \lambda_{Rs q^*}^{k'Rs}$ 、 $\tan \beta_{Rs q^*}^{k'Rs}$ 、 $\mathbf{n}_{Sq^*}^{k'Rs}$  和  $\mathbf{n}_{Rs q^*}^{k'Rs}$  能够通过第 3 章所建立的 PRSM 啮合模型获得。

图 4-12 丝杠和滚柱# $q^*$ 以及螺母和滚柱# $q^*$ 的运动学分析

采用与推导滚柱轴向速度  $v_{q^*z}$  相同的方法，可得螺母的轴向移动速度  $v_{Nz}$  为：

$$v_{Nz} = -\mathbf{v}_{Rnq^*} \cdot \mathbf{n}_{Rnq^*}^{k'Rn} \cdot \sqrt{1 + (\tan\beta_N)^2 + (\tan\lambda_{Nq^*}^{k'Nq})^2} \quad (4-47)$$

式中：

$\lambda_{Nq^*}^{k'Nq}$ ——螺母在接触点  $o_{Nq^*}^{k'Nq}$  处的螺旋升角；

$\beta_N$ ——螺母的牙侧角；

$\mathbf{n}_{Rnq^*}^{k'Rn}$ ——螺旋曲面  $\Pi_{q^*B}$  在接触点  $o_{Nq^*}^{k'Nq}$  处的单位法向量。

$\tan\lambda_{Nq^*}^{k'Nq}$  和  $\mathbf{n}_{Rnq^*}^{k'Rn}$  同样能够使用第 3 章所建立的 PRSM 啮合模型获得。

螺母实际轴向位移与理想轴向位移之间的差值定义为 PRSM 的传动误差  $\Delta_N$ ：

$$\Delta_N = \int_0^t v_{Nz} dt - \int_0^t (-L_S \frac{\omega_S}{2\pi}) dt \quad (4-48)$$

式中： $L_S$ ——丝杠的导程，“ $-L_S$ ”表示丝杠、螺母和滚柱的螺纹均为右旋。

将式(4-47)代入式(4-48)中，可求得刚体状态下，考虑零件偏心与位置误差的 PRSM 传动误差。

#### 4.5 实例计算

PRSM 的结构参数为： $r_S=9.75\text{mm}$ 、 $r_N=16.25\text{mm}$ 、 $r_q=3.25\text{mm}$ 、 $\beta_i=45^\circ$ 、 $c_S=0.45\text{mm}$ 、

$c_q=0.44\text{mm}$ 、 $c_N=0.54\text{mm}$ 、 $P=2\text{mm}$ 、 $r_{Tq}=4.597\text{mm}$ 、 $n_{\text{roller}}=7$ 。其中滚柱直齿和内齿圈分度圆半径与对应滚柱和螺母的名义半径相同，即： $r_{qg}=r_q$ 、 $r_{Ng}=r_N$ ；齿轮副的压力角为  $20^\circ$ 。

保持架中销孔的直径为  $\varnothing 3.5^{+0.05}_{-0.02}(\text{mm})$ ，滚柱销轴的直径为  $\varnothing 3.5^{+0.01}_{-0.02}(\text{mm})$ ，即  $\zeta_{HU}=50\mu\text{m}$ 、 $\zeta_{HB}=20\mu\text{m}$ 、 $\zeta_{qU}=-10\mu\text{m}$  和  $\zeta_{qB}=-20\mu\text{m}$ 。螺母和滚柱# $q$  之间齿轮副的初始法向间隙量  $\zeta_{qg}=40\mu\text{m}$ 。

设丝杠螺纹的分度误差为： $\Delta\theta_{S,0}^1=0^\circ$ 、 $\Delta\theta_{S,0}^2=0^\circ$ 、 $\Delta\theta_{S,0}^3=0.1^\circ$ 、 $\Delta\theta_{S,0}^4=0^\circ$  和  $\Delta\theta_{S,0}^5=0.05^\circ$ ；螺母螺纹的分度误差为： $\Delta\theta_{N,0}^1=0^\circ$ 、 $\Delta\theta_{N,0}^2=0.1^\circ$ 、 $\Delta\theta_{N,0}^3=0^\circ$ 、 $\Delta\theta_{N,0}^4=0.05^\circ$  和  $\Delta\theta_{N,0}^5=0^\circ$ ；丝杠、螺母、内齿圈、保持架和滚柱的偏心误差为： $e_S=10\mu\text{m}$ 、 $e_N=8\mu\text{m}$ 、 $e_{Ng}=10\mu\text{m}$ 、 $e_P=8\mu\text{m}$ 、 $\varphi_{Ng}=90^\circ$ 、 $\varphi_P=180^\circ$ 、 $e_1=5\mu\text{m}$ 、 $e_2=5\mu\text{m}$ 、 $e_3=2\mu\text{m}$ 、 $e_4\sim e_7=0\mu\text{m}$ 、 $e_{1g}=6\mu\text{m}$ 、 $e_{2g}=6\mu\text{m}$ 、 $e_{3g}=3\mu\text{m}$ 、 $\varphi_{1g}\sim\varphi_{3g}=45^\circ$  和  $e_{4g}\sim e_{7g}=0\mu\text{m}$ ；螺母、销孔#1~#7 位置误差为： $\varepsilon_{Mx}=10\mu\text{m}$ 、 $\varepsilon_{My}=10\mu\text{m}$ 、 $\varepsilon_{H1x}=\varepsilon_{H3x}=\varepsilon_{H5x}=\varepsilon_{H7x}=5\mu\text{m}$ 、 $\varepsilon_{H1y}=\varepsilon_{H3y}=\varepsilon_{H5y}=\varepsilon_{H7y}=5\mu\text{m}$ 、 $\varepsilon_{H2x}=\varepsilon_{H4x}=\varepsilon_{H6x}=-5\mu\text{m}$ 、 $\varepsilon_{H2y}=\varepsilon_{H4y}=\varepsilon_{H6y}=-5\mu\text{m}$ 。

在此实例中，丝杠逆时针旋转且  $\xi_G=1$ ，丝杠、保持架和滚柱# $q$  的初始旋转角( $\Omega_S$ 、 $\Omega_P$  和  $\Omega_q^P$ )均为零，螺母的安装角  $\Omega_N=-135^\circ$ 。滚柱#3~#10 的旋转轴线与对应销轴的轴线相重合。滚柱#1 和#2 的旋转轴线位置为  $e_{1r}=5\mu\text{m}$ 、 $\varphi_{1r}=0^\circ$ 、 $e_{2r}=3\mu\text{m}$  和  $\varphi_{2r}=22.5^\circ$ 。参考 Velinsky 等<sup>[117]</sup>给出的计算结果，设保持架与丝杠转速的比值  $\omega_P/\omega_S$  等于  $r_S/(r_S+r_N)$ ，其中  $r_S$  和  $r_N$  分别为丝杠和螺母的名义半径。在  $t=0\text{s}$  时刻下，滚柱#1、滚柱#2 和滚柱#3 的浮动区域分别如图 4-13(a)、(b)和(c)所示。如图 4-13 所示，表示滚柱# $q$  浮动区域的集合  $\Lambda_q$  中， $\varepsilon_{qrx}$  的范围被丝杠、螺母和保持架销孔和内齿圈限制，然而  $\varepsilon_{qry}$  的范围主要被保持架销孔所限制。

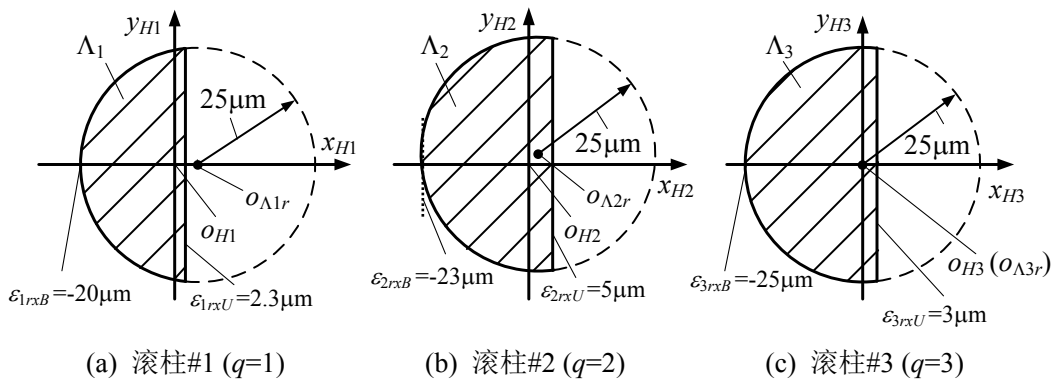


图 4-13 在  $t=0\text{s}$  时刻时，滚柱#1、滚柱#2 和滚柱#3 的浮动区域

集合  $\Lambda_1$ 、 $\Lambda_2$  和  $\Lambda_3$  中  $\varepsilon_{qrx}$  的最大值与最小值随时间的变化分别如图 4-14(a)、(b)和(c)所示。其中  $T_S$  为丝杠的旋转周期。

$$T_S = 2\pi/\omega_S \quad (4-49)$$

$\varepsilon_{qrxM}$  定义为：

$$\varepsilon_{qrxM} = (\varepsilon_{qrxU} + \varepsilon_{qrxB}) / 2 \quad (4-50)$$

如图 4-14 所示, 当考虑零件的制造与安装误差时, 滚柱的浮动区域范围将随着时间而变化。为了避免滚柱与丝杠、螺母、保持架或内齿圈的干涉, 在对螺纹之间的轴向间隙、保持架与滚柱之间的径向间隙和内齿圈与滚柱之间的法向间隙进行设计时, 需要考虑误差的影响, 进而使得每一个滚柱在任意时刻均具有一定的浮动区域。

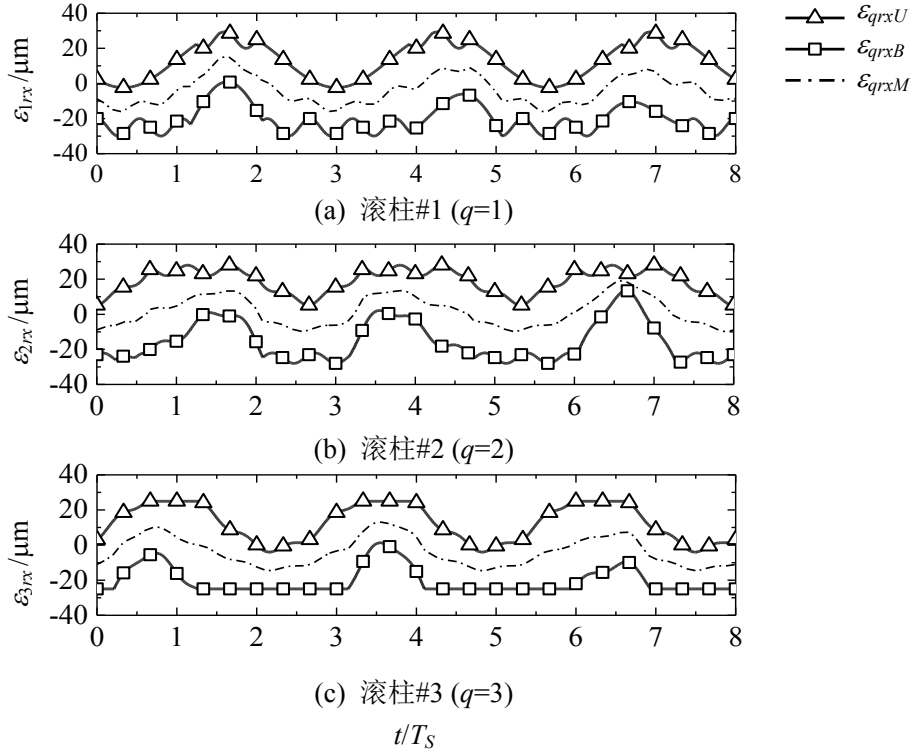


图 4-14 集合  $\Lambda_q$  中  $\varepsilon_{qrx}$  的最大值和最小值

由式(4-29)计算得到的匹配螺旋曲面  $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$  ( $q=1, 2, 3, \dots, 7$ ) 和  $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$  的间隙之和  $\delta_{SNq}$  如图 4-15 所示。  $t=0s$  时, 丝杠、螺母和滚柱中心在平面  $XOY$  内的位置如图 4-16 所示。通过分析图 4-16 中射线  $o_N o_S$  与射线  $o_P o_q$  ( $q=1, 2, 3, \dots, 7$ ) 的夹角可知, 射线  $o_N o_S$  与射线  $o_P o_7$  ( $q=7$ ) 的夹角最小, 射线  $o_N o_S$  与射线  $o_P o_4$  ( $q=4$ ) 的夹角最大。根据第 3 章中的 PRSM 啮合模型可知, 当  $t=0s$  时, 滚柱#7 与丝杠和螺母之间的轴向间隙和  $\delta_{SN7}$  最小, 而滚柱#4 与丝杠和螺母之间的轴向间隙和  $\delta_{SN4}$  最大。因此, 图 4-15 中, 当  $t=0s$  时,  $\delta_{SN7}=0$ ,  $\delta_{SN4}$  最大, 此时滚柱#7 同时与丝杠和螺母接触。由图 4-15 可得, 随着丝杠的旋转, 滚柱#7、滚柱#1、滚柱#2、...、滚柱#7 依次同时与丝杠和螺母相接触, 并且在不同时刻下, 不同滚柱所对应的轴向间隙和  $\delta_{SNq}$  是不同的。该现象会导致 PRSM 的螺母负载非均匀地分配在各个滚柱上。

经计算得, 由于丝杠和螺母螺纹分头误差的影响, 该算例的 PRSM 在运转过程中, 丝杠仅有第 3 条螺纹参与啮合, 螺母有第 1、3 和 5 条螺纹参与啮合。同时, 当螺母的受力方向(图 4-11)不发生改变时, 丝杠和螺母参与啮合的螺纹也不会发生改变。

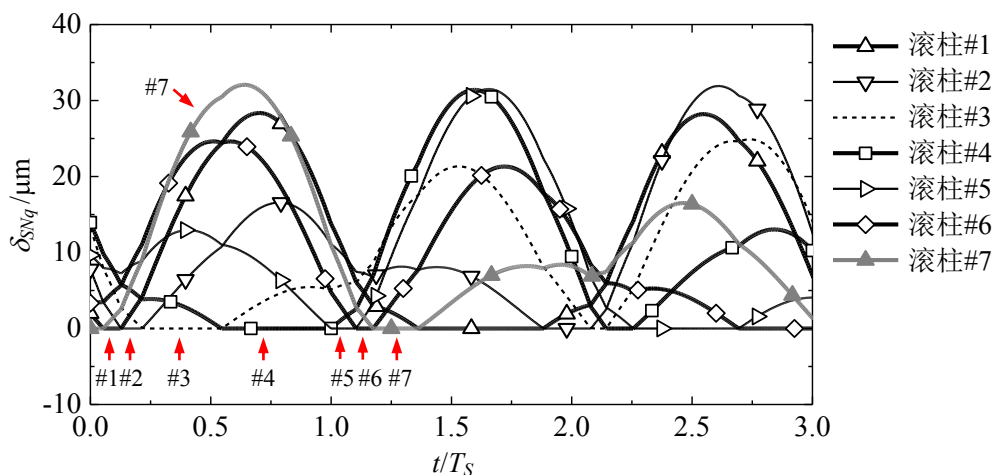
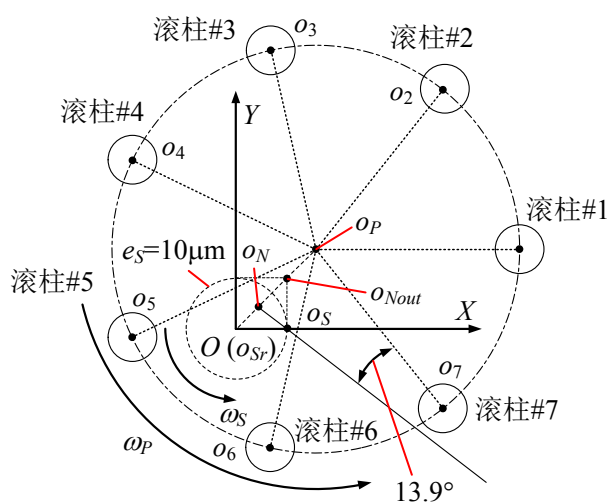
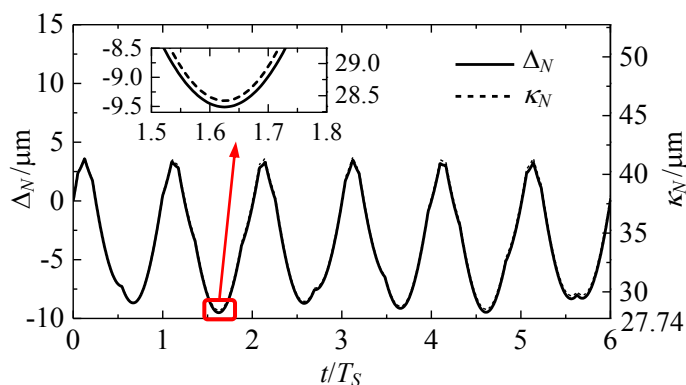
图 4-15 匹配螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$ 和 $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$ 的轴向间隙之和 $\delta_{SNq}$  ( $n_{\text{roller}}=7$ )图 4-16  $t=0\text{s}$  时, 丝杠、螺母和滚柱中心在平面  $XOY$  内的位置

图 4-17 给出了 PRSM 的传动误差 $\Delta_N$ 与螺母附加刚体位移 $\kappa_N$ 。由于传递误差 $\Delta_N$ 能够看作是螺母的轴向位移波动, 并且是基于图 4-15 中给出的运动传递路径获得。故图 4-17 中, 传递误差 $\Delta_N$ 与螺母的附加刚体位移 $\kappa_N$ 几乎是重合的。在  $t=0\text{s}$  时刻, 传递误差 $\Delta_N$ 始终等于零。由图 4-17 可知, 零件偏心与位置误差会引起 PRSM 传动误差周期性的波动。

图 4-17 PRSM 的传动误差 $\Delta_N$ 以及螺母的附加刚体位移 $\kappa_N$

## 4.6 结构和装配参数以及误差对滚柱浮动区域的影响

### 4.6.1 刚体状态下滚柱卡滞的判断方法

根据第 4.3.4 节中给出的滚柱浮动区域计算方法能够对 PRSM 在刚体状态下的滚柱卡滞进行判断。图 4-18 中同时给出了滚柱#2 浮动区域的上下边界,  $\varepsilon_{2rxU}$  和  $\varepsilon_{2rxB}$ , 以及丝杠、螺母、内齿圈和保持架构成的约束边界,  $\varepsilon_{\Lambda S2}$ 、 $\varepsilon_{\Lambda N2}$ 、 $\varepsilon_{\Lambda 2g}$ 、 $\varepsilon_{\Lambda 2rU}$  和  $\varepsilon_{\Lambda 2rB}$ 。如图 4-18 所示, 滚柱浮动区域的上边界由  $\varepsilon_{\Lambda 2g}$ 、 $\varepsilon_{\Lambda N2}$  和  $\varepsilon_{\Lambda 2rU}$  共同确定, 下边界由  $\varepsilon_{\Lambda S2}$  和  $\varepsilon_{\Lambda 2rB}$  共同确定。当滚柱浮动区域的上边界与下边界相交时, 代表滚柱浮动区域的集合为空并意味着在刚体状态下滚柱会发生卡滞。虽然实际过程中各零件会发生变形, 但是上述滚柱卡滞现象仍然会对 PRSM 运行的流畅性产生影响。

设计过程中, 图 4-18 即能够用来计算刚体状态下滚柱的浮动区域, 又能够预估 PRSM 运行过程中滚柱的卡滞状态。例如, 假设图 4-18 中丝杠和螺母构成的约束边界( $\varepsilon_{\Lambda S2}$  和  $\varepsilon_{\Lambda N2}$ )相交, 则滚柱#2 在刚体状态下会卡滞在丝杠和螺母之间(图 4-19)。

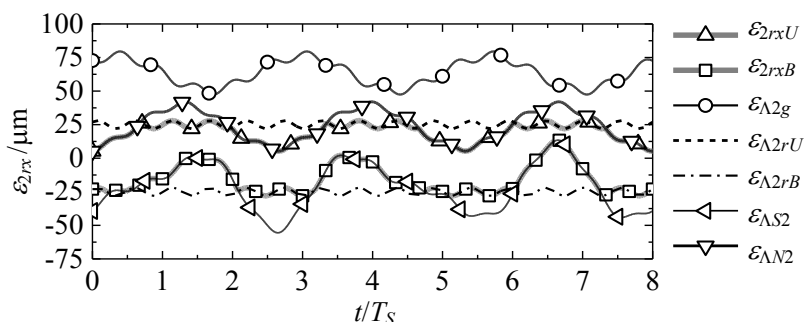


图 4-18 滚柱#2 浮动区域集合  $\Lambda_2$  中  $\varepsilon_{2rx}$  的最大值和最小值以及由内齿圈、保持架、丝杠和螺母构成的约束边界

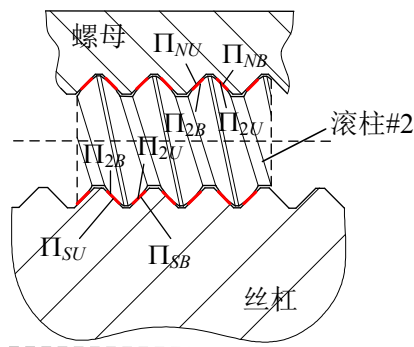


图 4-19 滚柱#2 卡滞在丝杠和螺母之间的示意图

### 4.6.2 滚柱个数、滚柱与保持架的名义径向间隙

滚柱个数  $n_{\text{roller}}$  变化时, 由式(4-1)可知, 除滚柱#1 外的其余滚柱对应的相位角  $\phi_q (q \neq 1)$  均会发生改变。如图 4-20 所示, 相位角  $\phi_2$  的改变引起了滚柱#2 的浮动区域变化。

不断减小滚柱和保持架销孔之间的名义径向间隙  $\zeta_{Hq}$ , 滚柱#2 浮动区域的变化如图 4-21 所示。由图 4-21 可知, 滚柱#2 浮动区域的上、下边界的绝对值均随着名义径向间

隙 $\zeta_{Hq}$ 的减小而减小。当 $\zeta_{Hq}=20\mu\text{m}$ 时,滚柱#2 浮动区域的上、下边界会发生相交。在发生相交的时间段内,滚柱的浮动区域集合为空。图 4-21 中的相交区域由保持架和丝杠所对应的约束边界构成,所以在该时段内,滚柱会卡滞在保持架与丝杠之间。

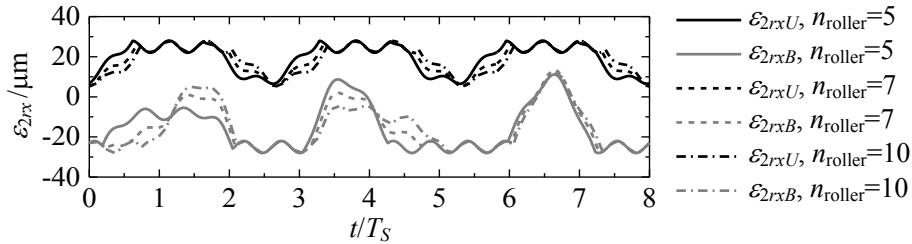


图 4-20 滚柱个数  $n_{\text{roller}}$  改变时, 滚柱#2 浮动区域的变化

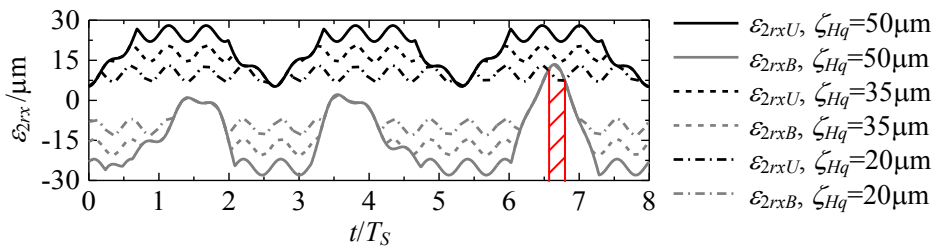


图 4-21 滚柱与保持架销孔名义径向间隙 $\zeta_{Hq}$ 改变时, 滚柱#2 浮动区域的变化

螺纹分头误差会影响式(4-22)和(4-23)中所对应螺旋曲面对 $(\Pi_{SU}$ 和 $\Pi_{qB}$ 、 $\Pi_{SB}$ 和 $\Pi_{qU}$ 、 $\Pi_{NU}$ 和 $\Pi_{qB}$ 以及 $\Pi_{NB}$ 和 $\Pi_{qU}$ )之间的最小间隙量,进而影响滚柱的浮动区域。所以螺纹分头误差对滚柱浮动区域的影响规律与螺纹间隙对滚柱浮动区域的影响规律相同。当改变滚柱与丝杠、螺母或内齿圈的设计间隙时,同样会影响到滚柱的浮动区域,并且影响规律与图 4-21 类似。当上述设计间隙过小时,便会在某些时段内出现滚柱浮动区域集合为空的情况,从而影响了 PRSM 运动的流畅性。

#### 4.6.3 螺母的安装相位角、丝杠和保持架的初始旋转角度

如图 4-22 所示,改变螺母安装相位角 $\Omega_N$ 会影响保持架中心  $o_P$  与丝杠旋转中心  $o_{Sr}$  的距离,但不会改变螺母螺纹分度圆中心  $o_N$  与保持架中心  $o_P$  的相对位置。所以图 4-23(a) 中,螺母安装相位角仅会影响滚柱#2 浮动区域上边界 $\varepsilon_{2rxU}$ 的相位。

图 4-22 中同时给出了不同螺母安装角 $\Omega_N$ 下丝杠螺纹分度圆中心  $o_S$  与保持架中心  $o_P$  的最大距离,即 $|o_S o_P|$  ( $\Omega_N=-135^\circ$ )、 $|o'_S o'_P|$  ( $\Omega_N=0^\circ$ )和 $|o''_S o''_P|$  ( $\Omega_N=135^\circ$ )。由图 4-22 易知, $|o_S o_P| > |o''_S o''_P| > |o'_S o'_P|$ 。故当螺母安装相位角改变时,滚柱#2 浮动区域下边界 $\varepsilon_{2rxB}$ 的值会发生相应的变化,如图 4-23(a)所示。同时,不同螺母安装相位角所对应的滚柱浮动区域下边界 $\varepsilon_{2rxB}$ 最大值有如下规律: $\max(\varepsilon_{2rxB}) (\Omega_N=-135^\circ) > \max(\varepsilon_{2rxB}) (\Omega_N=135^\circ) > \max(\varepsilon_{2rxB}) (\Omega_N=0^\circ)$ 。丝杠初始旋转角度 $\Omega_S$ 等于  $0^\circ$ 、 $90^\circ$  和  $180^\circ$  时,滚柱#2 的浮动区域如图 4-23(b) 所示。丝杠初始旋转角度 $\Omega_S$ 仅会影响丝杠偏心误差的相位角,故 $\Omega_S$ 仅会对滚柱#2 浮动区域的下边界 $\varepsilon_{2rxB}$ 产生影响,并且不会显著改变下边界 $\varepsilon_{2rxB}$ 中各个波峰的位置。如图

4-23(c)所示, 保持架初始旋转角度 $\Omega_P$ 会同时影响滚柱#2 浮动区域上边界 $\varepsilon_{2rxU}$ 和下边界 $\varepsilon_{2rxB}$ 的相位。

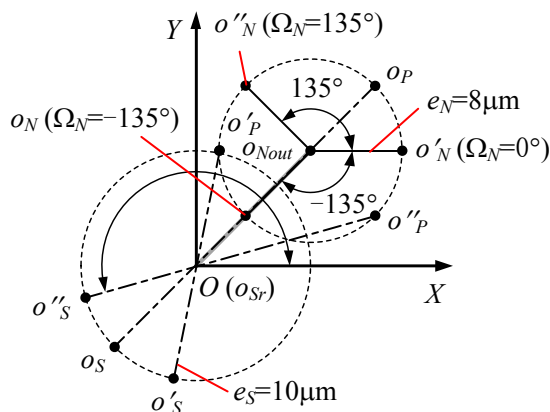
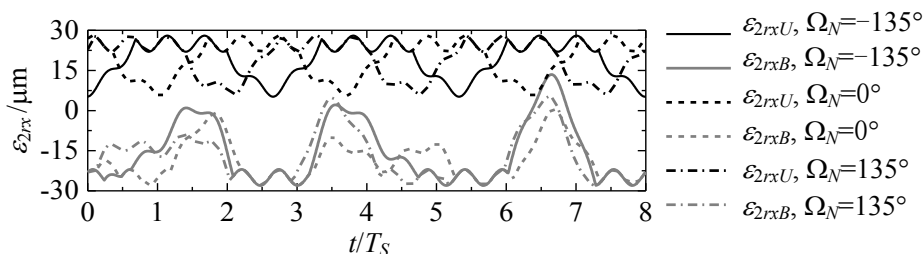
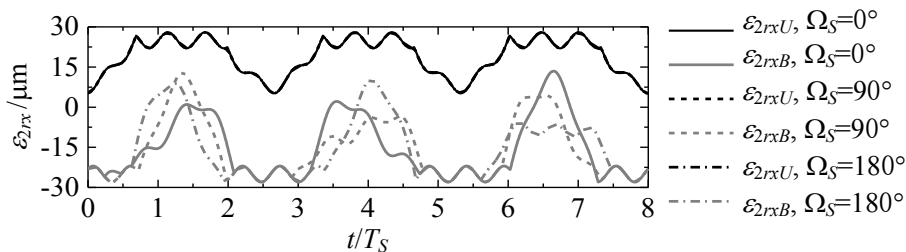


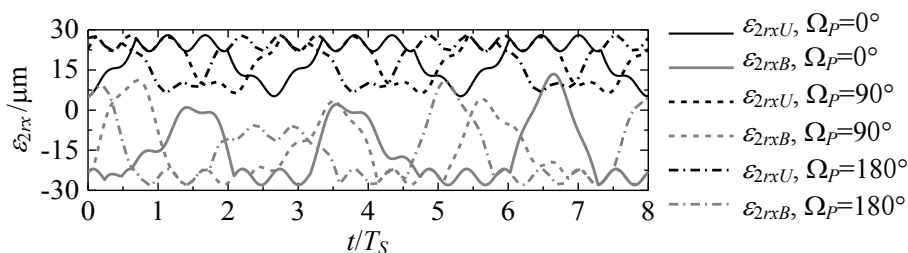
图 4-22 不同螺母安装相位角下所对应螺母与保持架中心在平面  $XOY$  中的位置



(a) 螺母安装相位角



(b) 丝杠初始旋转角



(c) 行星架初始旋转角

图 4-23 螺母安装角、丝杠和保持架初始旋转角改变时, 滚柱#2 浮动区域的变化

#### 4.6.4 螺母和保持架销孔的位置误差

由于螺母相对于丝杠旋转轴的位置误差(如图 4-3 所示)不会影响螺母在局部坐标系  $OPq-X_{Pq}Y_{Pq}Z_{Pq}$  中的偏移向量, 而会对丝杠在局部坐标系  $OPq-X_{Pq}Y_{Pq}Z_{Pq}$  中的偏移向量产生



影响, 故螺母位置误差( $\varepsilon_{Mx}$ ,  $\varepsilon_{My}$ )仅会对丝杠所对应的滚柱浮动区域边界产生影响, 如图 4-24(a)所示。图 4-24(a)中, 当 $\varepsilon_{Mx}=20\mu\text{m}$ 和 $\varepsilon_{My}=20\mu\text{m}$ 时, 丝杠和保持架对应的滚柱浮动区域边界存在相交区域。在此区域中, 滚柱会卡滞 in 丝杠和保持架之间。

当滚柱# $q$ 沿径向移动( $x_{Hq}$ 轴正方向)时, 滚柱# $q$ 与螺母的轴向间隙将减小, 滚柱# $q$ 与丝杠的轴向间隙将增大。如图 4-24(b)所示, 当销孔#2的径向位置误差( $\varepsilon_{H2x}$ )增大时, 螺母和丝杠所对应浮动区域的边界将均向着 $x_{Hq}$ 轴负方向移动。由图 4-24(b)可知, 销轴#2的横向位置误差( $\varepsilon_{H2y}$ )几乎不会对滚柱浮动区域产生影响。

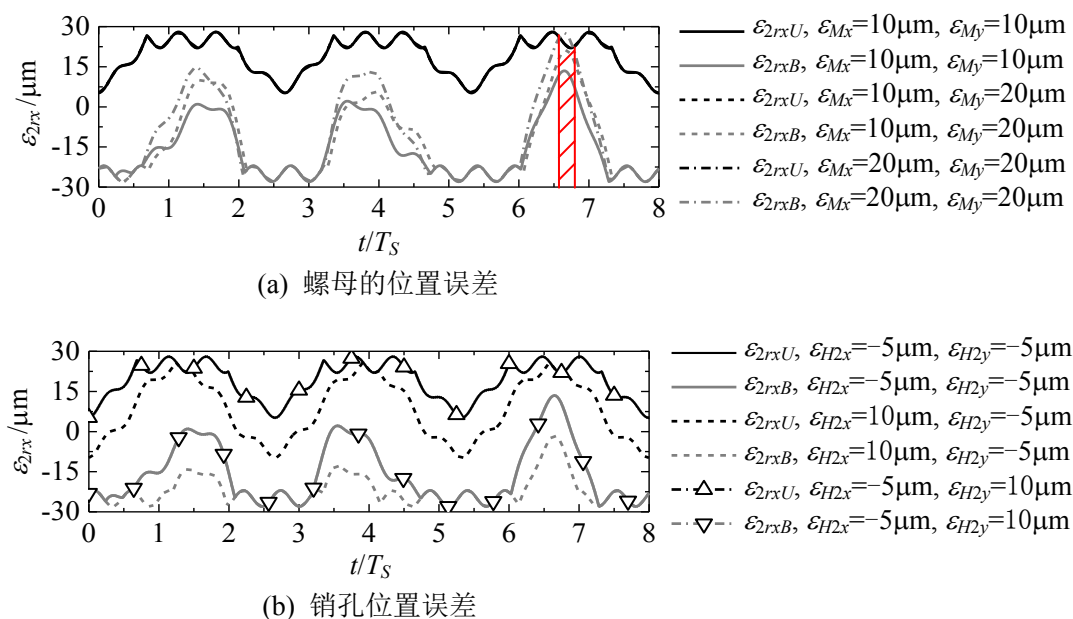
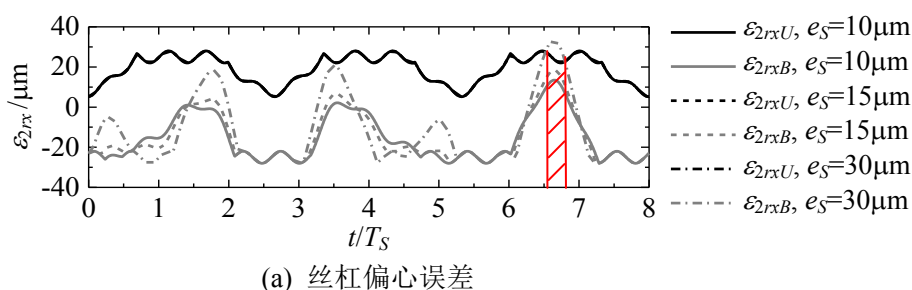


图 4-24 螺母和销孔#2的位置误差改变时, 滚柱#2浮动区域的变化

#### 4.6.5 丝杠、螺母、保持架和滚柱的偏心误差

图 4-25(a)-(d)分别给出了当丝杠、螺母、保持架和滚柱的偏心误差改变时, 滚柱#2浮动区域的变化。如图 4-25(a)和(b)所示, 丝杠或螺母的偏心误差仅会影响丝杠或螺母所对应的滚柱浮动区域边界。如图 4-25(c)所示, 保持架的偏心误差会同时影响丝杠和螺母所对应的滚柱浮动区域边界。当滚柱偏心误差增大时, 丝杠和螺母所对应的滚柱浮动区域边界的波动量将会增大。由图 4-25(a)和(c)可知, 当丝杠偏心误差 $e_s=30\mu\text{m}$ 或保持架偏心误差 $e_p=30\mu\text{m}$ 时, 滚柱#2将卡滞在丝杠和保持架之间。因此, PRSM 在设计过程中, 应该考虑装配和加工误差对滚柱浮动区域的影响, 从而保证 PRSM 运转的流畅性。



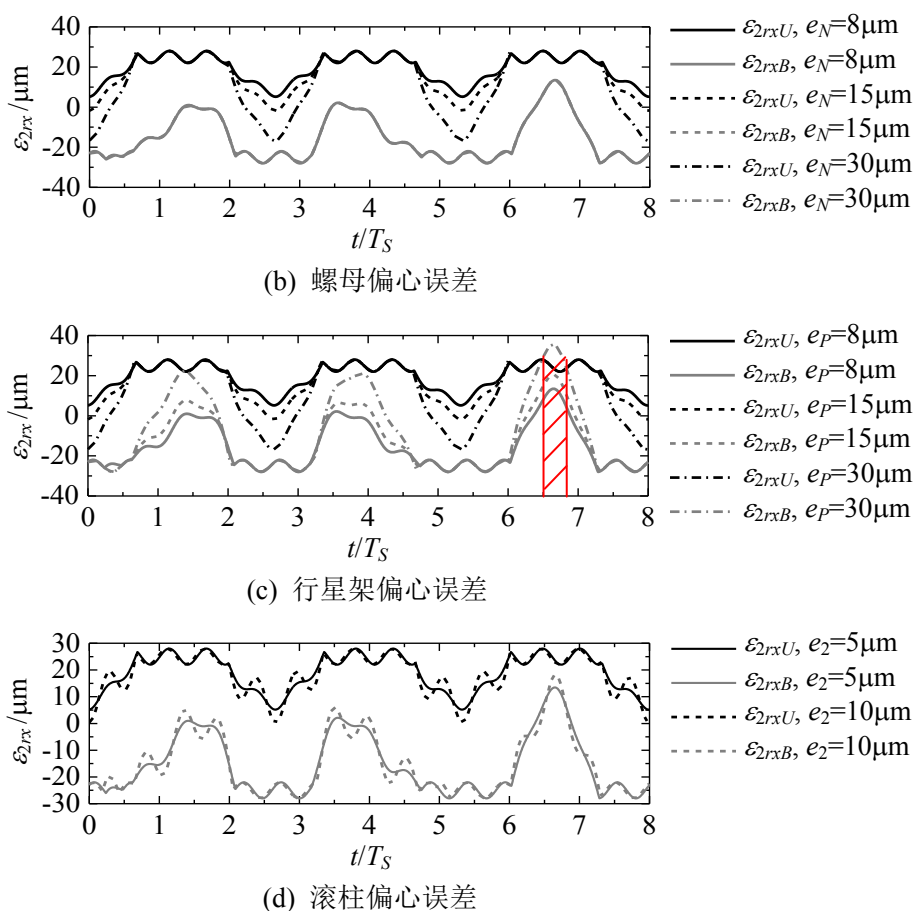
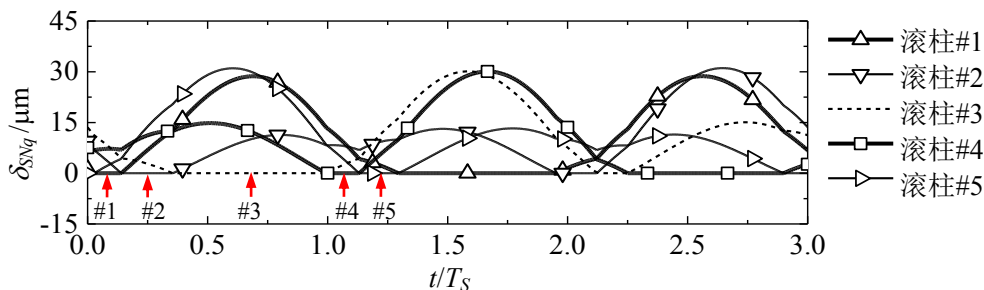


图 4-25 丝杠、螺母、保持架和滚柱偏心误差改变时，滚柱#2 浮动区域的变化

## 4.7 结构和装配参数以及误差对轴向间隙和传动误差的影响

### 4.7.1 滚柱个数

当滚柱个数  $n_{\text{roller}}=5$  或 10 时，匹配螺旋曲面  $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$  与  $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$  的轴向间隙和  $\delta_{SNq}$  分别如图 4-26 或图 4-27 所示。由于滚柱个数的改变不会引起滚柱在固定相位下的间隙状态变化，所以图 4-26 和图 4-27 中  $\delta_{SNq}$  的最大值均在  $30\mu\text{m}$  附近。由图 4-26 和图 4-27 可知，当滚柱数目增加时，在相同的时段内 ( $0\sim 1.5T_s$ ) 会有更多的滚柱依次参与丝杠和螺母之间的运动传递，从而增加 PRSM 运动的平稳性。当滚柱个数  $n_{\text{roller}}=5$ 、7 和 10 时，PRSM 的传动误差如图 4-28 所示。由图 4-28 可知，滚柱个数对传动误差曲线的波动幅值影响很小。

图 4-26 当  $n_{\text{roller}}=5$  时，匹配螺旋曲面  $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$  与  $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$  的轴向间隙和  $\delta_{SNq}$

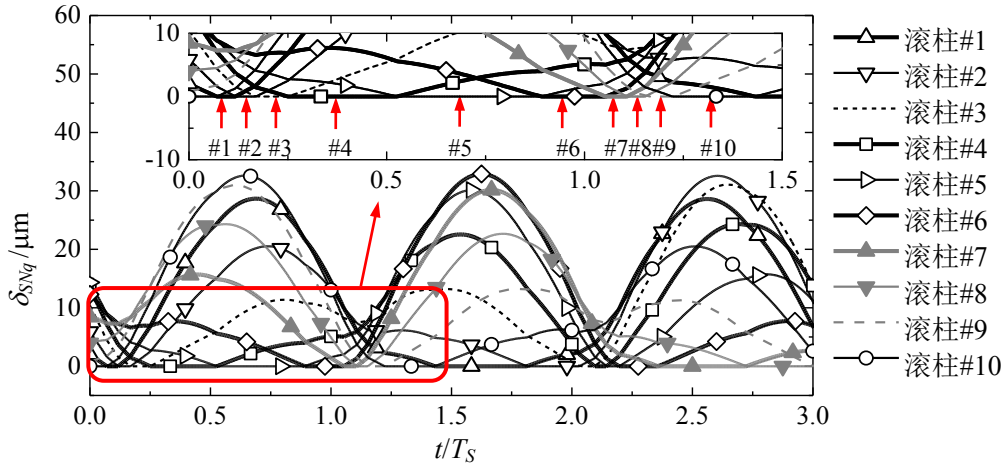


图 4-27 当  $n_{\text{roller}}=10$  时, 匹配螺旋曲面  $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$  与  $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$  的轴向间隙和  $\delta_{SNq}$

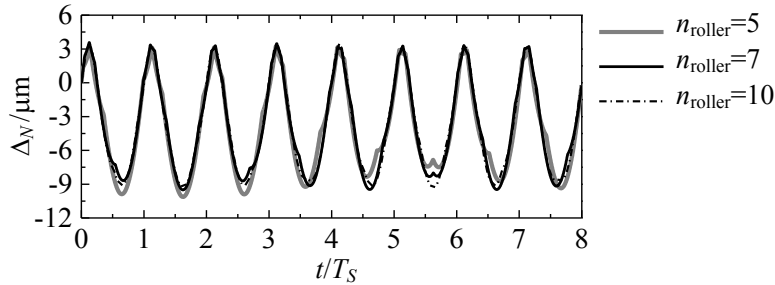


图 4-28 滚柱个数改变时, PRSM 传动误差  $\Delta_N$  的变化

#### 4.7.2 螺纹分头误差

由第 3 章 3.5.2 节的计算结果可知, 丝杠和螺母的螺纹分头误差会影响丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间参与接触的螺纹牙数量与螺纹编号。表 4-1 给出了四种不同的丝杠和螺母螺纹分头误差组合。表 4-2 为对应表 4-1 中不同误差组合下的丝杠、滚柱和螺母螺纹在 PRSM 运动过程中的接触状态。由表 4-2 可知, 若丝杠、滚柱和螺母均视为刚体, PRSM 在图 4-11 所示受力状态下, 由于丝杠螺纹分头误差的影响, 丝杠仅有 1 条螺纹参与接触。虽然单个滚柱共有 17 个螺纹牙, 但此时参与和丝杠接触的螺纹牙数量仅有 4 个。如表 4-2 所示, 由于螺母螺纹分头误差的影响, 螺母仅有 3 条螺纹参与和滚柱的接触, 滚柱在螺母侧的接触螺纹牙数量为 11。

表 4-1 丝杠和螺母螺纹分头误差组合

误差组合	丝杠螺纹分头误差					螺母螺纹分头误差				
	$\Delta\theta_{S,0}^1$	$\Delta\theta_{S,0}^2$	$\Delta\theta_{S,0}^3$	$\Delta\theta_{S,0}^4$	$\Delta\theta_{S,0}^5$	$\Delta\theta_{N,0}^1$	$\Delta\theta_{N,0}^2$	$\Delta\theta_{N,0}^3$	$\Delta\theta_{N,0}^4$	$\Delta\theta_{N,0}^5$
A	0°	0°	0.1°	0°	0.05°	0°	0.1°	0°	0.05°	0°
B	0°	0.1°	0°	0.05°	0°	0°	0.1°	0°	0.05°	0°
C	0.1°	0°	0.05°	0°	0°	0°	0.1°	0°	0.05°	0°
D	0°	0°	0.1°	0°	0.05°	0.1°	0.05°	0°	0°	0°

表 4-2 不同螺纹分头误差组合下, 丝杠、滚柱和螺母螺纹参与接触的状态\*

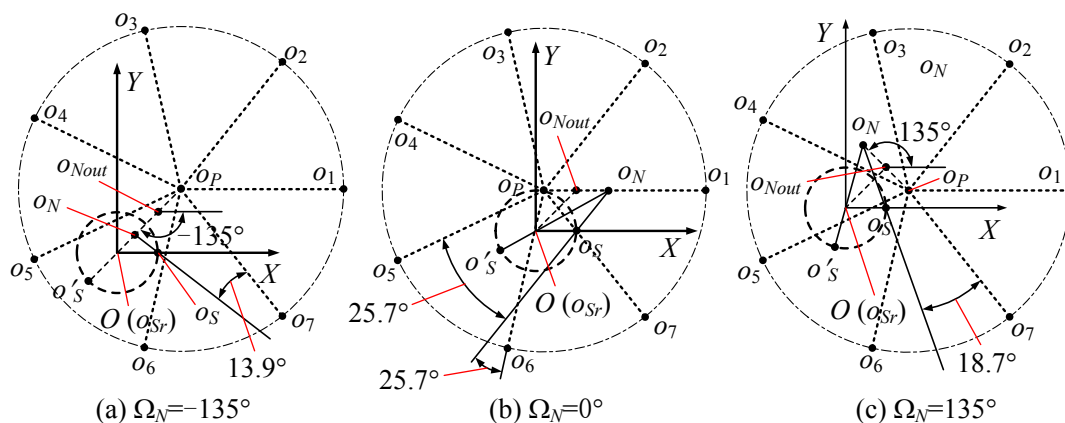
误差组合	参与接触的螺纹编号		参与接触的螺纹牙对数量**	
	丝杠	螺母	丝杠和单个滚柱	螺母和单个滚柱
A	3	1, 3, 5	4	11
B	2	1, 3, 5	4	11
C	1	1, 3, 5	4	11
D	3	3, 4, 5	4	11

注\*: 丝杠、滚柱和螺母均视为刚体;

注\*\*: 丝杠旋转过程中, 由于滚柱和螺母边缘螺纹牙的位置变化, 使得单个滚柱和丝杠或螺母之间接触螺纹牙对数量会发生变化, 而且变化范围仅为 1。表中记录最大值。

#### 4.7.3 螺母的安装相位角、丝杠和保持架的初始旋转角度

当螺母安装相位角 $\Omega_N = -135^\circ$ 、 $0^\circ$ 或 $135^\circ$ 时, 丝杠、螺母和滚柱中心在平面  $XOY$  中的位置如图 4-29 所示。当 $\Omega_N = 0^\circ$ 时, 在 $t=0s$ 时刻, 射线 $O_N O_S$ 与 $O_P O_5$ 和 $O_P O_6$ 之间的夹角相同。所以图 4-30(b)中,  $t=0s$ 时, 滚柱#5 和滚柱#6 同时与丝杠和螺母相接触。当丝杠逆时针旋转时, 射线 $O_N O_S$ 与 $O_P O_6$ 之间的夹角会增大。在此过程中, 射线 $O_N O_S$ 与 $O_P O_5$ 、 $O_P O_4$ 、...、 $O_P O_7$ 之间的夹角将依次逐渐减小。故在图 4-30 中, 随着时间的推移, 滚柱#5、滚柱#4、滚柱#3、...、滚柱#1 依次与丝杠和螺母同时接触。如图 4-30(c)所示,  $t=0s$ 时, 射线 $O_N O_S$ 与 $O_P O_7$ 之间的夹角小于射线 $O_N O_S$ 与 $O_P$ 和其余滚柱中心连线形成的夹角。所以图 4-31 中, 在 $t=0s$ 时, 滚柱#7 同时与丝杠和螺母相接触。在图 4-30(c)中, 当丝杠逆时针旋转时, 射线 $O_N O_S$ 与 $O_P O_6$ 、 $O_P O_5$ 、...、 $O_P O_1$ 之间的夹角将依次逐渐减小。所以图 4-31 中, 滚柱#6~滚柱#1 依次同时与丝杠和螺母相接触。

图 4-29 不同螺母安装相位角所对应丝杠、螺母与滚柱中心在平面  $XOY$  中的位置

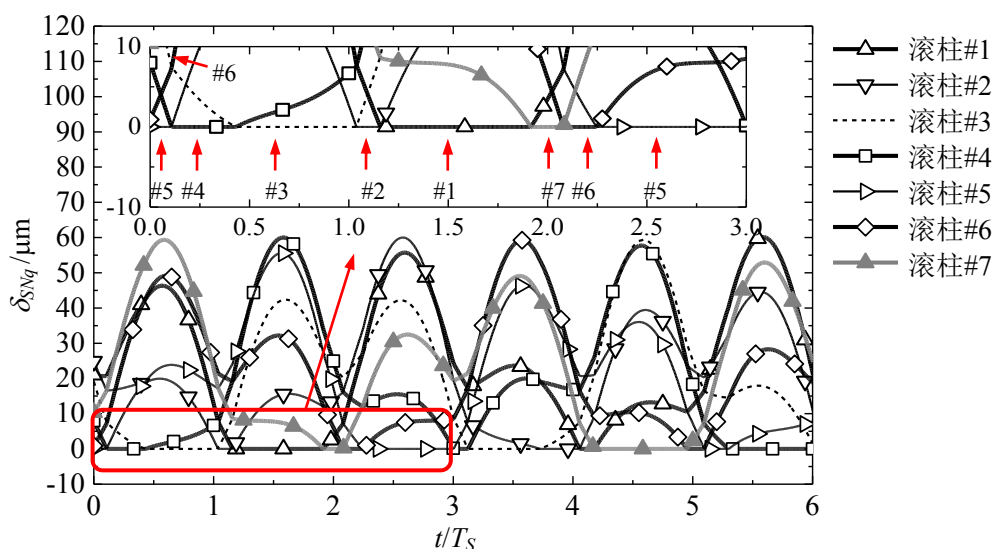


图 4-30 螺母安装相位角 $\Omega_N=0^\circ$ 时，匹配螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$ 与 $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$ 轴向间隙和 $\delta_{SNq}$

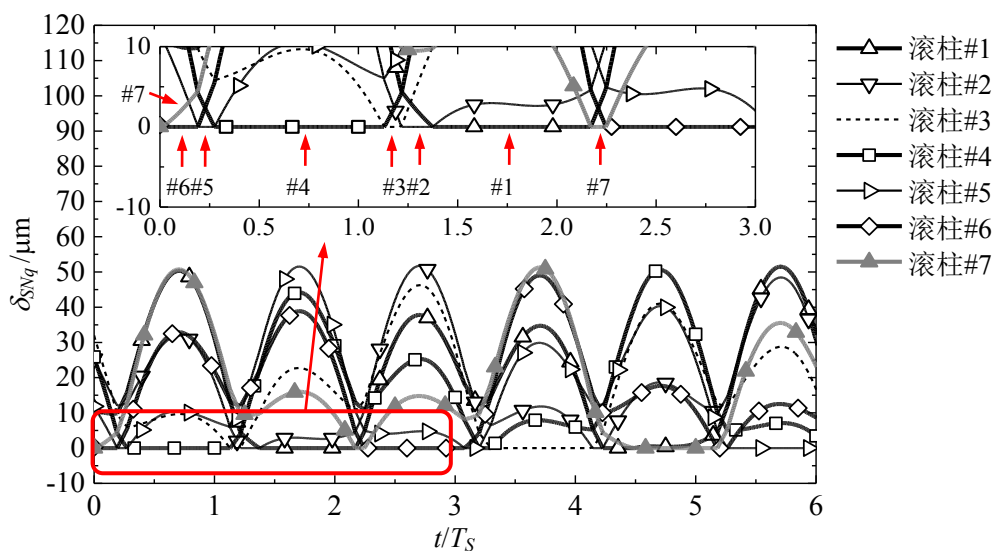
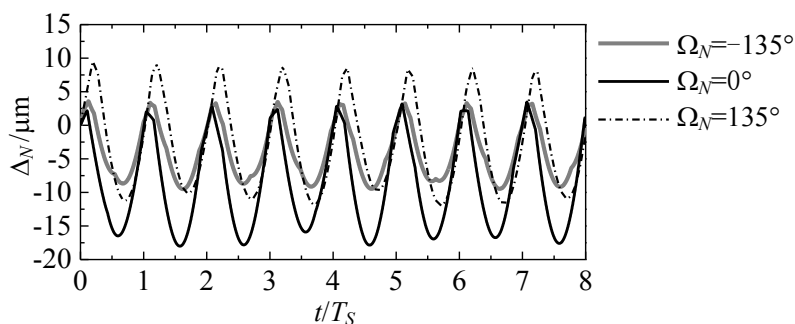
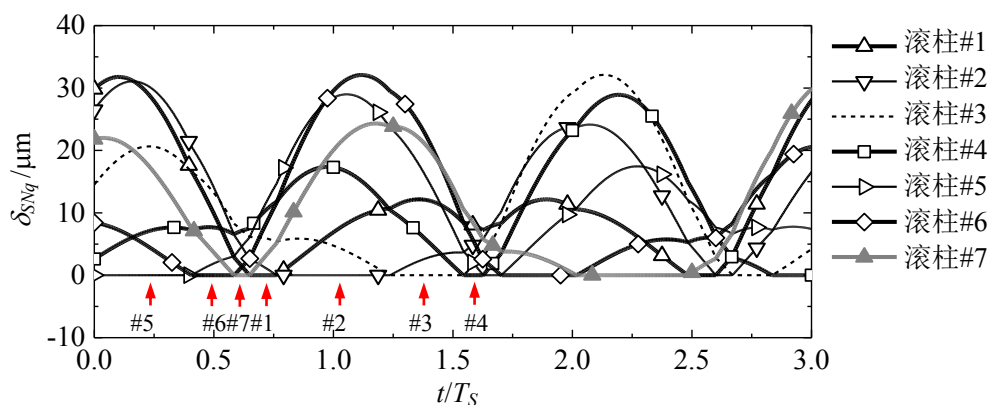
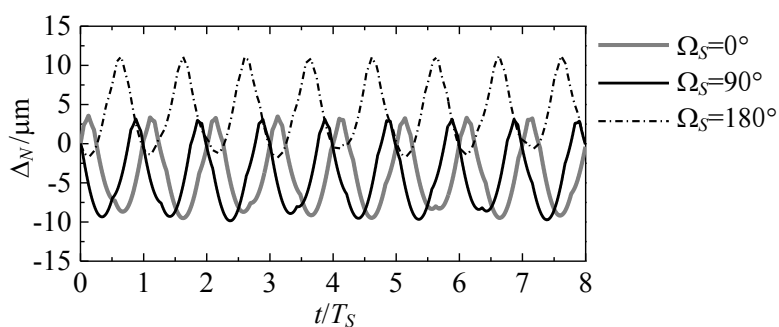
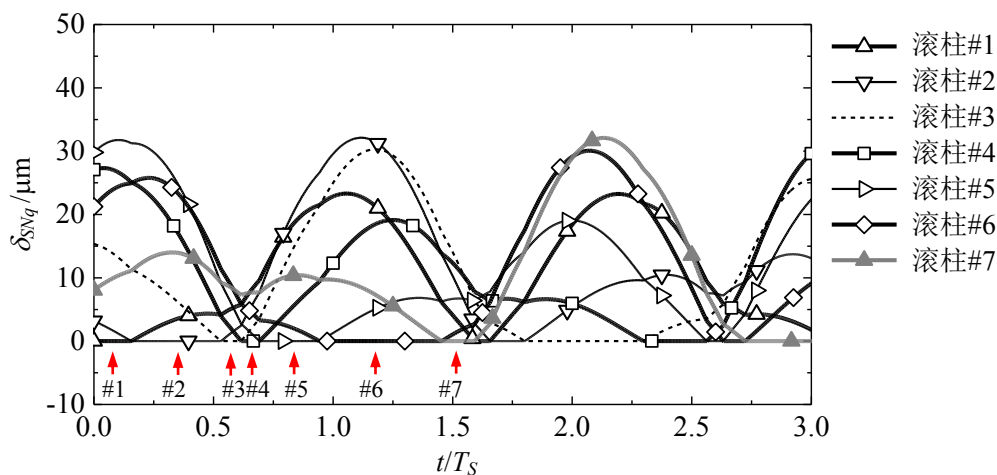
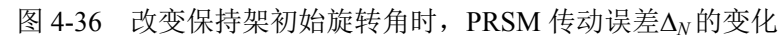


图 4-31 螺母安装相位角 $\Omega_N=135^\circ$ 时，匹配螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$ 与 $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$ 轴向间隙和 $\delta_{SNq}$

由图 4-29 可知，当 $\Omega_N=-135^\circ$ 时， $|o_{No}'s|=16.1\mu\text{m}$ ；当 $\Omega_N=0^\circ$ 时， $|o_{No}'s|=30.6\mu\text{m}$ ；当 $\Omega_N=135^\circ$ 时， $|o_{No}'s|=26.3\mu\text{m}$ 。故图 4-32 中，当 $\Omega_N=-135^\circ$ 时，PRSM 传动误差的波动量最小；当 $\Omega_N=0^\circ$ 时，PRSM 传动误差的波动量最大。由图 4-33~图 4-36 可知，丝杠和保持架初始旋转角主要影响各个滚柱与丝杠和螺母轴向间隙之和 $\delta_{SNq}$ 以及 PRSM 传动误差 $\Delta_N$ 的相位。由于 PRSM 的传动误差在  $t=0\text{s}$  时始终为零，所以当其初始值不同时，传动误差曲线会上下移动，如图 4-34 和图 4-36 所示。

图 4-32 改变螺母安装相位角时, PRSM 传动误差 $\Delta_N$ 的变化图 4-33 丝杠初始旋转角 $\Omega_S=180^\circ$ 时, 匹配螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$ 与 $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$ 轴向间隙和 $\delta_{SNq}$ 图 4-34 改变丝杠初始旋转角时, PRSM 传动误差 $\Delta_N$ 的变化图 4-35 保持架初始旋转角 $\Omega_P=180^\circ$ 时, 匹配螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$ 与 $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$ 轴向间隙和 $\delta_{SNq}$





当螺母的偏心误差改变时,螺母螺纹分度圆中心  $o_N$  与丝杠旋转轴中心  $o_{Sr}$  的相对位置变化如图 4-37 所示,其中各零件中心在整体坐标系  $O-XYZ$  的位置定义见图 4-5。由于滚柱沿着横向与径向的移动,对丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的轴向间隙和  $\delta_{SNq}$  的影响很小。如图 4-37 所示,当螺母偏心  $e_N$  等于  $15\mu\text{m}$  时,螺母螺纹分度圆中心  $o'_N$  接近丝杠旋转轴的中心  $o_{Sr}$ 。此时,丝杠、滚柱和螺母之间的轴向间隙量(图 4-38)与仅存在丝杠偏心误差时的计算结果(图 4-39)近似相同。当螺母的偏心误差继续增大时,螺母螺纹分度圆中心  $o'_N$  与丝杠旋转轴的中心  $o_{Sr}$  之间的距离将增大。当  $e_N=20\mu\text{m}$  时,丝杠、滚柱和螺母之间的轴向间隙量波动增大(图 4-40)。所以在图 4-41 中,PRSM 的传动误差随着螺母偏心误差的增大先减小后增大。综合分析,为了获得较高的 PRSM 传动精度,在装配过程中尽量使螺母螺纹分度圆中心  $o'_N$  与丝杠旋转轴的中心  $o_{Sr}$  重合。

[illegible]

87

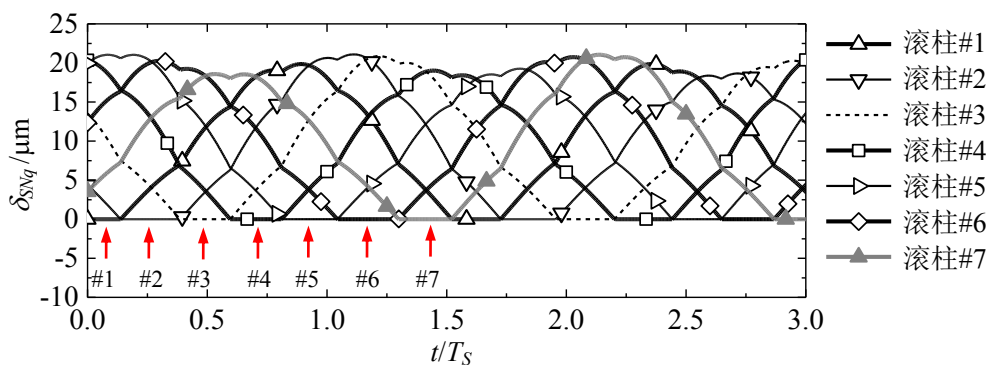


图 4-38 当螺母偏心误差  $e_N=15\mu\text{m}$  时, 匹配螺旋曲面  $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$  与  $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$  轴向间隙和  $\delta_{SNq}$

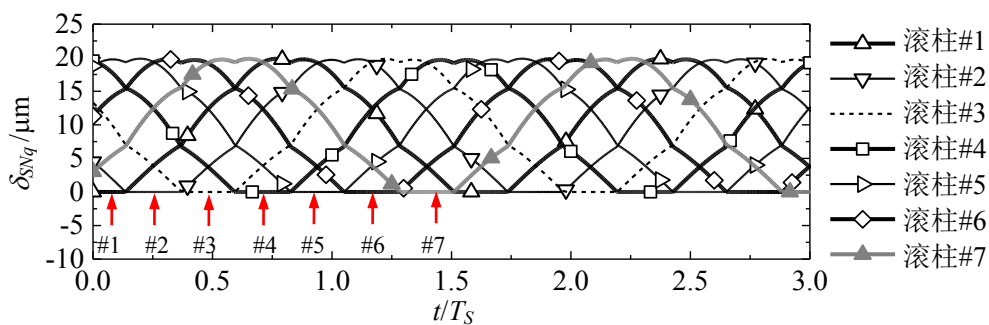


图 4-39 仅存在丝杠偏心误差  $e_S=10\mu\text{m}$  时, 匹配螺旋曲面  $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$  与  $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$  轴向间隙和  $\delta_{SNq}$

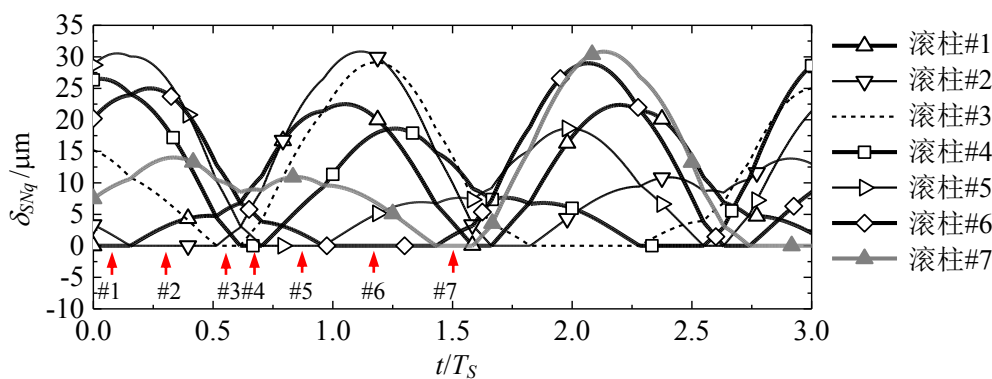


图 4-40 当螺母偏心误差  $e_N=20\mu\text{m}$  时, 匹配螺旋曲面  $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$  与  $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$  的轴向间隙和  $\delta_{SNq}$

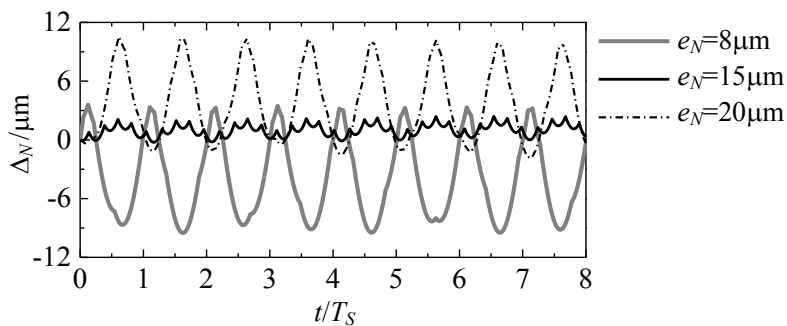


图 4-41 改变螺母偏心误差时, PRSM 传动误差  $\Delta_N$  的变化



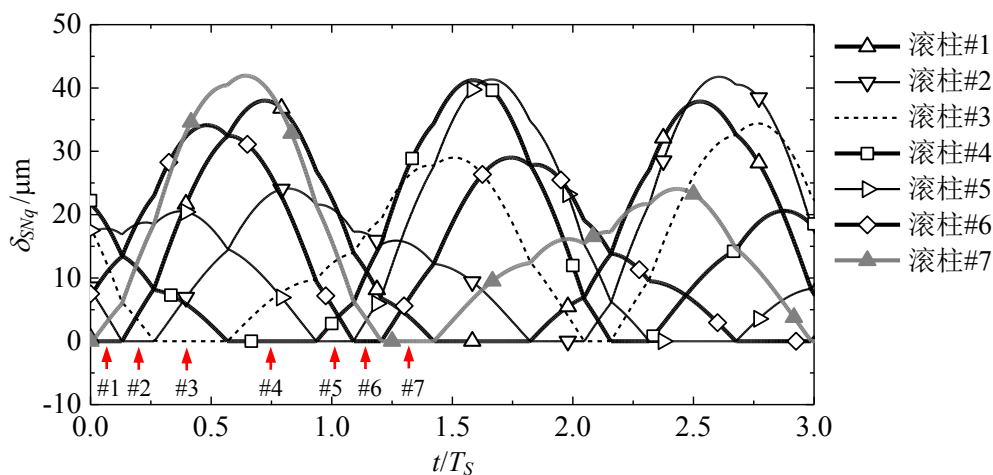


图 4-42 当丝杠偏心误差  $e_S=15\mu\text{m}$  时, 匹配螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$ 与 $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$ 的轴向间隙和 $\delta_{SNq}$

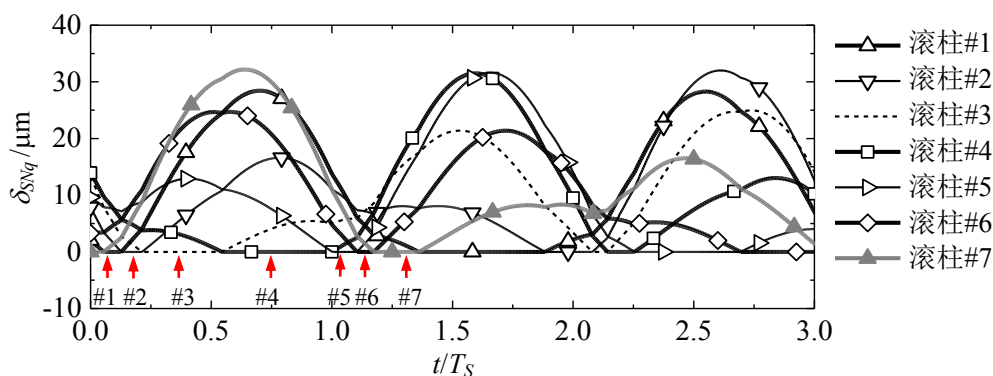


图 4-43 保持架偏心误差  $e_P=15\mu\text{m}$  时, 匹配螺旋曲面 $\Pi_{SB}-\Pi_{qU}$ 与 $\Pi_{NU}-\Pi_{qB}$ 的轴向间隙和 $\delta_{SNq}$

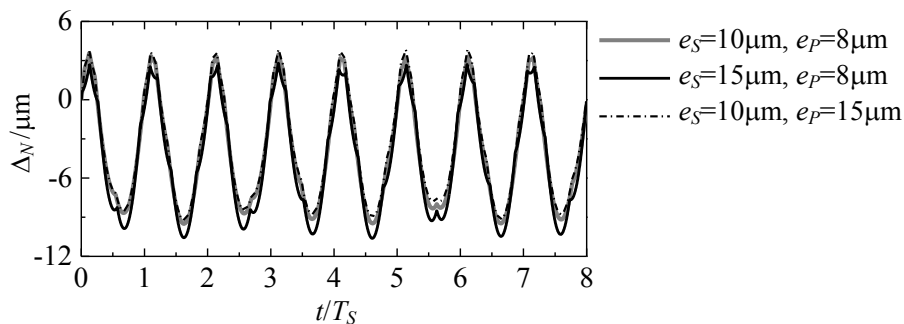
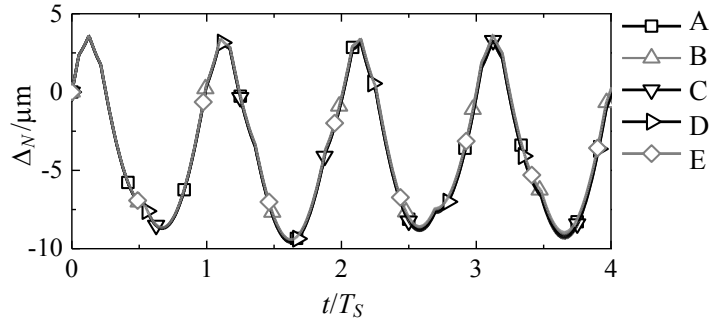
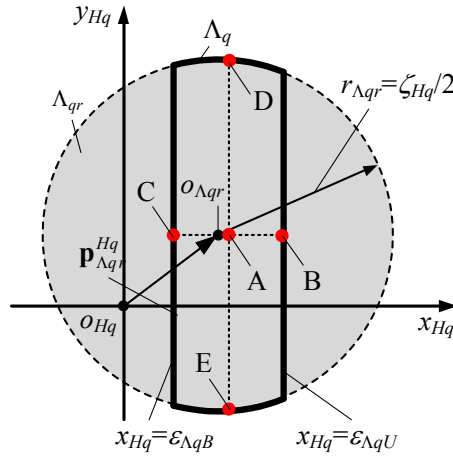


图 4-44 改变丝杠和保持架偏心误差时, PRSM 传动误差 $\Delta_N$ 的变化

#### 4.7.5 滚柱浮动轨迹

不同滚柱浮动轨迹所对应的 PRSM 传动误差如图 4-45 所示, 其中 A~E 代表了五种不同的滚柱浮动轨迹。图 4-46 给出了五种滚柱浮动轨迹在滚柱浮动区域 $\Lambda_q$ 中的位置示意图, 其中 A~E 轨迹分别位于 $\Lambda_q$ 的中心、右边缘中心、左边缘中心、上边缘中心和下边缘中心。根据图 4-46 中的定义, 可知各种滚柱浮动轨迹的数学表达如式(4-51)-(4-55)所示。由图 4-45 可得, 滚柱浮动轨迹的变化对 PRSM 传动误差的影响很小。

图 4-45 改变滚柱浮动轨迹时, PRSM 传动误差 $\Delta_N$ 的变化图 4-46  $t$  时刻时, 滚柱旋转轴线在平面  $x_{Hq}O_{Hq}y_{Hq}$  中的位置

$$A: \varepsilon_{qrx} = (\varepsilon_{\Lambda qU} + \varepsilon_{\Lambda qB})/2, \quad \varepsilon_{qry} = [\mathbf{p}_{\Lambda qr}^{Hq}]_y \quad (4-51)$$

$$B: \varepsilon_{qrx} = \varepsilon_{\Lambda qU}, \quad \varepsilon_{qry} = [\mathbf{p}_{\Lambda qr}^{Hq}]_y \quad (4-52)$$

$$C: \varepsilon_{qrx} = \varepsilon_{\Lambda qB}, \quad \varepsilon_{qry} = [\mathbf{p}_{\Lambda qr}^{Hq}]_y \quad (4-53)$$

$$D: \varepsilon_{qrx} = (\varepsilon_{\Lambda qU} + \varepsilon_{\Lambda qB})/2, \quad \varepsilon_{qry} = [\mathbf{p}_{\Lambda qr}^{Hq}]_y + \sqrt{\left(\frac{\zeta_{Hq}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\varepsilon_{\Lambda qU} + \varepsilon_{\Lambda qB}}{2} - [\mathbf{p}_{\Lambda qr}^{Hq}]_x\right)^2} \quad (4-54)$$

$$E: \varepsilon_{qrx} = (\varepsilon_{\Lambda qU} + \varepsilon_{\Lambda qB})/2, \quad \varepsilon_{qry} = [\mathbf{p}_{\Lambda qr}^{Hq}]_y - \sqrt{\left(\frac{\zeta_{Hq}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\varepsilon_{\Lambda qU} + \varepsilon_{\Lambda qB}}{2} - [\mathbf{p}_{\Lambda qr}^{Hq}]_x\right)^2} \quad (4-55)$$

#### 4.8 小结

已有研究<sup>[44, 114-118]</sup>在运动学分析时, 多以理想 PRSM 为研究对象。现有考虑误差的 PRSM 运动学分析<sup>[119, 120]</sup>也仅涉及螺纹中径误差和齿轮分度圆误差, 缺乏对由于误差而引起的运动传递路径变化、滚柱浮动和齿轮副传动比波动现象的讨论。本章建立了考虑零件偏心误差、位置误差以及螺纹分头误差的 PRSM 运动学模型。提出了利用滚柱浮动区域判断滚柱卡滞状态的方法, 系统分析了结构和装配参数以及上述误差对 PRSM 的滚柱浮动区域、轴向间隙和传动误差的影响规律, 主要结论如下:

(1) 进行滚柱和保持架径向间隙、滚柱和内齿圈法向间隙以及各对螺纹牙之间轴向间隙设计时, 必须考虑误差对滚柱浮动区域的影响, 以保证 PRSM 在安装完成后的运动流畅性。

(2) 当各零件的结构参数与误差不发生变化时, 滚柱个数、丝杠和保持架的初始旋转角不会改变 PRSM 的卡滞状态。

(3) 零件的偏心 and 位置误差会导致 PRSM 传动误差的周期性波动。当螺母偏心误差较大时, 螺母安装角会对 PRSM 传动误差有着显著影响。特别是当螺母偏心误差与安装误差的幅值相同时, 合理的螺母安装角能够使得以上两种误差对 PRSM 传动误差的影响相互抵消。

(4) 丝杠、螺母和保持架的偏心误差对滚柱浮动区域有着明显的影响。当滚柱偏心误差增大时, 滚柱浮动区域边界的波动会随之增加。滚柱和保持架的偏心误差对 PRSM 传动误差影响很小。

(5) 螺纹分头误差不但会对滚柱浮动区域产生影响, 而且会改变滚柱在丝杠侧和螺母侧参与接触的螺纹牙个数。



## 5 行星滚柱丝杠副刚体动力学建模与分析

### 5.1 概述

Jones 等指出 PRSM 中滚柱与保持架的转速与丝杠和滚柱之间的摩擦特性相关<sup>[119]</sup>。并且,运动部件的质量、驱动零件的转速与外载荷等均会对 PRSM 的动力学特性产生影响。探究不同结构参数与工况下的 PRSM 动力学特性,对提高其传动性能有着重要意义。

已有研究<sup>[122]</sup>在进行 PRSM 动力学分析时,假设滚柱各个螺纹牙上的载荷是相同的,并忽略了除丝杠和滚柱之外的其它零件之间的摩擦力。然而,即使忽略丝杠、螺母和滚柱的弹性变形,滚柱在丝杠侧和螺母侧的多个螺纹牙承受的载荷也是不相同的<sup>[62]</sup>。为了分析 PRSM 各零件的运动与受力状态,保持架与滚柱之间的径向力,内齿圈与滚柱之间的接触力,内齿圈和保持架、保持架和滚柱以及螺母和滚柱之间的摩擦力均应该包含在 PRSM 的动力学方程中。由于丝杠、滚柱、螺母和保持架上的作用力构成一个空间力系,故动力学方程需包含各运动零件的六个自由度。

针对上述问题,本章将建立包含运动零件六自由度的 PRSM 刚体动力学模型。首先,参考 Blinov 等<sup>[62]</sup>的研究,通过引入载荷分布系数对丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间多对螺纹牙接触力的分布进行描述。其次,利用库伦摩擦模型<sup>[135]</sup>对丝杠和滚柱以及保持架和滚柱之间的摩擦力进行计算。由于在理想状态下,螺母和滚柱在接触点处无相对滑动,故使用滚动接触理论<sup>[136, 137]</sup>进行两者之间摩擦力与力矩的计算。推导内齿圈与保持架之间由于润滑油/脂而产生的拖动力矩公式。在上述基础上,采用牛顿第二定律,推导丝杠、滚柱、螺母和保持架的动力学方程。最后,对比本章 PRSM 动力学模型与 Jones 模型<sup>[122]</sup>的计算结果并探究结构参数与工况对 PRSM 动力学特性的影响规律。

### 5.2 建立坐标系

如图 5-1 所示,当丝杠的转角为 $\theta_s$ 时,螺母的轴向移动距离为 $-\theta_s L_s/(2\pi)$ ,其中 $L_s$ 是丝杠的导程,“-”表示丝杠、滚柱和螺母螺纹均为右旋。此时,滚柱会在螺母内部滚动并具有与螺母相同的轴向移动速度。定义如图 5-1 所示的三个坐标系以描述 PRSM 中各个部件的运动状态。整体坐标系  $O-XYZ$  与大地相固连, $Z$  轴与丝杠轴线重合,原点  $O$  位于丝杠的左端。局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  ( $q=1, 2, \dots, n_{\text{roller}}$ , 其中  $n_{\text{roller}}$  是滚柱的个数)固定在左端保持架的中心处,同时随着保持架的转动而转动,从而保证其  $x_{Pq}$ -轴始终指向滚柱 $\#q$ 的轴线。坐标系  $O_{qc}-x_{qc}y_{qc}z_{qc}$  的原点位于滚柱 $\#q$ 的中心。当滚柱 $\#q$ 旋转时, $x_{qc}$ -,  $y_{qc}$ -和  $z_{qc}$ -轴分别平行于  $x_{Pq}$ -,  $y_{Pq}$ -和  $z_{Pq}$ -轴。

局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  向整体坐标系  $O-XYZ$  的变换矩阵  $\mathbf{T}_{Pq}$  为:

$$\mathbf{T}_{Pq} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{Pq} & \mathbf{p}_{Pq} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

式中:

$$\mathbf{H}_{Pq} = \begin{bmatrix} \cos(\Phi_q + \theta_P) & -\sin(\Phi_q + \theta_P) & 0 \\ \sin(\Phi_q + \theta_P) & \cos(\Phi_q + \theta_P) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

$$\mathbf{p}_{Pq} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_N - (\theta_S L_S) / (2\pi) \end{bmatrix} \quad (5-3)$$

其中:

$\theta_P$ ——保持架的旋转角度;

$h_N$ ——螺母初始位置;

$\Phi_q$ ——滚柱# $q$  的相位角。

$$\Phi_q = \frac{2\pi}{n_{\text{roller}}} (q-1) \quad (q=1, 2, \dots, n_{\text{roller}}) \quad (5-4)$$

坐标系  $o_{qc}-x_{qc}y_{qc}z_{qc}$  向局部坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  的旋转矩阵  $\mathbf{H}_{qc}^{Pq}$  是一个单位矩阵, 即:

$$\mathbf{H}_{qc}^{Pq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

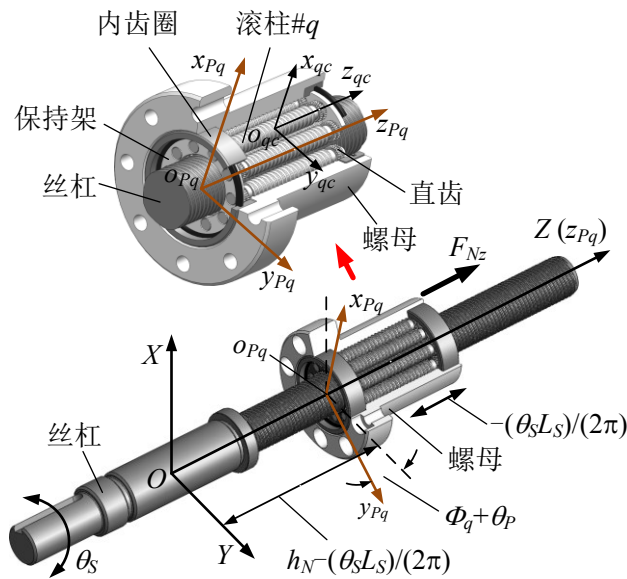


图 5-1 PRSM 结构组成与坐标系<sup>[139]</sup>



### 5.3 受力分析

#### 5.3.1 螺纹牙之间的接触力

当螺母负载  $F_{Nz}$  (图 5-1) 沿着  $Z$ -轴正方向时, 滚柱# $q$  的下螺旋曲面  $\Pi_{qB}$  和上螺旋曲面  $\Pi_{qU}$  将会分别与对应的丝杠和螺母螺旋曲面相接触。图 5-3 中  $\mathbf{F}_{qs}^{qc,k}$  和  $\mathbf{F}_{qn}^{qc,k}$  ( $k=1, 2, \dots, n_T$ ,  $n_T$  是滚柱螺纹牙的个数) 是作用滚柱# $q$  上第  $k$  个螺纹牙在丝杠侧和螺母侧的接触力。上标  $qc$  指接触力  $\mathbf{F}_{qs}^{qc,k}$  和  $\mathbf{F}_{qn}^{qc,k}$  表示在坐标系  $o_{qc}-x_{qc}y_{qc}z_{qc}$  中。根据滚柱螺旋曲面的法向量方程,  $\mathbf{F}_{qs}^{qc,k}$  和  $\mathbf{F}_{qn}^{qc,k}$  能够表示为:

$$\mathbf{F}_{qs}^{qc,k} = F_{qs}^k \cdot \begin{bmatrix} \cos\phi_{Rs q} \tan\beta_{Rs q} - \sin\phi_{Rs q} \tan\lambda_{Rs q} \\ -\sin\phi_{Rs q} \tan\beta_{Rs q} - \cos\phi_{Rs q} \tan\lambda_{Rs q} \\ -1 \end{bmatrix} / \sqrt{1 + \tan^2 \lambda_{Rs q} + \tan^2 \beta_{Rs q}} \quad (5-8)$$

$$\mathbf{F}_{qn}^{qc,k} = F_{qn}^k \cdot \begin{bmatrix} -\tan\beta_q \\ -\tan\lambda_q \\ 1 \end{bmatrix} / \sqrt{1 + \tan^2 \lambda_q + \tan^2 \beta_q} \quad (5-9)$$

式中:

$F_{qs}^k$  和  $F_{qn}^k$ ——接触力  $\mathbf{F}_{qs}^{qc,k}$  和  $\mathbf{F}_{qn}^{qc,k}$  的幅值;

$\beta_q$  和  $\lambda_q$ ——滚柱的牙侧角与螺旋升角;

$\phi_{Rs q}$ ,  $\beta_{Rs q}$  和  $\lambda_{Rs q}$ ——滚柱# $q$  在接触点处的啮合偏角、牙侧角与螺旋升角。

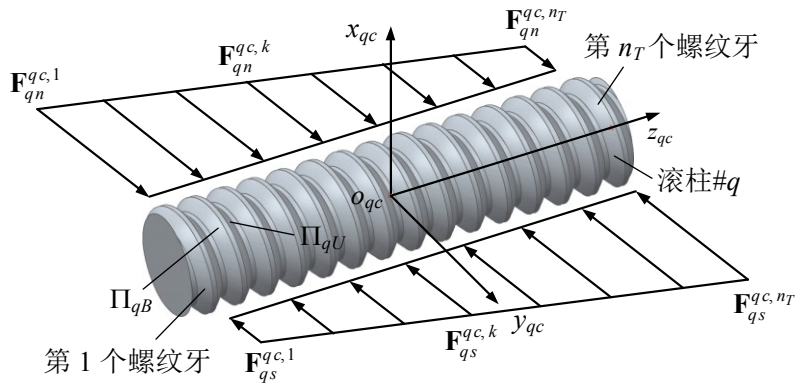


图 5-3 作用在滚柱# $q$  各个螺纹牙上的接触力

接触力  $\mathbf{F}_{qs}^{qc,k}$  和  $\mathbf{F}_{qn}^{qc,k}$  的轴向分量会导致绕着  $y_{qc}$ -轴的倾覆力矩。参考文献, 假定接触力是线性分布的以平衡该倾覆力矩。如图 5-3 所示, 作用在滚柱# $q$  上每个螺纹牙的接触力大小能够表示为:

$$F_{qs}^k = \frac{F_{qs}^{all}}{n_T} - \zeta_T \frac{F_{Nz}}{n_{roller} n_T} \cdot \frac{2k - n_T - 1}{n_T - 1} \quad (k=1, 2, \dots, n_T) \quad (5-10)$$



$$F_{qn}^k = \frac{F_{qn}^{all}}{n_T} + \zeta_T \frac{F_{Nz}}{n_{roller} n_T} \cdot \frac{2k - n_T - 1}{n_T - 1} \quad (k=1, 2, \dots, n_T) \quad (5-11)$$

式中:

$\zeta_T$ ——载荷分布系数;

$F_{qs}^{all}$  和  $F_{qn}^{all}$ ——丝杠和滚柱# $q$  以及螺母和滚柱# $q$  之间接触力的总和。

$$F_{qs}^{all} = \sum_{k=1}^{n_T} F_{qs}^k \quad (5-12)$$

$$F_{qn}^{all} = \sum_{k=1}^{n_T} F_{qn}^k \quad (5-13)$$

### 5.3.2 保持架、内齿圈和滚柱之间的受力

如图 5-4 所示,  $\Pi_{qg1}$  和  $\Pi_{qg2}$  为直齿齿面,  $\Pi_{Ng1}$  和  $\Pi_{Ng2}$  为内齿圈的齿面,  $\mathbf{F}_{qg}^{qc, \ell}$  ( $\ell=1$  或 2) 是作用在滚柱# $q$  上第  $\ell$  个直齿上的接触力。由于齿轮副中的间隙, 接触力  $\mathbf{F}_{qg}^{qc, \ell}$  可以表示为:

$$\mathbf{F}_{qg}^{qc, \ell} = [|F_{qgy}^{\ell}| \tan \alpha, F_{qgy}^{\ell}, 0]^T \quad (\ell=1 \text{ or } 2) \quad (5-14)$$

式中:

$\alpha$ ——齿轮副的压力角;

$F_{qgy}^{\ell}$ ——接触力  $\mathbf{F}_{qg}^{qc, \ell}$  的横向分量。

如图 5-4 所示, 当  $F_{qgy}^{\ell}$  为正, 齿面  $\Pi_{qg2}$  和  $\Pi_{Ng2}$  将相互接触; 当  $F_{qgy}^{\ell}$  为负, 齿面  $\Pi_{qg1}$  和  $\Pi_{Ng1}$  相互接触。

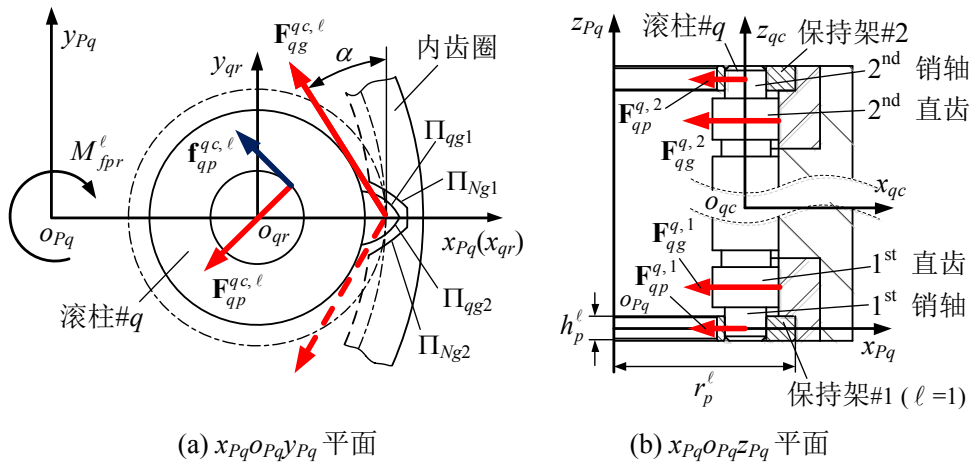


图 5-4 作用在滚柱# $q$  的直齿与销轴上的力

图 5-4 中,  $\mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell}$  和  $\mathbf{f}_{qp}^{qc, \ell}$  ( $\ell=1$  或 2) 分别表示作用在滚柱# $q$  的第  $\ell$  个销轴的接触力与摩擦力。接触力  $\mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell}$  能够表示为:

$$\mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell} = [F_{qpx}^{\ell} \ F_{qpy}^{\ell} \ 0]^T \quad (5-15)$$

式中:

$F_{qpx}^{\ell}$  和  $F_{qpy}^{\ell}$ —— $\mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell}$  的径向和横向分量。

为了保证作用在滚柱# $q$  销轴上的接触力不会引起绕轴的倾覆力矩, 接触力  $\mathbf{F}_{qp}^{qc, 1}$  和  $\mathbf{F}_{qp}^{qc, 2}$  的横向分量假设是相同的。由于接触力  $\mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell}$  始终指向滚柱# $q$  的轴线, 摩擦力  $\mathbf{f}_{qp}^{qc, \ell}$  能够表示为:

$$\mathbf{f}_{qp}^{qc, \ell} = \mu_{PR} \begin{bmatrix} 0 & \text{sign}(\dot{\theta}_S) & 0 \\ -\text{sign}(\dot{\theta}_S) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell} \quad (5-16)$$

式中:

$\mu_{PR}$ ——滚柱和保持架之间的摩擦因数;

$\dot{\theta}_S$ ——丝杠的转速。

根据库艾特流动 (Couette flow) 理论<sup>[138]</sup>, 作用在保持架# $\ell$  上由保持架和内齿圈之间的润滑油/脂导致的拖动力矩  $M_{fpr}^{\ell}$  能够近似地表示为:

$$M_{fpr}^{\ell} = -\frac{2\pi(r_p^{\ell})^3 h_p^{\ell} \nu_{PG} \rho_{PG} \dot{\theta}_P}{\delta_{PG}} \quad (5-17)$$

式中:

$h_p^{\ell}$  和  $r_p^{\ell}$ ——保持架# $\ell$  的厚度与半径;

$\nu_{PG}$  和  $\rho_{PG}$ ——润滑油/脂的粘度与密度;

$\delta_{PG}$ ——保持架与内齿圈之间的径向间隙。

### 5.3.3 丝杠与滚柱之间的摩擦力

根据第 4 章的分析, 能够获得丝杠和滚柱在接触点处的滑动速度在局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中的表达式为:

$$\mathbf{v}_{SR}^P = \mathbf{v}_{Sq}^P - \mathbf{v}_{qs}^P = \begin{bmatrix} -r_{Sq}(\dot{\theta}_S - \dot{\theta}_P) \sin \phi_{Sq} + r_{Rs q} \dot{\theta}_q^P \sin \phi_{Rs q} \\ r_{Sq}(\dot{\theta}_S - \dot{\theta}_P) \cos \phi_{Sq} + r_{Rs q} \dot{\theta}_q^P \cos \phi_{Rs q} \\ (\dot{\theta}_S L_S)/(2\pi) \end{bmatrix} \quad (5-18)$$

式中:

$\mathbf{v}_{Sq}^P$  和  $\mathbf{v}_{qs}^P$ ——丝杠和滚柱# $q$  在接触点处的速度;

$\dot{\theta}_P$ ——保持架的角速度;

$\dot{\theta}_q^P$ ——滚柱# $q$  相对于局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  的自转速度;

$r_{Sq}$  和  $\phi_{Sq}$ ——丝杠的啮合半径与啮合偏角。

滚柱# $q$  的公转速度与自转速度的关系能够表示为:

$$\dot{\theta}_q^P = -\frac{r_{Ng}}{r_{qg}} \dot{\theta}_P \quad (5-19)$$

式中:

$r_{Ng}$  和  $r_{qg}$ ——内齿圈与滚柱# $q$  直齿节圆的半径。

根据库伦 (Coulomb) 摩擦理论, 作用在滚柱# $q$  的第  $k$  个丝杠侧螺纹牙的摩擦力为:

$$\mathbf{f}_{qs}^{qc,k} = \mu_{SR} \cdot \|\mathbf{F}_{qs}^{qc,k}\| \cdot \frac{\mathbf{v}_{SR}^P}{\|\mathbf{v}_{SR}^P\|} \quad (\|\mathbf{v}_{SR}^P\| \neq 0) \quad (5-20)$$

式中:

$\mu_{SR}$ ——丝杠和滚柱之间的摩擦因数。

当滑动速度的大小  $\|\mathbf{v}_{SR}^P\|$  为零而丝杠的角加速度不为零时, 摩擦力  $\mathbf{f}_{qs}^{qc,k}$  将沿着丝杠接触螺旋线的切线方向, 即:

$$\mathbf{f}_{qs}^{qc,k} = \text{sign}(\ddot{\theta}_S) \mu_{SR} \|\mathbf{F}_{qs}^{qc,k}\| \cdot \begin{bmatrix} -\sin \phi_{Sq} \\ \cos \phi_{Sq} \\ \tan \lambda_{Sq} \end{bmatrix} / \sqrt{1 + \tan^2 \lambda_{Sq}} \quad (\|\mathbf{v}_{SR}^P\| = 0 \text{ and } \ddot{\theta}_S \neq 0) \quad (5-21)$$

式中:

$\lambda_{Sq}$ ——丝杠在接触点处的螺旋升角。

当  $\|\mathbf{v}_{SR}^P\|$  和  $\ddot{\theta}_S$  均为零时, PRSM 处于静止状态。

### 5.3.4 螺母与滚柱之间的摩擦力

如图 5-2 所示, 螺母和滚柱# $q$  在接触点处的速度  $\mathbf{v}_{Nq}^P$  和  $\mathbf{v}_{Rnq}^P$  表示在局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中为:

$$\mathbf{v}_{Nq}^P = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_P r_N \\ -\dot{\theta}_S L_S / (2\pi) \end{bmatrix} \quad (5-22)$$

$$\mathbf{v}_{qn}^P = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_q^P r_q \\ -\dot{\theta}_S L_S / (2\pi) \end{bmatrix} \quad (5-23)$$

式中:

$r_q$  和  $r_N$ ——滚柱# $q$  和螺母的名义半径。

在 PRSM 中, 螺母和直齿的节圆半径分别与所对应的螺母和滚柱# $q$  的名义半径相同, 即  $r_{Ng}=r_N$  和  $r_{qg}=r_q$ 。由式(5-19)、(5-22)和(5-23)可得, 滚柱# $q$  和螺母在接触点  $o_{Nq}$  处

的滑动速度为零。参照滚动接触理论<sup>[136]</sup>，螺母和滚柱# $q$  的滚动速度定义为：

$$v_{NR}^{rolling} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{([\mathbf{v}_{Nq}^P]_{x_{Nq}} + [\mathbf{v}_{qn}^P]_{x_{Nq}})^2 + ([\mathbf{v}_{Nq}^P]_{y_{Nq}} + [\mathbf{v}_{qn}^P]_{y_{Nq}})^2} \quad (5-24)$$

式中：

$[\mathbf{v}_{Nq}^P]_{x_{Nq}}$  和  $[\mathbf{v}_{Nq}^P]_{y_{Nq}}$  ——  $\mathbf{v}_{Nq}^P$  沿着  $x_{Nq}$ -和  $y_{Nq}$ -轴的分量；

$[\mathbf{v}_{qn}^P]_{x_{Nq}}$  和  $[\mathbf{v}_{qn}^P]_{y_{Nq}}$  ——  $\mathbf{v}_{qn}^P$  沿着  $x_{Nq}$ -和  $y_{Nq}$ -轴的分量。

螺母相对于滚柱# $q$  的自旋率定义为：

$$\xi_{NR}^{spin} = \frac{[\boldsymbol{\omega}_N^P]_{z_{Nq}} - [\boldsymbol{\omega}_q^P]_{z_{Nq}}}{v_{NR}^{rolling}} \quad (5-25)$$

式中：

$[\boldsymbol{\omega}_N^P]_{z_{Nq}}$  和  $[\boldsymbol{\omega}_q^P]_{z_{Nq}}$  —— 角速度  $\boldsymbol{\omega}_N^P$  和  $\boldsymbol{\omega}_q^P$  沿着  $z_{Nq}$ -轴的分量。

$\boldsymbol{\omega}_N^P$  和  $\boldsymbol{\omega}_q^P$  能够表示为：

$$\boldsymbol{\omega}_N^P = [0, 0, -\dot{\theta}_P]^T \quad (5-26)$$

$$\boldsymbol{\omega}_q^P = [0, 0, \dot{\theta}_q^P]^T \quad (5-27)$$

由式(5-22)-(5-27)可得，螺母相对于滚柱# $q$  的自旋率  $\xi_{NR}^{spin}$  为：

$$\xi_{NR}^{spin} = \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \lambda_N} \cdot (-1 + r_{Ng}/r_{qg}) \dot{\theta}_P}{\sqrt{[r_N \tan \lambda_N \tan \beta_N (\dot{\theta}_S - \dot{\theta}_P)]^2 + [r_N (\dot{\theta}_S \tan^2 \lambda_N - \dot{\theta}_P)]^2 (1 + \tan^2 \beta_N + \tan^2 \lambda_N)}} \quad (5-28)$$

当螺旋升角  $\lambda_N$  足够小时， $\tan^2 \lambda_N$  的值能够忽略同时式(5-28)能够简化为：

$$\xi_{NR}^{spin} \approx \frac{-1 + r_{Ng}/r_{qg}}{r_N \sqrt{1 + \tan^2 \beta_N}} \quad (\dot{\theta}_P \neq 0) \quad (5-29)$$

由式(5-29)可知，滚柱在螺母内部作自旋滚动。根据滚动接触理论<sup>[136]</sup>，作用在滚柱# $q$  的第  $k$  个螺母侧螺纹牙上的摩擦力与摩擦力矩分别为：

$$\mathbf{f}_{qn}^{qc,k} = \mathbf{H}_{Nq}^{Pq} \mathbf{H}_{En}^{Nq} \cdot \iint_{\Omega_{Nq}} \mathbf{p}_{qn}^{En,k} dx_{En} dy_{En} \quad (5-30)$$

$$\mathbf{M}_{jqn}^{qc,k} = \mathbf{H}_{Nq}^{Pq} \mathbf{H}_{En}^{Nq} \cdot \iint_{\Omega_{Nq}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -y_{En} [\mathbf{p}_{qn}^{En,k}]_{x_{En}} + x_{En} [\mathbf{p}_{qn}^{En,k}]_{y_{En}} \end{bmatrix} dx_{En} dy_{En} \quad (5-31)$$

其中：

$\mathbf{p}_{qn}^{En,k}$  —— 接触区域  $\Omega_{Nq}$  内的切向力，可使用文献[137]给出的算法获得。

当接触力  $\mathbf{F}_{qn}^{qc,k}$ 、接触区域  $\Omega_{Nq}$ 、自旋率  $\xi_{NR}^{spin}$  和螺母与滚柱的摩擦因数  $\mu_{NR}$  已知时，便能够求得螺母和滚柱的摩擦力和摩擦力矩。

## 5.4 PRSM 的刚体动力学模型

### 5.4.1 丝杠动力学方程

如图 5-5 所示，固定丝杠的左端而使得右端处于自由状态。 $M_{Sz}$  是作用在丝杠上的力矩。 $F_{Sx}$ 、 $F_{Sy}$ 、 $F_{Sz}$ 、 $M_{Sx}$  和  $M_{Sy}$  是丝杠的支撑处的支反力与力矩。 $\mathbf{F}_{Sq}^{P,k}$  和  $\mathbf{f}_{Sq}^{P,k}$  分别为滚柱 # $q$  的第  $k$  个螺纹牙作用在丝杠上的接触力与摩擦力。

$$\mathbf{F}_{Sq}^{P,k} = -\mathbf{H}_{qc}^{Pq} \cdot \mathbf{F}_{qs}^{qc,k} \quad (5-32)$$

$$\mathbf{f}_{Sq}^{P,k} = -\mathbf{H}_{qc}^{Pq} \cdot \mathbf{f}_{qs}^{qc,k} \quad (5-33)$$

图 5-5 中， $\mathbf{r}_{Sq}^{P,k}$  为在局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中接触点  $o_{Sq}^k$  的位置向量。该位置向量  $\mathbf{r}_{Sq}^{P,k}$  能够表示为：

$$\mathbf{r}_{Sq}^{P,k} = \mathbf{r}_{Sr}^P + [0, 0, h_{Sq} + (k-1)P] \quad (5-34)$$

$$\mathbf{r}_{Sr}^P = \begin{bmatrix} r_{Sq} \cos \phi_{Sq} \\ r_{Sq} \sin \phi_{Sq} \\ -c_S + (r_{Sq} - r_S) \tan \beta_S + (\phi_{Sq} L_S) / (2\pi) \end{bmatrix} \quad (5-35)$$

式中：

$c_S$ 、 $r_S$ 、 $\beta_S$  和  $P$ ——丝杠的半牙厚、名义半径、牙侧角和螺距。

$h_{Sq}$ ——与滚柱 # $q$  的第 1 个螺纹牙与丝杠螺纹牙接触位置相关的几何参数。

由于丝杠只允许绕其轴线旋转，根据牛顿第二定律丝杠的动力学方程为：

$$\sum_{q=1}^{n_{roller}} \sum_{k=1}^{n_T} [\mathbf{H}_{Pq} (\mathbf{F}_{Sq}^{P,k} + \mathbf{f}_{Sq}^{P,k})] + \begin{bmatrix} F_{Sx} \\ F_{Sy} \\ F_{Sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-36)$$

$$\sum_{q=1}^{n_{roller}} \sum_{k=1}^{n_T} \{ [\mathbf{H}_{Pq} \mathbf{r}_{Sq}^{P,k} + \mathbf{p}_{Pq}] \times [\mathbf{H}_{Pq} (\mathbf{F}_{Sq}^{P,k} + \mathbf{f}_{Sq}^{P,k})] \} + \begin{bmatrix} M_{Sx} \\ M_{Sy} \\ M_{Sz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I_S \ddot{\theta}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-37)$$

式中：

$I_S$ ——丝杠的转动惯量。

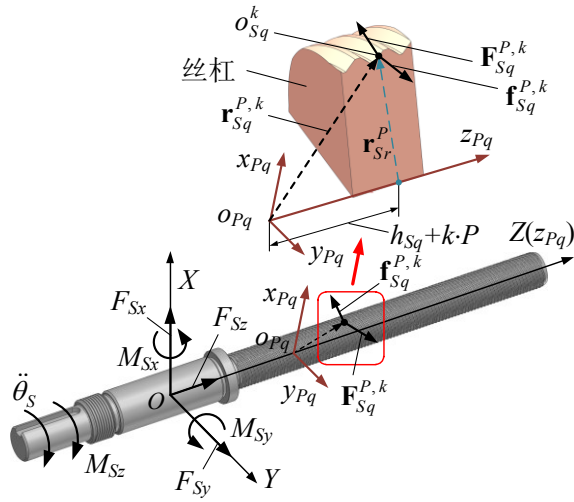


图 5-5 丝杠上的作用力

#### 5.4.2 滚柱动力学方程

作用在滚柱上的力如图 5-6 所示。其中  $o_{qp}^\ell$  ( $\ell=1$  或 2) 为滚柱# $q$  和保持架# $\ell$  的接触点,  $o_{qg}^\ell$  为内齿圈与滚柱上第  $\ell$  个直齿的接触点,  $o_{qs}^k$  和  $o_{qn}^k$  分别为滚柱# $q$  上第  $k$  个螺纹牙在丝杠侧和螺母侧的接触点。 $h_q$  是接触点  $o_{qp}^1$  和  $o_{qp}^2$  之间的轴向距离,  $h_g$  为接触点  $o_{qp}^1$  和  $o_{qg}^1$  的轴向距离。接触点  $o_{qp}^\ell$  在坐标系  $o_{qc}-x_{qc}y_{qc}z_{qc}$  中的位置向量为:

$$\mathbf{r}_{qp}^{qc, \ell} = \mathbf{r}_{pin}^{qc, \ell} + [0, 0, (-1)^\ell \cdot h_q/2]^T \quad (5-38)$$

式中:

$$\mathbf{r}_{pin}^{qc, \ell} = \begin{cases} [0, 0, 0]^T & \|\mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell}\| = 0 \\ -r_{pin} \cdot \mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell} / \|\mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell}\| & \|\mathbf{F}_{qp}^{qc, \ell}\| \neq 0 \end{cases} \quad (5-39)$$

式中:

$r_{pin}$ ——滚柱# $q$  上销轴的半径。

根据图 5-6 可得, 接触点  $o_{qg}^\ell$  的位置向量为:

$$\mathbf{r}_{qg}^{qc, \ell} = [r_{qg}, 0, (-1)^\ell \cdot (-h_g + h_q/2)]^T \quad (5-40)$$

接触点  $o_{qs}^k$  的位置向量为:

$$\mathbf{r}_{qs}^{qc, k} = \mathbf{r}_{Rs}^{qc} + [0, 0, (k-1)P - \frac{[n_T - 1 - \text{mod}(n_T/2)]}{2}P]^T \quad (5-41)$$

式中:

$\text{mod}(n_T/2)$ —— $(n_T/2)$  的余数。

向量  $\mathbf{r}_{Rs}^{qc}$  能够表示为:

式中:

接触点  $o_{qn}^k$  处的位置向量为:

式中:

图 5-6 作用在滚柱# $q$  上的力

根据牛顿第二定律，滚柱# $q$  的动力学方程为:

103

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^{n_T} [\mathbf{r}_{qs}^{qc,k} \times (\mathbf{F}_{qs}^{qc,k} + \mathbf{f}_{qs}^{qc,k})] + \sum_{k=1}^{n_T} [\mathbf{r}_{qn}^{qc,k} \times (\mathbf{F}_{qn}^{qc,k} + \mathbf{f}_{qn}^{qc,k}) + \mathbf{M}_{fq n}^{qc,k}] \\
& + \sum_{\ell=1}^2 [\mathbf{r}_{qp}^{qc,\ell} \times (\mathbf{F}_{qp}^{qc,\ell} + \mathbf{f}_{qp}^{qc,\ell}) + \mathbf{r}_{qg}^{qc,\ell} \times \mathbf{F}_{qg}^{qc,\ell}] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_q \ddot{\theta}_q^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-46)
\end{aligned}$$

式中:

$m_q$  和  $I_q$ ——滚柱# $q$  的质量与转动惯量。

在式(5-45)中, 滚柱# $q$  的轴向加速度  $\ddot{z}_q$  能够表示为:

$$\ddot{z}_q = -\frac{\ddot{\theta}_S L_S}{2\pi} \quad (5-47)$$

### 5.4.3 螺母动力学方程

如图 5-7 所示,  $F_{Nz}$  作用在螺母上的轴向力,  $F_{Nx}$ 、 $F_{Ny}$ 、 $M_{Nx}$ 、 $M_{Ny}$  和  $M_{Nz}$  分别为支反力和力矩,  $\mathbf{F}_{Np}^\ell$  为螺母和保持架之间的接触力,  $\mathbf{F}_{Nqg}^{P,\ell}$  是内齿圈和滚柱上第  $\ell$  个直齿的接触力,  $\mathbf{F}_{Nq}^{P,k}$ 、 $\mathbf{f}_{Nq}^{P,k}$  和  $\mathbf{M}_{Nfq}^{P,k}$  分别为接触点  $o_{Nq}^k$  处的接触力、摩擦力和摩擦力矩。  $\mathbf{F}_{Nqg}^{P,\ell}$ 、 $\mathbf{F}_{Nq}^{P,k}$ 、 $\mathbf{f}_{Nq}^{P,k}$  和  $\mathbf{M}_{Nfq}^{P,k}$  能够分别通过式(5-14)、(5-9)、(5-30)和(5-31)获得。  $\mathbf{r}_{Nq}^{P,k}$  为接触点  $o_{Nq}^k$  在坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中的位置向量为:

$$\mathbf{r}_{Nq}^{P,k} = [r_N, 0, c_N + h_{Nq} + (k-1)P]^T \quad (5-48)$$

式中:

$r_N$  和  $c_N$ ——螺母的名义半径和半牙厚;

$h_{Nq}$ ——与滚柱# $q$  第 1 个螺纹牙与螺母螺纹牙接触点位置相关的几何参数。

$\mathbf{r}_{Nqg}^{P,\ell}$  为内齿圈和滚柱# $q$  第  $\ell$  个直齿之间的接触点在局部坐标系  $o_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  的位置向量。

$$\mathbf{r}_{Nqg}^{P,\ell} = [r_{Ng}, 0, (k-1)h_q]^T \quad (5-49)$$

由于螺母的旋转自由度被约束, 其动力学方程为:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\ell=1}^2 \mathbf{F}_{Np}^\ell + \sum_{q=1}^{n_{\text{roller}}} \sum_{k=1}^{n_T} \mathbf{H}_{Pq} (\mathbf{F}_{Nq}^{P,k} + \mathbf{f}_{Nq}^{P,k}) + \sum_{q=1}^{n_{\text{roller}}} \sum_{\ell=1}^2 \mathbf{H}_{Pq} \mathbf{F}_{Nqg}^{P,\ell} \\
& + \begin{bmatrix} F_{Nx} \\ F_{Ny} \\ F_{Nz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_N \ddot{\theta}_S L_S / (2\pi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-50)
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& \sum_{q=1}^{n_{\text{roller}}} \sum_{k=1}^{n_T} \{ (\mathbf{H}_{Pq} \mathbf{r}_{Nq}^{P,k} + \mathbf{p}_{Pq}) \times [\mathbf{H}_{Pq} (\mathbf{F}_{Nq}^{P,k} + \mathbf{f}_{Nq}^{P,k})] + \mathbf{H}_{Pq} \mathbf{M}_{Nfq}^{P,k} \} + \mathbf{p}_{Pq} \times \mathbf{F}_{Np}^1 \\
& + \sum_{q=1}^{n_{\text{roller}}} \sum_{\ell=1}^2 [ (\mathbf{H}_{Pq} \mathbf{r}_{Nqg}^{P,\ell} + \mathbf{p}_{Pq}) \times (\mathbf{H}_{Pq} \mathbf{F}_{Nqg}^{P,\ell}) ] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_q \end{bmatrix} + \mathbf{p}_{Pq} \times \mathbf{F}_{Np}^2 + \begin{bmatrix} M_{Bx} \\ M_{By} \\ M_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-51)
\end{aligned}$$

式中:

$m_N$ ——螺母的质量。

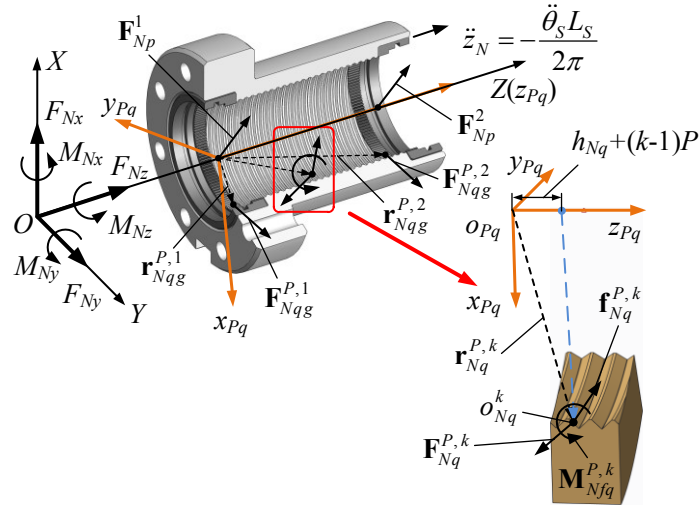


图 5-7 作用在螺母上的力

#### 5.4.4 保持架动力学方程

如图 5-8 所示,  $o_{qp}^{\ell}$  ( $\ell=1$  或 2) 是滚柱 # $q$  和保持架 # $\ell$  之间的接触点,  $M_{fpr}^{\ell}$  是作用在保持架 # $\ell$  上的拖动力矩,  $\mathbf{r}_{PR}^{P,\ell}$  是接触点  $o_{qp}^{\ell}$  在局部坐标系  $O_{Pq}-x_{Pq}y_{Pq}z_{Pq}$  中的位置向量, 能够表示为:

$$\mathbf{r}_{PR}^{P,\ell} = \mathbf{r}_{pin}^{q,\ell} + [r_s + r_q, 0, 0]^T \quad (5-52)$$

由于滚柱和保持架之间的接触力和摩擦力沿轴线方向的分量为零, 保持架 # $j$  的动力学方程为:

$$-\mathbf{F}_{Np}^{\ell} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_p^{\ell} \ddot{\theta}_S L_S / (2\pi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-53)$$

$$\sum_{q=1}^{n_{\text{roller}}} \mathbf{H}_{Pq} [\mathbf{r}_{PR}^{P,\ell} \times (-\mathbf{F}_{qp}^{P,\ell} - \mathbf{f}_{qp}^{P,\ell})] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{fpr}^{\ell} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I_p^{\ell} \ddot{\theta}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-54)$$

式中:

$m_p^\ell$  和  $I_p^\ell$ ——保持架# $\ell$  的质量与转动惯量。

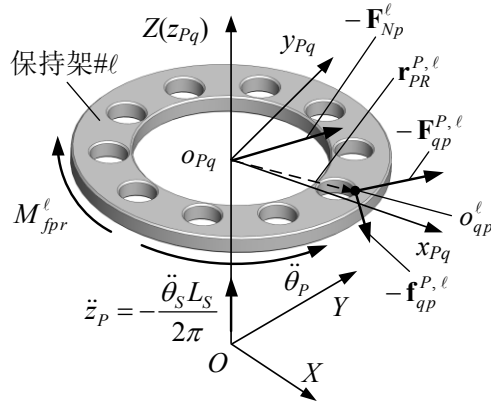


图 5-8 作用在保持架# $\ell$  上的力

### 5.5 不同动力学模型的计算结果对比

PRSM 的结构参数为:  $r_s=9.75\text{mm}$ ,  $r_N=16.25\text{mm}$ ,  $r_q=3.25\text{mm}$ ,  $\beta_s=\beta_q=\beta_N=45^\circ$ ,  $P=2\text{mm}$ ,  $L_s=10\text{mm}$ ,  $r_{Tq}=4.597\text{mm}$ ,  $n_{\text{roller}}=7$ ,  $n_T=17$ ,  $r_{Ng}=r_N$ ,  $r_{qg}=r_q$ ,  $\alpha=20^\circ$ ,  $h_q=50\text{mm}$ ,  $h_{qg}=5\text{mm}$ ,  $\delta_{PG}=0.01\text{mm}$ ,  $h_p^1=h_p^2=4\text{mm}$  以及  $r_p^1=r_p^2=17\text{mm}$ 。滚柱、螺母和保持架的质量分别为:  $m_q=0.014\text{kg}$ 、 $m_N=20\text{kg}$  和  $m_P=0.016\text{kg}$ 。丝杠、滚柱和保持架的转动惯量为:  $J_s=58\text{kg}\cdot\text{mm}^2$ 、 $J_q=0.077\text{kg}\cdot\text{mm}^2$  和  $J_p^1=J_p^2=2.95\text{kg}\cdot\text{mm}^2$ 。

在  $t=0$  时刻, 给丝杠输入阶跃指令  $\dot{\theta}_s=1\text{rad/s}$  后, PRSM 的瞬态与稳态特性的仿真结果如图 5-9 所示。为了与文献[122]中给出的模型对比, 在该仿真过程中, 忽略螺母和滚柱, 保持架和滚柱以及保持架和内齿圈之间的摩擦力, 即  $u_{NR}=0$ 、 $u_{PR}=0$  和  $M_{fpr}^\ell=0\text{N}\cdot\text{m}$ 。假设丝杠和滚柱之间各对螺纹牙所受的摩擦力是相同的, 且能够由下式计算:

$$\mathbf{f}_{qs}^{qc,k} = \mu'_{SR} \mathbf{v}_{SR}^{Pq} \quad (5-55)$$

式中:

$\mu'_{SR}$ ——粘滞摩擦因数且  $\mu'_{SR}=25\text{N}\cdot\text{s/m}$ [122]。

根据文献[122]中的已知参数, 作用在螺纹的外载荷取  $100\text{N}$ 。采用文献中的模型计算得到的结果也在图 5-9 给出, 其中  $\zeta_{PS}$  为保持架与丝杠转速的比值。

$$\zeta_{PS} = \dot{\theta}_p / \dot{\theta}_s \quad (5-56)$$

由图 5-9 可知, 两种模型获得的结果吻合很好。这是由于当丝杠和滚柱之间的摩擦力与作用在螺母上的外载荷无关, 并忽略 PRSM 中其它零件之间的摩擦力时, 文献[122]采用的拉格朗日方法与本章采用的牛顿第二定律是等效的。同时, 内齿圈和滚柱以及保持架和滚柱之间的接触力对仿真中保持架转速的影响很小。

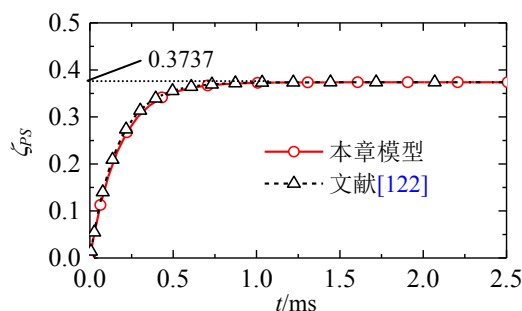


图 5-9 当 PRSM 采用文献[122]中的粘滞摩擦因数 $\mu'_{SR}=25\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ 且 $u_{NR}=u_{PR}=0$ 、 $M_{jpr}^{\ell}=0\text{N}\cdot\text{m}$ 、 $F_{Nz}=100\text{N}$ 和 $\mu'_{SR}=25\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ 时, PRSM 的瞬态与稳态特性

## 5.6 摩擦因数、螺母负载和结构参数对 PRSM 动力学特性的影响

### 5.6.1 螺纹间摩擦因数

当 $F_{Nz}=10000\text{N}$ 、 $\mu_{PR}=0.1$ 、 $v_{PG}=68\text{cst}$ 、 $\rho_{PG}=0.8\text{g}/\text{cm}^3$ 时, 螺纹之间的摩擦因数为 0.05、0.10、0.15 或 0.20 时, 丝杠阶跃输入( $\dot{\theta}_S=100\text{rad}/\text{s}$ )条件下的 PRSM 瞬态与稳态特性仿真结果如图 5-10(a)-(d)所示。

由图 5-10(a)可知, 当保持架的转速增加时, 丝杠和滚柱之间的滑动速度以及两者之间摩擦力的切向分量均会减小, 同时保持架的角加速度也会随之降低。当保持架的角加速等于零时, PRSM 便处于稳定状态。如图 5-10(b)所示, PRSM 的效率在仿真的起始阶段最低, 随着仿真时间的增加而逐步地增大, 并在系统达到稳态后保持恒定。

当螺母负载 $F_{Nz}$ 恒定时, 螺纹间摩擦因数的增加会使得丝杠、滚柱和螺母之间的摩擦力增大。稳态时, PRSM 丝杠作用在滚柱上的摩擦力矩会抵消螺母和保持架作用在滚柱上的摩擦力矩。并由于螺母和滚柱之间的摩擦力远小于丝杠和滚柱之间的摩擦力, 所以随着螺纹间摩擦因数的增加, PRSM 在稳态时的保持架和丝杠转速比将增大, 如图 5-10(a)所示。如图 5-10(b)所示, 随着螺纹间摩擦因数的增加, PRSM 的效率会减小。

根据图 5-10(c)可得, 在仿真的初始阶段, 滚柱直齿的齿面 $\Pi_{qg2}$ 和内齿圈的齿面 $\Pi_{Ng2}$ 相啮合, 在 PRSM 稳态运行时齿面 $\Pi_{qg1}$ 和 $\Pi_{Ng1}$ 相啮合。这是由于丝杠和滚柱之间的摩擦力不仅能够驱动滚柱在螺母内滚动同时也会使得滚柱沿着螺母螺纹滑动。PRSM 需通过改变滚柱直齿和内齿圈的啮合齿面来阻止滚柱的滑动。

由于保持架#1 和保持架#2 的摩擦、润滑与质量参数都是相同的, 所以滚柱# $q$ 与保持架#1 和保持架#2 之间的接触力是相同的, 即 $F_{qpx}^1=F_{qpx}^2=F_{qpx}$ ,  $F_{qpy}^1=F_{qpy}^2=F_{qpy}$ 。如图 5-10(d)所示, 滚柱和保持架之间的径向( $x_{Pq}$ 方向)接触力大于两者之间的横向( $y_{Pq}$ 方向)接触力。如图 5-10(c)和(d)所示, 随着螺纹间摩擦因数的增加, 滚柱和内齿圈以及保持架的接触力均会增大。由于滚柱和保持架接触力的径向分量主要与丝杠和滚柱之间摩擦力的径向分量( $x_{Pq}$ 方向)相关, 因此螺纹间摩擦因数的增加会使得滚柱和保持架接触力的径向分量显著增加。

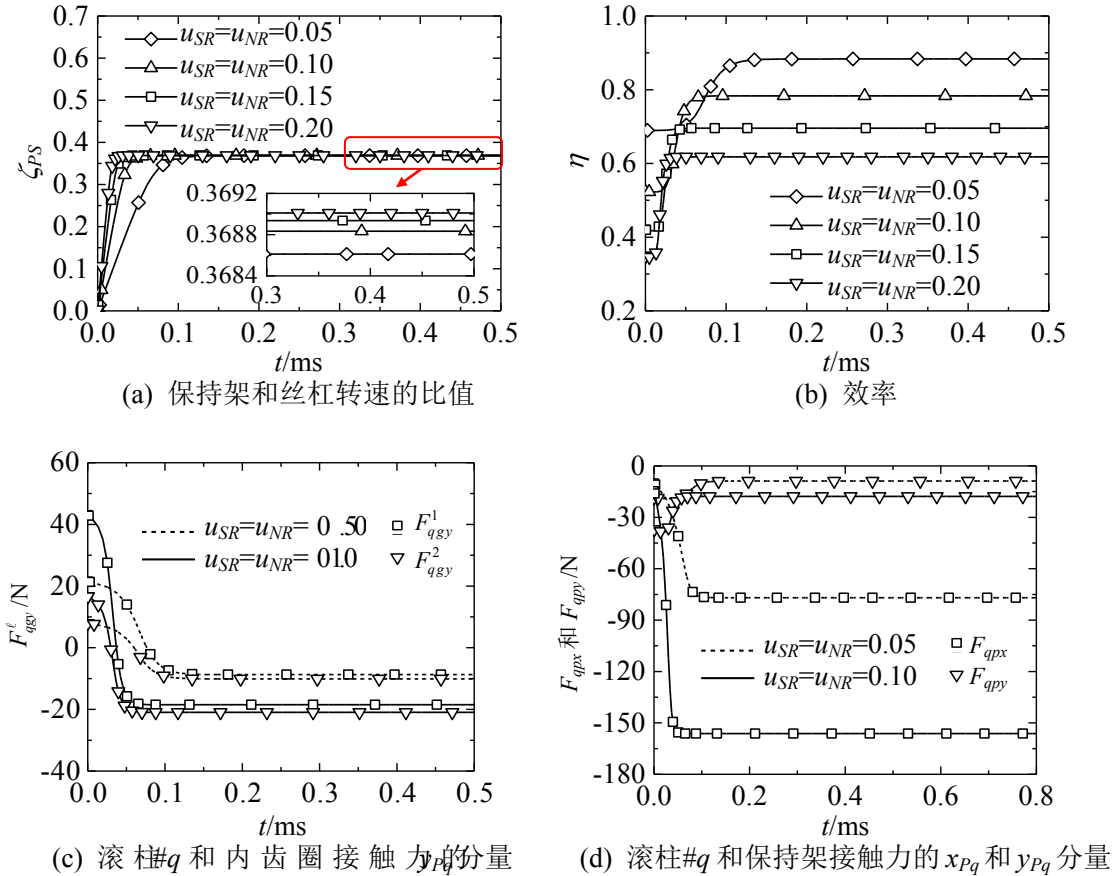


图 5-10 当  $F_{Nz}=10000N$ 、 $u_{PR}=0.1$ 、 $v_{PG}=68cst$  和  $\rho_{PG}=0.8g/cm^3$  时, PRSM 在不同螺纹间摩擦因数下的瞬态与稳态特性

### 5.6.2 保持架和滚柱间摩擦因数

当  $F_{Nz}=10000N$ 、 $\mu_{SR}=\mu_{NR}=0.05$ 、 $v_{PG}=68cst$ 、 $\rho_{PG}=0.8g/cm^3$  时, 保持架和滚柱之间的摩擦因数为 0.05、0.10、0.15 或 0.20 时, 丝杠阶跃输入( $\dot{\theta}_s=100rad/s$ )条件下的 PRSM 瞬态与稳态特性仿真结果如图 5-11(a)-(d)所示。

由于保持架和滚柱之间摩擦力的增加会导致丝杠和滚柱之间摩擦力切向分量的增加, 因此随着保持架和滚柱间摩擦因数的增加, 保持架在稳态时的转速将减小, 如图 5-11(a)所示。如图 5-11(b)所示, 随着保持架和滚柱间摩擦因数的增加, PRSM 在稳态时的效率同样会减小。

因为保持架和滚柱间的摩擦力总是阻碍滚柱自转, 然而滚柱与内齿圈接触力的方向在如图 5-11(c)所示的仿真过程中会出现变化, 所以随着保持架和滚柱间摩擦因数的增加, 滚柱与内齿圈的接触力在仿真初始阶段会略有下降, 在稳态时会略有增加。因为保持架转速的减小会使得丝杠和滚柱间摩擦力的径向 ( $x_{Pq}$  方向) 分量减小, 然而保持架和滚柱摩擦力的增加会使得保持架与滚柱间接触力的横向 ( $y_{Pq}$  方向) 分量增加, 故随着保持架和滚柱间摩擦因数的增加, 保持架和滚柱接触力的径向分量减小, 而横向分量增加, 如图 5-11(d)所示。

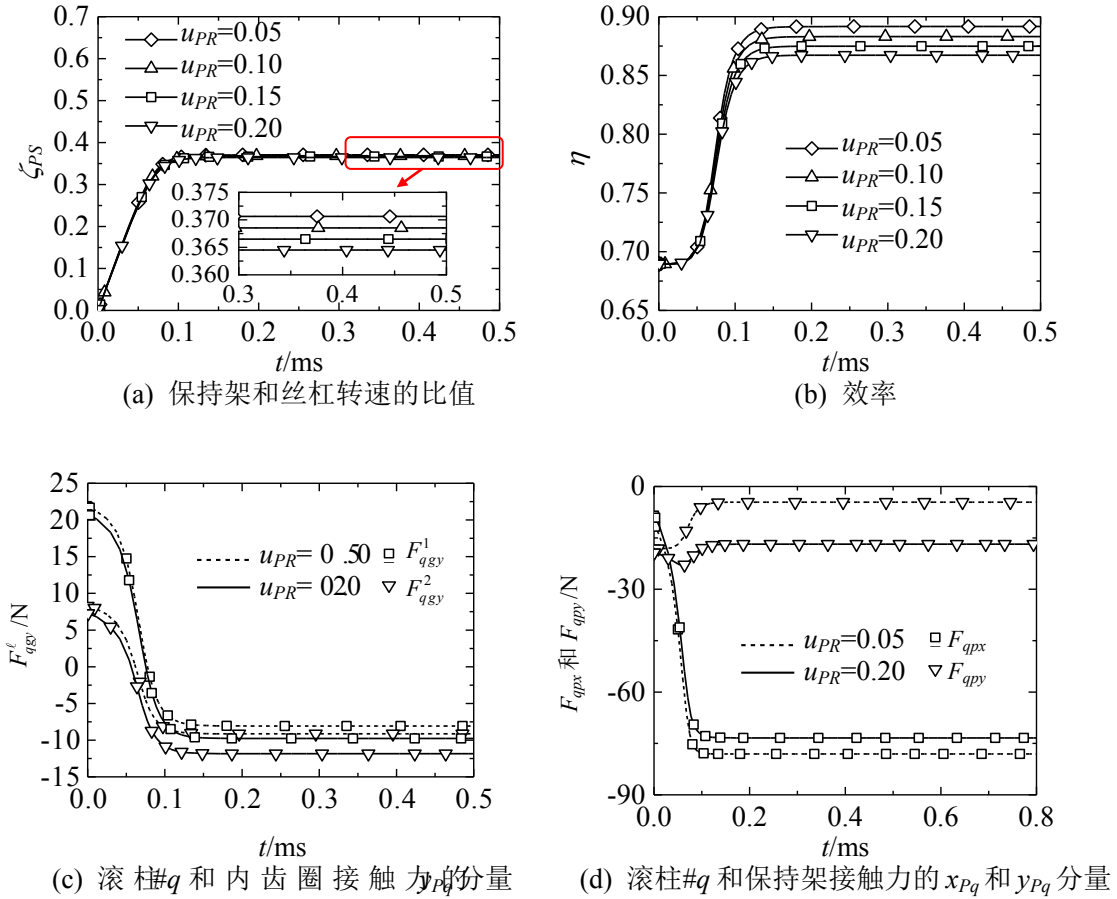


图 5-11 当  $F_{Nz}=10000\text{N}$ 、 $u_{SR}=u_{NR}=0.05$ 、 $v_{PG}=68\text{cst}$  和  $\rho_{PG}=0.8\text{g/cm}^3$  时, PRSM 在不同保持架和滚柱间摩擦因数下的瞬态与稳态特性

### 5.6.3 螺母负载

当  $\mu_P=0.10$ 、 $\mu_{SR}=\mu_{NR}=0.05$ 、 $v_{PG}=68\text{cst}$ 、 $\rho_{PG}=0.8\text{g/cm}^3$  时, 螺母负载  $F_{Nz}$  为  $50\text{N}$ 、 $500\text{N}$ 、 $5000\text{N}$  或  $10000\text{N}$  时, 丝杠阶跃输入 ( $\dot{\theta}_S=100\text{rad/s}$ ) 条件下的 PRSM 瞬态与稳态特性仿真结果如图 5-12(a)-(d) 所示。

由图 5-12(a) 和 (b) 可得, 当螺母负载增大时, PRSM 达到稳态时所用的时间会减小。由于丝杠和滚柱摩擦力的切向分量随着保持架转速的增大而减小, 所以在图 5-12(a) 和 (b) 中, 当螺母负载增加时, PRSM 的稳态保持架转速和效率会增加并很快达到稳定值。如图 5-12(c) 所示, 当  $F_{Nz}=50\text{N}$  时, 在仿真过程中滚柱直齿的齿面  $\Pi_{qg2}$  和内齿圈的齿面  $\Pi_{Ng2}$  始终处于啮合状态。这是由于此时丝杠和滚柱摩擦力的横向 ( $y_{Pq}$  方向) 分量要小于滚柱和保持架作用力在横向 ( $y_{Pq}$  方向) 的分量。因此, 螺母负载会对 PRSM 中滚柱直齿和内齿圈的啮合状态产生影响。由图 5-12(c) 和 (d) 可得, 增加螺母负载, 滚柱和内齿圈以及保持架的接触力均会增加。

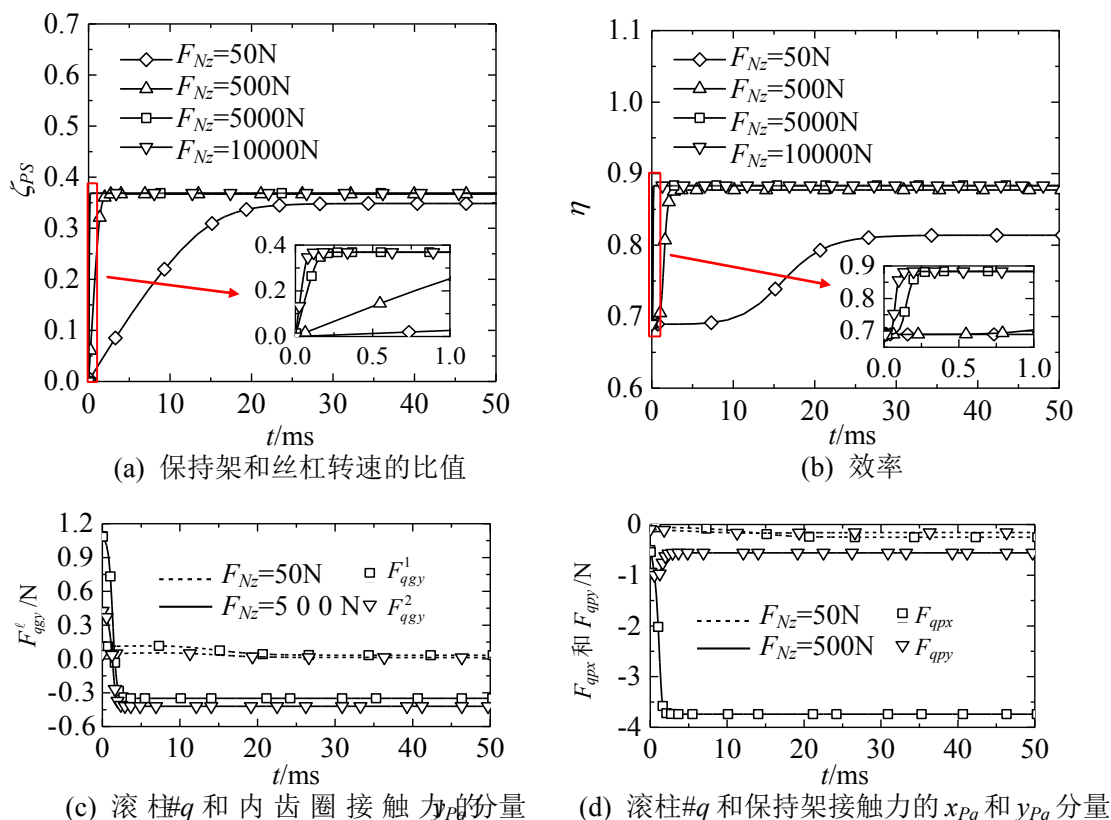
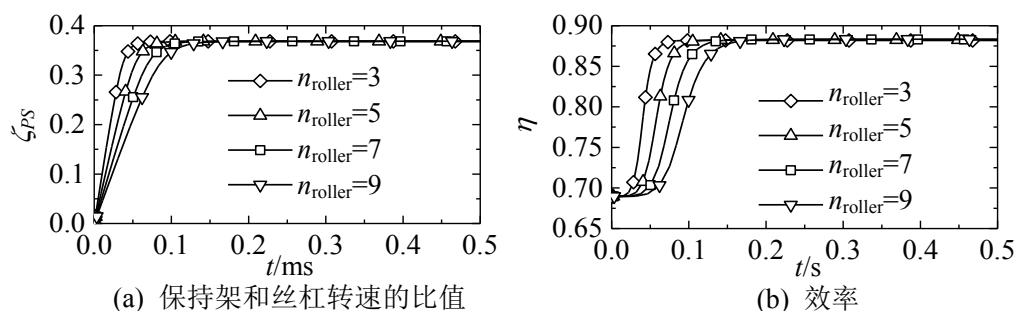


图 5-12 当  $\mu_P=0.10$ 、 $\mu_{SR}=\mu_{NR}=0.05$ 、 $v_{PG}=68\text{cst}$ 、 $\rho_{PG}=0.8\text{g/cm}^3$  时, PRSM 在不同螺母负载下的瞬态与稳态特性

#### 5.6.4 滚柱个数

当螺母外载荷  $F_{Nz}=10000\text{N}$ , 改变滚柱个数  $n_{\text{roller}}$ , 保持架与丝杠的角速度比值、效率、滚柱# $q$  和内齿圈的接触力以及滚柱# $q$  和保持架的接触力的变化如图 5-13 所示。在分析过程中, 滚柱# $q$  的相位角始终满足式(5-4)。

由于本文模型只考虑了丝杠、滚柱和螺母螺纹之间的库伦摩擦力, 并且假设每一个滚柱的受力和运动状态均是相同的, 故如图 5-13(a)和(b)所示, 滚柱个数对稳态时的保持架转速以及 PRSM 效率影响很小。由图 5-13(a)和(b)可得, 随着滚柱个数的增加, 从仿真开始到 PRSM 达到稳态时所用的时间会逐渐的增加。这是由于 PRSM 整体的等效转动惯量会随着滚柱个数的增加而增加。如图 5-13(c)和(d)所示, 若外载荷不发生变化, 增加滚柱个数能够有效减小单个滚柱和内齿圈或保持架之间的作用力。





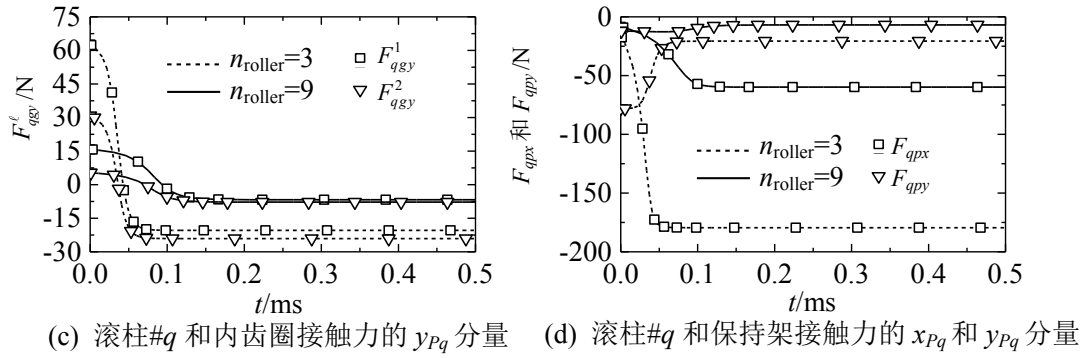


图 5-13 滚柱个数变化时, PRSM 的瞬态与稳态特性

### 5.6.5 螺距和牙侧角

当螺距  $P$  分别为 0.4mm、1.0mm、1.6mm 和 2.2mm 以及  $F_{Nz}=10000\text{N}$  时, PRSM 在阶跃输入( $\dot{\theta}_s=100\text{rad/s}$ )下保持架和丝杠转速的比值  $\zeta_{PS}$  与效率  $\eta$  变化如图 5-14 所示。由第 2 章中关于结构参数对接触位置影响的分析结果可知, 当螺距增加时, 丝杠和滚柱之间的接触点将逐渐远离两零件螺纹节圆的切点位置。参照式(5-18)可知, 当角速度比值  $\zeta_{PS}$  不变时, 丝杠和滚柱之间的啮合偏角越大, 两零件之间的滑动速度  $\mathbf{v}_{SR}^P$  沿横向 ( $y_{Pq}$  方向) 的分量将越小。由于滑动速度  $\mathbf{v}_{SR}^P$  决定了丝杠和滚柱之间摩擦力的方向, 所以当螺距增加时, 丝杠和滚柱之间摩擦力的横向分量会减小。因此, 图 5-14(a)中随着螺距的增加, PRSM 达到稳态时花费的时间也随之增加。同时, 为了保证各个运动零件在稳态时的受力平衡, PRSM 在稳态下保持架和丝杠转速的比值  $\zeta_{PS}$  将随着螺距的增加而减小。如图 5-14(b)所示, 当螺距增加时, PRSM 在仿真初始阶段以及稳态下的效率  $\eta$  均会增加。

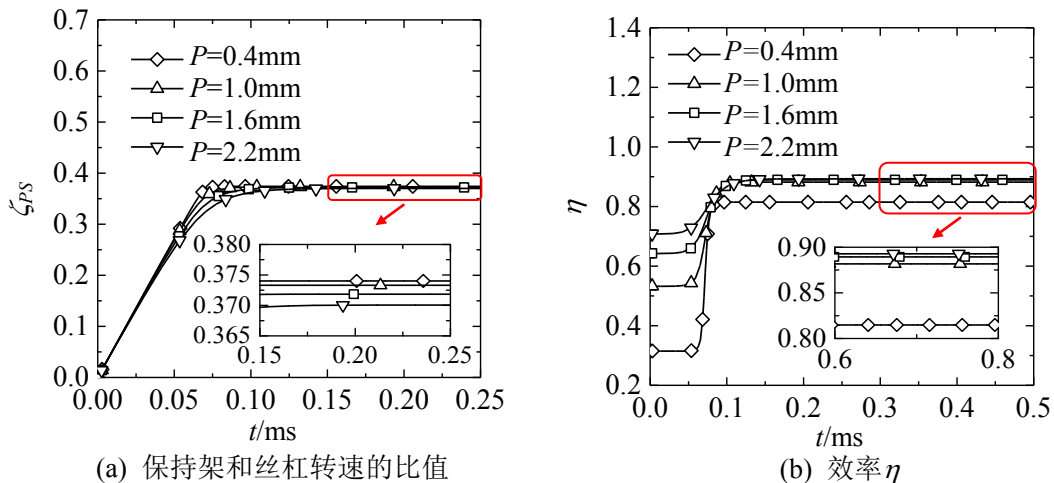


图 5-14 螺距对丝杠和保持架转速比值以及效率的影响

由式(5-8)可知, 丝杠和滚柱之间的接触力在坐标系  $o_{qc}-x_{qc}y_{qc}z_{qc}$  中的  $x_{qc}$  以及  $y_{qc}$  分量均会随着螺距的增加而增加。因此, 当螺距增大时, 滚柱# $q$  和内齿圈接触力的  $y_{Pq}$  分量将增加, 同时滚柱# $q$  和保持架接触力的  $x_{Pq}$  分量将增加, 如图 5-15(a)和(b)所示。

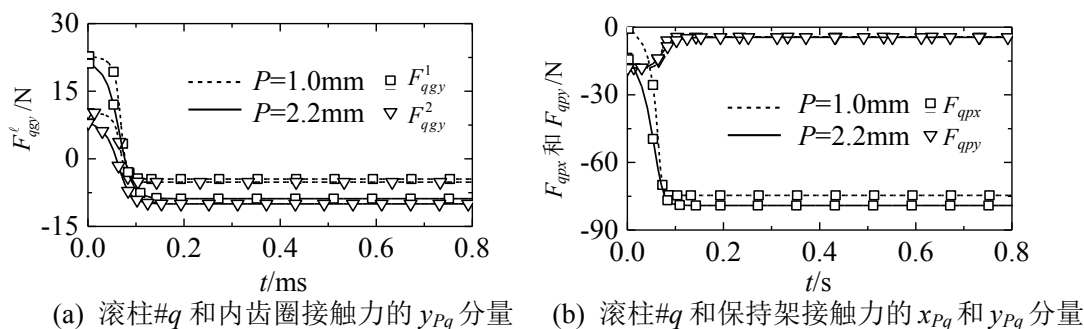


图 5-15 螺距对滚柱与内齿圈以及保持架之间接触力的影响

由式(5-8)可知,当轴向载荷不变时,牙侧角的增加能够引起丝杠和滚柱之间接触力的幅值与  $x_{Pq}$  分量显著增加,而对丝杠和滚柱之间接触力的  $y_{Pq}$  分量影响很小。因此图 5-16(a)和(b)中,滚柱和内齿圈以及滚柱和保持架之间的接触力均随着牙侧角的增加而增加,同时牙侧角对滚柱# $q$  和保持架接触力  $x_{Pq}$  分量的影响远大于其对滚柱# $q$  和保持架接触力  $y_{Pq}$  分量的影响。虽然当丝杠和滚柱牙侧角相同时,两零件之间的接触点随着牙侧角的增加而向丝杠和滚柱螺纹节圆的切点处移动,同时丝杠和滚柱之间的摩擦力会随着牙侧角的增加而增加,但是由图 5-16(b)可知,牙侧角的增加会引起滚柱和保持架之间的摩擦力的增加。因此,当牙侧角增加时,PRSM 将更快地达到稳定状态,并且稳态时保持架与丝杠转速的比值呈现先增大后减小的变化趋势,如图 5-17(a)所示。PRSM 在仿真初始时刻以及稳态时的效率均随着牙侧角的增加而减小,如图 5-17(b)所示。

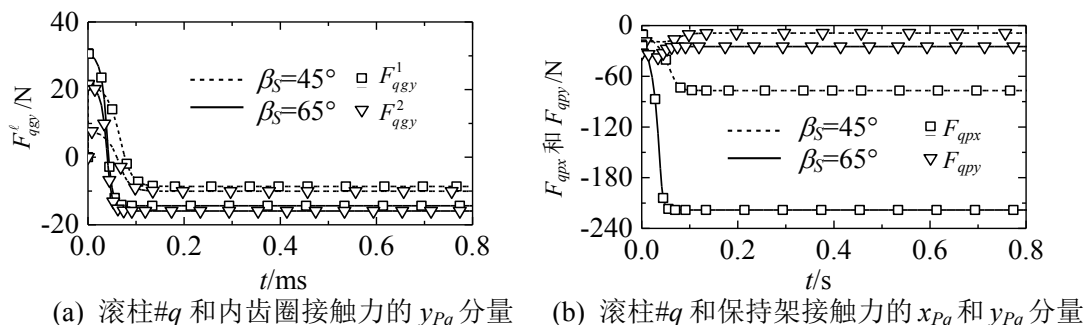


图 5-16 牙侧角对滚柱和内齿圈以及滚柱和保持架之间接触力的影响

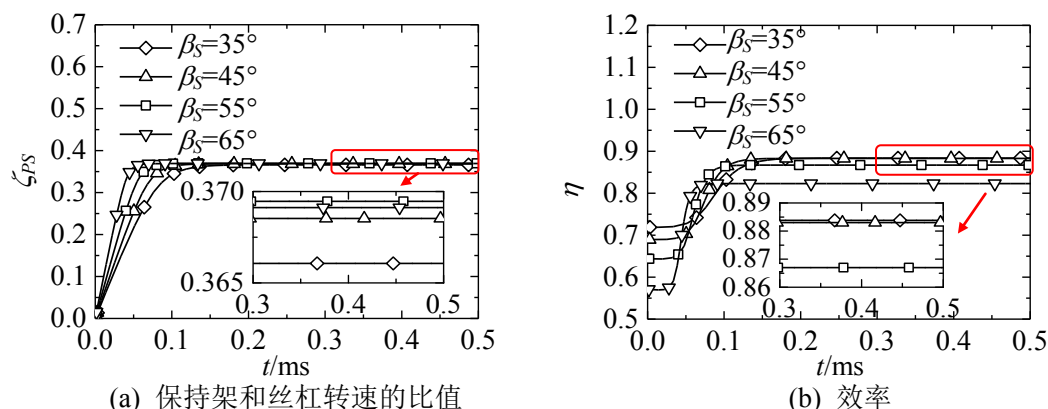


图 5-17 牙侧角对保持架和丝杠转速的比值以及效率的影响



使用本章所建立的动力学模型, 对不同螺距( $P \in [0.4\text{mm}, 2.4\text{mm}]$ )和牙侧角( $\beta_s \in [35^\circ, 70^\circ]$ )组合下的保持架和丝杠转速比值以及 PRSM 效率在稳态时的结果进行了计算, 如图 5-18 和图 5-19 所示。虽然增加螺距或增加牙侧角均能够使得丝杠和滚柱的接触点位置更接近两者螺纹节圆的切点, 但是螺距的改变对保持架和滚柱间接触力的影响较小而牙侧角的增加会显著提高保持架与滚柱之间的接触力与摩擦力。因此当螺距增加时, 保持架和丝杠转速比值将减小; 当牙侧角增加时, 保持架和丝杠转速的比值呈现先增加后减小的变化, 如图 5-18 所示。由图 5-19 可知, 增加螺距与减小牙侧角均能够使得效率增加, 但是当牙侧角小于  $45^\circ$  后, PRSM 效率的增加将变得十分缓慢。该仿真结果与 Velinsky 等<sup>[117]</sup>给出的结果一致。需注意: 当本文所定义的牙侧角增大时, 对应文献[117]中的接触角将减小。

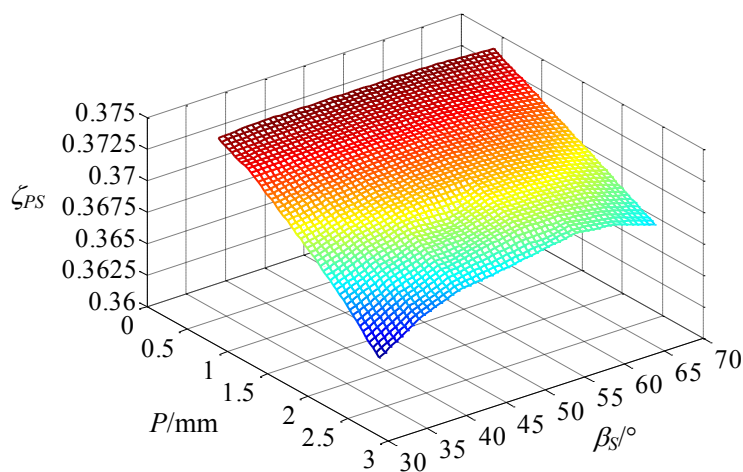


图 5-18 牙侧角和螺距对保持架和丝杠转速比值的影响

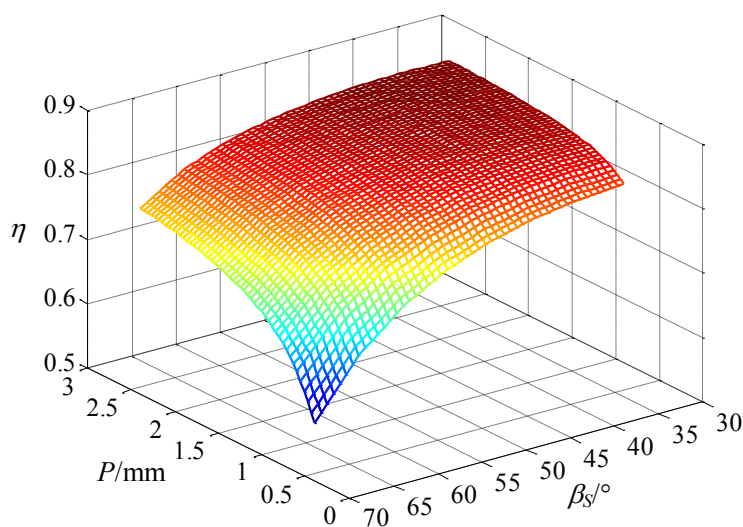


图 5-19 牙侧角和螺距对 PRSM 效率的影响

## 5.7 本章小结

针对现有 PRSM 动力学模型<sup>[122]</sup>无法直接计算各运动零件相互作用力以及忽略螺母负载对丝杠和滚柱摩擦力影响的不足,本章基于牛顿第二定律,建立了一种包含丝杠、滚柱、螺母和保持架六自由度的 PRSM 刚体动力学模型。通过将简化后的本文 PRSM 动力学模型与现有模型<sup>[122]</sup>的计算结果进行对比,验证了本文方法的正确性。研究了摩擦因数、螺母负载和结构参数对 PRSM 动力学特性的影响规律。主要结论如下:

(1) 随着丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间摩擦因数的增加,PRSM 在稳态时的效率会减小,保持架和丝杠转速的比值、内齿圈和滚柱的接触力以及保持架和滚柱的接触力均会增加。当保持架和滚柱之间的摩擦因数增加时,PRSM 在稳态时的保持架转速和效率均会减小,保持架和内齿圈的接触力会略有增加,保持架和滚柱接触力的径向分量将减小,而保持架和滚柱接触力的横向分量将增加。

(2) 当 PRSM 承受较大载荷时,保持架和滚柱之间接触力的径向分量会远大于其横向分量。螺母负载会对 PRSM 中内齿圈和滚柱直齿的啮合状态产生影响。PRSM 在轻载工况下的稳态保持架转速和效率均低于重载工况下的稳态保持架转速和效率。

(3) 滚柱个数对 PRSM 在稳态时的保持架转速和效率影响很小。若螺母负载不发生变化,增加滚柱个数能够减小单个滚柱和内齿圈或保持架之间的接触力。

(4) 增加螺距或减小牙侧角均能够使得 PRSM 的效率增加,但是当牙侧角小于  $45^\circ$  后,PRSM 效率的增加将变得十分缓慢。随着螺距或牙侧角的增加,内齿圈和滚柱以及保持架和滚柱的接触力均会增加。随着螺距的增加,PRSM 在稳态时的保持架转速减小;随着牙侧角的增加,PRSM 在稳态时的保持架转速转呈现先增加后减小的变化趋势。

## 6 行星滚柱丝杠副综合性能试验台和模型验证

### 6.1 概述

目前,关于 PRSM 啮合和运动特性的研究更多集中于理论建模,相应的实验研究较少。根据第四章中的运动学分析可知,零件的偏心与位置误差会导致 PRSM 传动误差的周期性波动,而现有 PRSM 传动误差实验<sup>[116, 124-127]</sup>中缺乏对丝杠偏心和螺母安装误差的测量与分析。由 PRSM 动力学分析<sup>[122, 139]</sup>可知,保持架转速与丝杠和滚柱之间的摩擦力相关,并且对丝杠和滚柱之间的相对滑动速度有着显著影响。同时,为了通过实验测试结果确定本文动力学模型中的摩擦因数  $u_S$ 、 $u_N$  和  $u_P$ ,需要对 PRSM 的效率和保持架转角均进行测量,但未有公开文献报道有关 PRSM 保持架转角测量的实验方法。

为验证本文所建立运动学和动力学模型的正确性,本章自主设计并搭建了可用于测试 PRSM 承载、效率、传动误差、寿命和保持架转角等性能的 PRSM 综合性能试验台。同时,采用各章算例中的结构参数,设计和加工 PRSM 样件。在完成对 PRSM 样件加工精度以及试验台装配误差测量后,测试 PRSM 样件的空载传动误差、效率和保持架转速,并对比分析实验测试结果与模型计算结果。

### 6.2 PRSM 综合性能试验台的设计与搭建

#### 6.2.1 试验台的方案与系统组成

本文自主设计的 PRSM 综合性能试验台总体方案如图 6-1 所示,该试验台主要由液压油源、控制柜、配电柜、试验台体、伺服电机、PRSM 样件、传感器和加载液压缸等构成。测试过程中,伺服电机驱动 PRSM 样件的丝杠旋转,进而使得螺母作直线输出。加载液压缸用于对螺母施加负载。

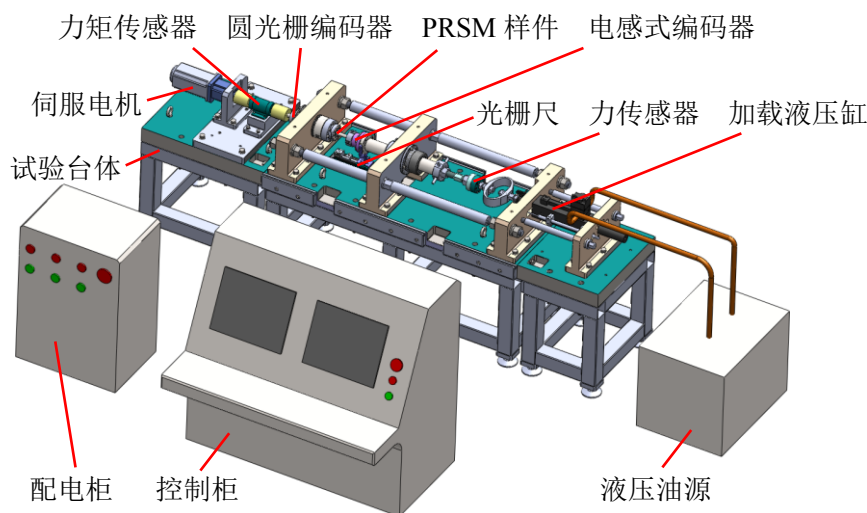


图 6-1 PRSM 综合性能试验台总体方案设计图

如图 6-1 所示, 试验台上安装有力矩传感器、圆光栅编码器、光栅尺、电感式编码器和力传感器分别完成对 PRSM 样件驱动力矩、丝杠转角、螺母位移、保持架转角和螺母负载的测量。图 6-2 为试验台机械结构的装配图纸。

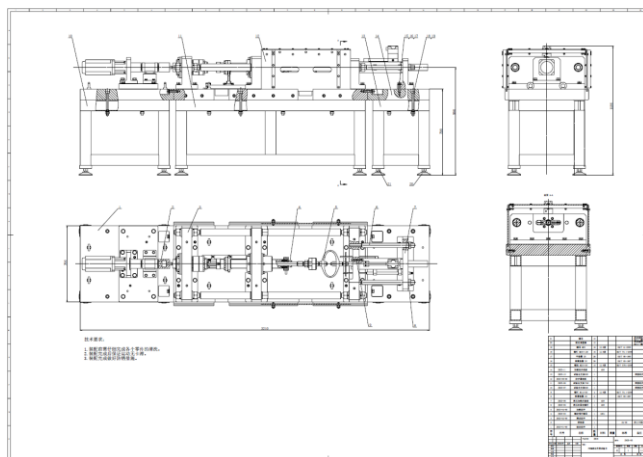


图 6-2 PRSM 综合性能试验台机械结构装配图纸

根据各零部件的主要作用, 能够将 PRSM 综合性能试验台分为如图 6-3 所示的三大系统: 台体系统、数据采集和控制系统以及驱动系统。台体系统为试验台机械主体部分, 起支撑和安装伺服电机、加载液压缸、传感器和 PRSM 试样的作用; 数据采集与控制系统监测 PRSM 试样的运动与受力状态, 并根据测试数据和控制指令对加载系统进行速度、位移和力控制; 驱动系统为 PRSM 试样提供驱动力矩并模拟其负载。

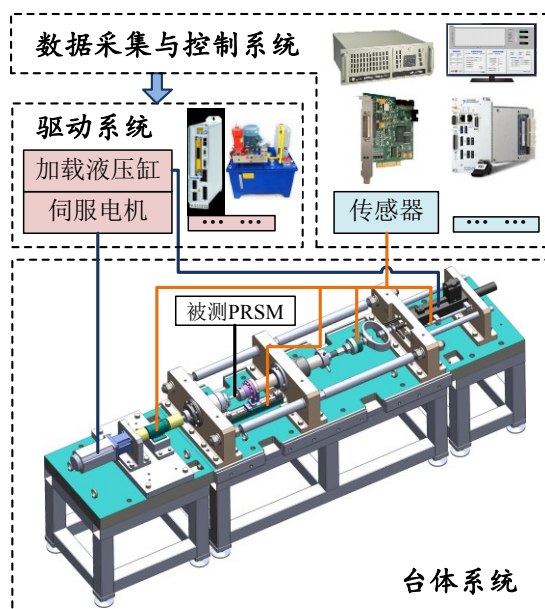


图 6-3 PRSM 综合性能试验台的系统组成

## 6.2.2 台体系统与测试原理

台体系统的实物照片如图 6-4 所示。为了保证装配精度和试验台在测试部分的刚度,

旋转组件支座、直线轴承支座和液压缸支座均安装在一块厚度为 100mm 的精加工钢板上，并且上述零件与两根内力杆共同构成内力结构。

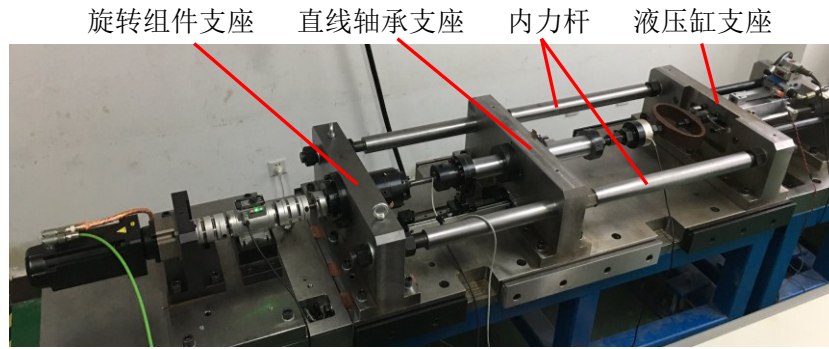


图 6-4 台体系统实物照片

图 6-5 给出了台体系统的剖视图。如图 6-5 所示，电机通过减速器、联轴器和扭矩传感器与丝杠驱动轴相连。圆光栅编码器的转子与丝杠驱动轴连接以便直接对丝杠转角进行测试。光栅尺的定尺和读数头分别与高精度直线导轨的导轨与滑块相固连，螺母通过连杆与直线导轨的滑块连接。加载杆穿过直线滑动轴承并通过转接零件与拉压力传感器相连，进而与液压缸的输出杆连接。

实验过程中，采用光栅尺和圆光栅编码器完成对 PRSM 样件传动误差的测试。设圆光栅编码器的测量值为  $\theta'_S$ ，光栅尺的测量值为  $z'_N$ ，则 PRSM 样件传动误差的测试结果  $\Delta'_N$  为：

$$\Delta'_N = z'_N - \left( \frac{\pm L_S}{2\pi} \theta'_S \right) \quad (6-1)$$

式中：

“ $\pm$ ”——“+”表示丝杠、螺母和滚柱的螺纹均为左旋；“-”表示丝杠、螺母和滚柱的螺纹均为右旋。

规定当螺母的受力方向与其运行方向相反时，PRSM 处于正传动状态；当螺母的受力方向与其运行方向相同时，PRSM 处于逆传动状态。

PRSM 效率采用扭矩传感器和力传感器的测试数据计算获得。设扭矩传感器的测量值为  $M'_{Sz}$ ，力传感器的测量值为  $F'_{Nz}$ 。PRSM 样件正传动状态时的效率测试值为<sup>[140]</sup>：

$$\eta' = \frac{F'_{Nz} L_S}{2\pi M'_{Sz}} \quad (6-2)$$

PRSM 样件逆传动状态时的效率测试值为<sup>[140]</sup>：

$$\eta' = \frac{2\pi M'_{Sz}}{F'_{Nz} L_S} \quad (6-3)$$



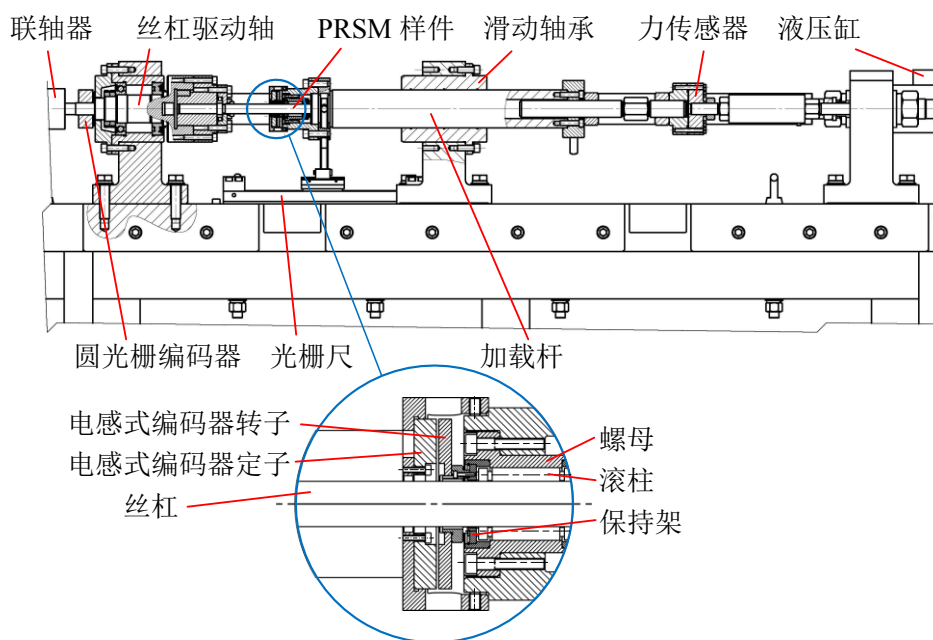


图 6-5 台体系统结构剖视图

Jones 等<sup>[119]</sup>和本文的动力学仿真结果均表明, PRSM 达到稳态时, 保持架转速会小于由运动学分析得到的结果。同时, 本文第五章的分析结果表明, PRSM 的运行工况会影响保持架的转速。由于滚柱直齿与内齿圈之间的约束, 故通过保持架转速能够近似计算得到滚柱的实际自转速度, 进而获得丝杠和滚柱之间的实际相对滑动。因此, 测试保持架转速即能够作为验证本文动力学模型的一种方法又能够对 PRSM 实际滑动状态进行分析。

本文采用如图 6-5 所示的高精度电感式编码器完成对保持架转速的测试。电感式编码器定子固定在一个随螺母直线移动的零件上, 电感式编码器转子通过转接零件与保持架连接。丝杠穿过电感式编码器定子与转子中间的通孔与丝杠相啮合。当丝杠旋转时, 电感式编码器定子随螺母直线运动, 电感式编码器转子随保持架转动。保持架的转角测试结果通过安装在电感式编码器定子上的专用连接线传输给调理电路与数据采集卡。

### 6.2.3 数据采集与控制系统

教研室电控团队负责了数据采集与控制系统以及驱动系统的电路设计、元件选用、程序编制及调试等工作。

如图 6-6 所示, 数据采集与控制系统主要由工控机、NI 机箱 (NI PXI-1042Q)、PXI-8840 控制器、多功能数据采集卡、传感器和测控软件组成。为了保证数据采样与控制的实时性, 测控软件即能够运行在以工控机为载体的 Windows 操作系统中又能够运行在以 PXI-8840 控制器为载体的实时(RealTime)操作系统中。PXI-8840 控制器和多功能数据采集卡均安装在 NI 机箱中。实验过程中, 通过工控机完成参数设定、控制模式选择、数据显示和保存等功能; 由 PXI-8840 控制器完成对数据采集卡与驱动系统的控制。

传感器数据通过调理电路或放大器输入数据采集卡中，控制器通过数据采集卡提取测试数据，然后传输到工控机在显示器显示并存储在硬盘中。根据测控软件中设定的控制模式与实时获得的测试数据，该试验台的控制器能够通过多功能数据采集卡与调理电路完成对驱动系统中电机驱动器与液压伺服阀的控制。

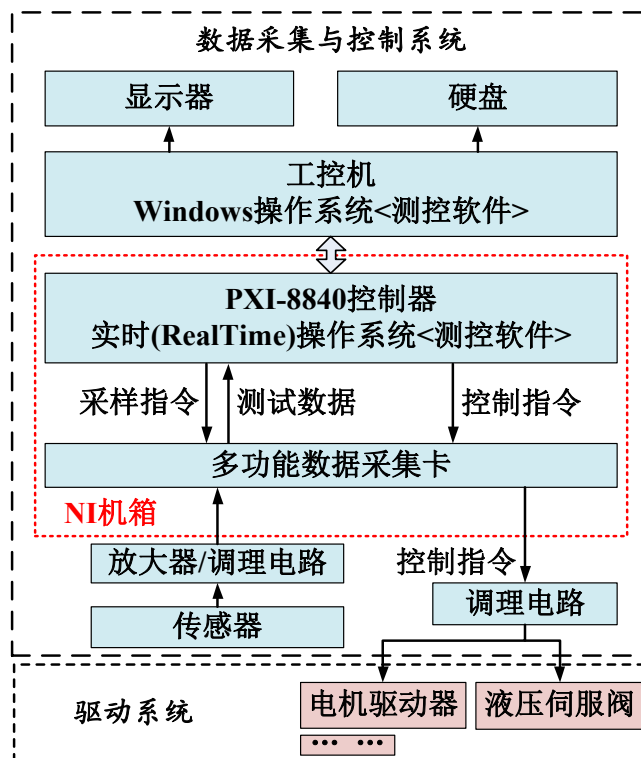


图 6-6 数据采集与控制系统工作原理图

基于 LabVIEW 软件开发了 PRSM 性能测试试验台的测控软件，软件界面如图 6-7 所示。通过该软件能够完成系统保护设置、控制指令与 PID 参数输入以及数据显示与保存等功能。

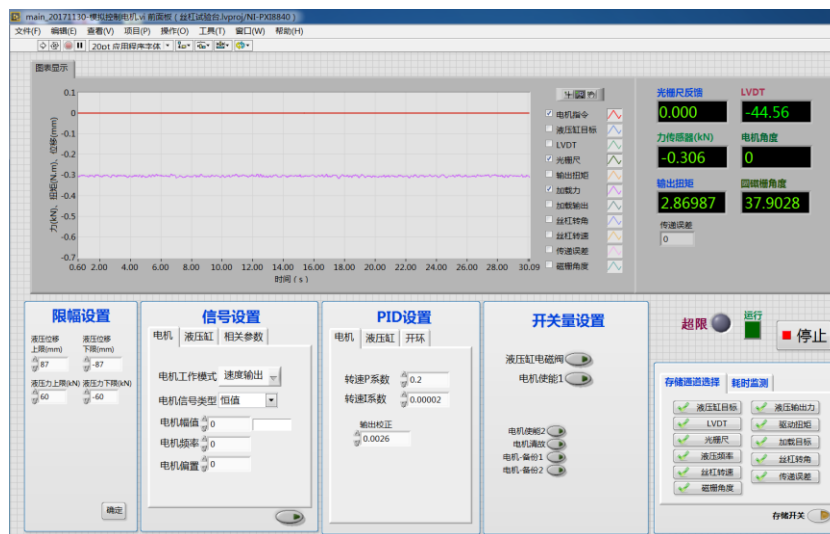


图 6-7 测控软件界面

### 6.2.4 驱动系统与试验台整体展示

驱动系统主要由伺服电机(AKM65P-ANC2C00)、电机驱动器(AKD-S72402)、减速器(AB115-004-S1-P1)、液压油源、液压缸、伺服阀(MOOG G761-3004)和相关配电设备组成,完成对 PRSM 样件的驱动与加载。驱动系统各部分的连接关系如图 6-8 所示,数据采集与控制系统下达的控制指令通过电机驱动器与伺服阀转化为伺服电机与液压缸相应的运动或力/力矩变化;配电柜为驱动器和液压油源提供电力。搭建完成后的 PRSM 综合性能试验台实物照片如图 6-9 所示。

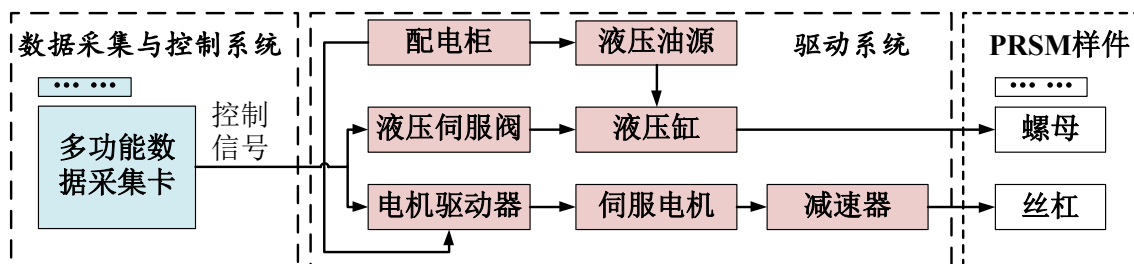


图 6-8 驱动系统各部分连接关系示意图

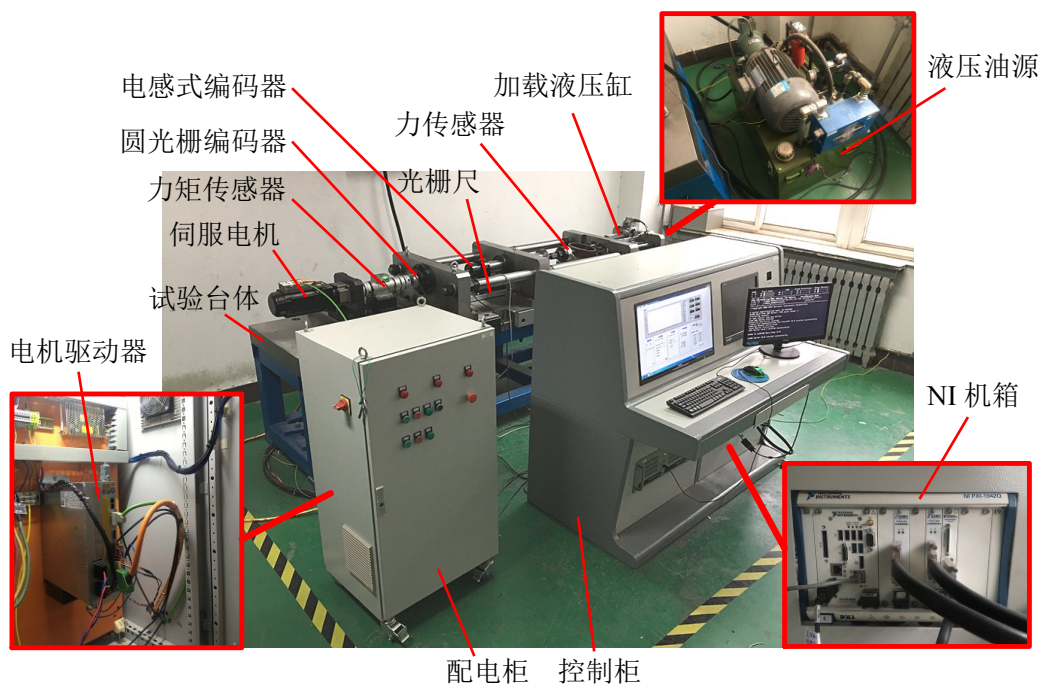


图 6-9 PRSM 综合性能试验台整体展示

### 6.3 PRSM 样件的设计和加工误差检测

基于第 2~5 章中算例的 PRSM 基本参数,并利用本文提出的理论模型完成 PRSM 样件设计。图 6-10 给出了 PRSM 样件的装配图纸,其中,丝杠、滚柱和螺母螺纹均为右旋,丝杠、滚柱和螺母的名义半径分别为: $r_s=9.75\text{mm}$ 、 $r_N=16.25\text{mm}$ 和 $r_q=3.25\text{mm}$ ,牙侧角 $\beta_i=45^\circ$ ,丝杠、滚柱和螺母的半牙厚分别为: $c_s=0.4\text{mm}$ 、 $c_q=0.45\text{mm}$ 和 $c_N=0.5\text{mm}$ ,



螺距  $P=2\text{mm}$ ，导程  $L_S=10\text{mm}$ ，滚柱个数  $n_{\text{roller}}=7$ ，内齿圈和滚柱直齿的分度圆半径为： $r_{Ng}=r_N$  和  $r_{qg}=r_q$ ，齿轮副压力角  $\alpha=20^\circ$ 。加工完成后的零件与装配体照片如图 6-11 所示。

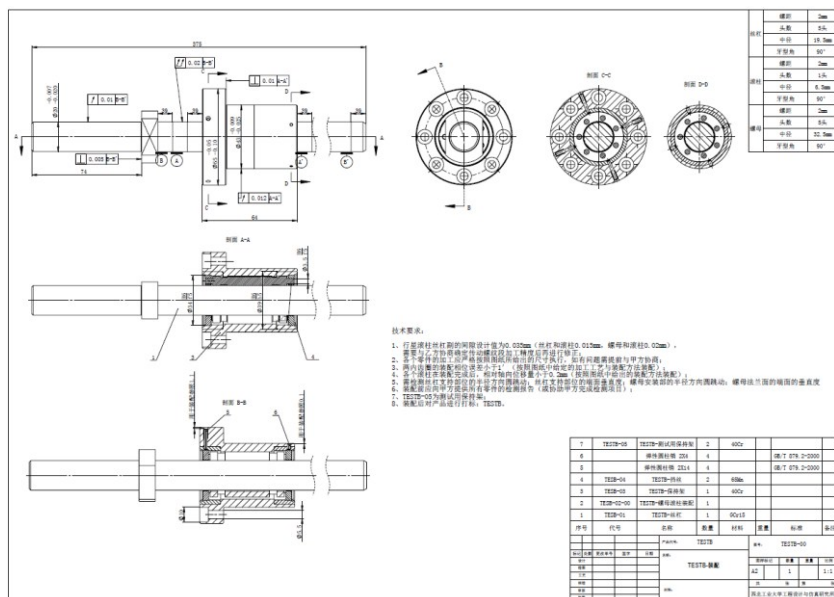


图 6-10 PRSM 样件的装配图纸



图 6-11 PRSM 样件的零件与装配体照片

在进行 PRSM 样件的传动性能测试前,首先完成对其中各零件的加工误差检测。累计螺距误差是丝杠检测的一个关键指标,会对 PRSM 的传动精度产生直接影响<sup>[124]</sup>。如图 6-12 所示,采用基于西德 OPTON 万能工具显微镜改装的外螺纹测试系统完成对丝杠累计螺距误差的测量。测试结果如图 6-13 所示,结果表明在丝杠的有效工作长度内累计螺距误差小于  $6\mu\text{m}$ 。

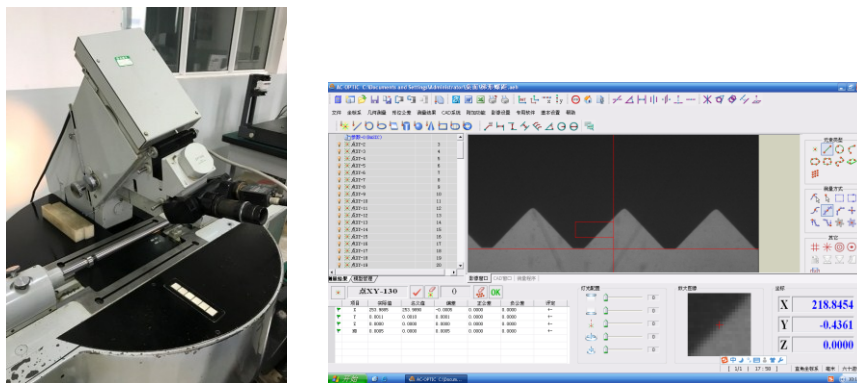


图 6-12 丝杠累计螺距误差测试照片与相关测试软件界面

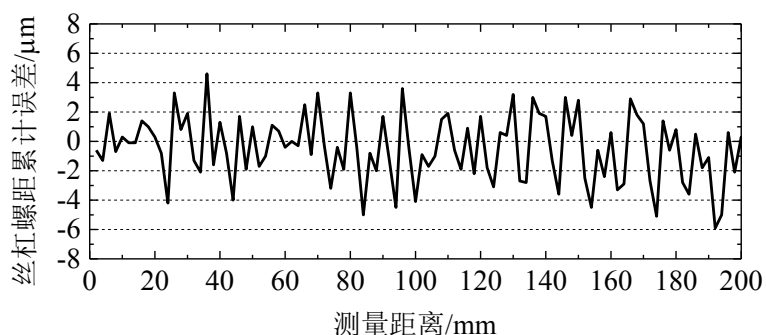


图 6-13 丝杠累计螺距误差测试结果

采用如图 6-14 所示的 Mitutoyo 接触式轮廓仪对丝杠、滚柱和螺母的实际螺纹轮廓进行测量(该仪器在轮廓测试状态下的精度为:  $\pm 0.2\mu\text{m}$ )。测试时, 首先将零件夹持在工作台上, 通过调整工作台使得轮廓仪探针与被测零件的螺纹相接触; 其次设定好测试速度, 工作台会按照设定好的速度向图 6-14 中左方移动, 探针将随之在被测零件的螺纹表面滑动; 测试系统记录探针在零件移动时的位置变化。测试完成后导出测试数据。丝杠、滚柱和螺母的部分测试数据如表 6-1 所示, 其中  $z$  方向为被测螺纹的轴线方向,  $xoz$  平面位于被测螺纹的轴截面内。

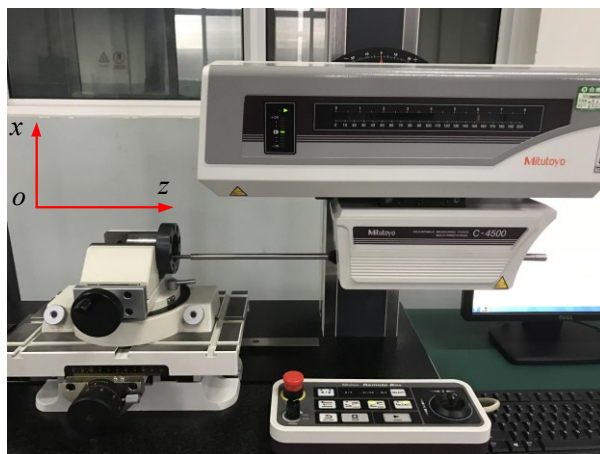


图 6-14 Mitutoyo 轮廓仪

表 6-1 丝杠、滚柱和螺母螺纹轮廓测试数据(单位: mm)\*

丝杠			滚柱			螺母		
序号	z 方向	x 方向	序号	z 方向	x 方向	序号	z 方向	x 方向
1	153.9836	-5.8630	1	127.4527	-4.8508	1	140.6902	-5.5153
2	153.9845	-5.8624	2	127.4537	-4.8509	2	140.6910	-5.5147
3	153.9854	-5.8618	3	127.4548	-4.8510	3	140.6919	-5.5141
4	153.9863	-5.8613	4	127.4558	-4.8511	4	140.6927	-5.5134
5	153.9873	-5.8608	5	127.4568	-4.8511	5	140.6935	-5.5127
6	153.9882	-5.8604	6	127.4579	-4.8512	6	140.6942	-5.5119
7	153.9892	-5.8598	7	127.4589	-4.8513	7	140.6950	-5.5112
8	153.9901	-5.8593	8	127.4599	-4.8514	8	140.6957	-5.5104
9	153.9910	-5.8587	9	127.4610	-4.8514	9	140.6964	-5.5096
...	...	...	...	...	...	...	...	...
27582	175.9701	-5.8859	21498	143.4474	-4.8557	27528	162.6838	-5.5284
27583	175.9710	-5.8853	21499	143.4484	-4.8556	27529	162.6846	-5.5277

注\*: 坐标原点为 Mitutoyo 轮廓仪内部设定。

根据表 6-1 中的数据绘制如图 6-15-图 6-17 所示的丝杠、滚柱和螺母螺纹牙型轮廓, 并进行分析获得各个零件的实际螺距、半牙厚和牙侧角等参数。如图 6-15 所示,  $P_{S1} \sim P_{S5}$ 、 $c_{S1} \sim c_{S5}$  和  $\beta_{S1} \sim \beta_{S6}$  分别表示丝杠螺距、半牙厚和牙侧角的多个测试结果。结果表明, 丝杠螺距的最大测试结果为 2.0012mm, 最小为 1.9989mm; 丝杠牙厚( $2 \times c_s$ )的最大测试结果为 0.7995mm, 最小为 0.7931mm; 丝杠牙侧角的最大测试结果为  $45^\circ 19' 32''$ , 最小为  $43^\circ 12' 0''$ 。在该测试范围内, 丝杠的最大螺距误差为  $1.2\mu\text{m}$ , 最大半牙厚误差为  $3.45\mu\text{m}$ , 最大牙侧角误差为  $1^\circ 48' 0''$ 。

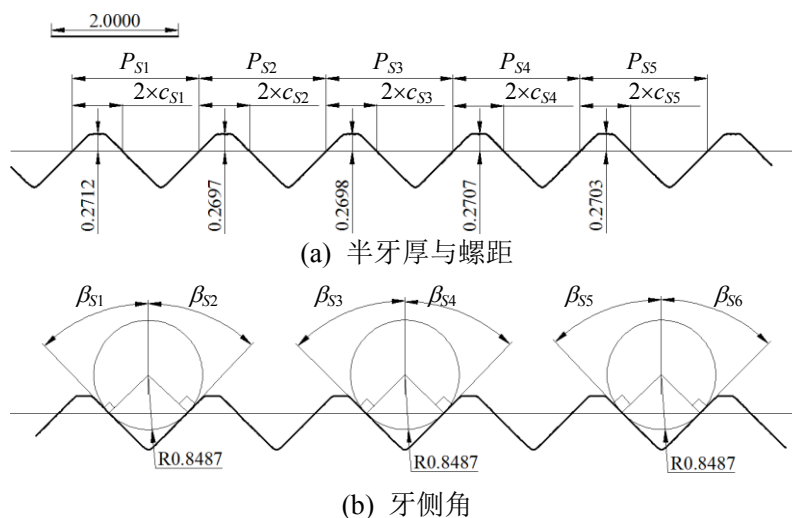


图 6-15 PRSM 样件中丝杠半牙厚、螺距和牙侧角的测量(单位: mm)

如图 6-16 所示,  $P_{R1} \sim P_{R5}$ 、 $c_{R1} \sim c_{R5}$ 、 $\beta_{R1} \sim \beta_{R6}$  和  $r_{TR1} \sim r_{TR5}$  分别表示滚柱螺距、半牙厚、牙侧角和圆弧半径的多个测试结果。结果表明, 滚柱螺距的最大测试结果为 2.0010mm, 最小为 1.9985mm; 滚柱牙厚( $2 \times c_R$ )的最大测试结果为 0.9025mm, 最小为 0.8962mm; 滚柱牙侧角的最大测试结果为  $45^\circ 56' 8''$ , 最小为  $43^\circ 14' 3''$ ; 最大滚柱圆弧半径为 5.3699mm, 最小滚柱圆弧半径为 4.9319mm。在该测试范围内, 滚柱的最大螺距误差为  $1.5\mu\text{m}$ , 最大半牙厚误差为  $1.9\mu\text{m}$ , 最大牙侧角误差为  $1^\circ 45' 57''$ 。滚柱圆弧半径的平均值为 5.1771mm, 本章采用滚柱圆弧半径的平均值进行 PRSM 传动性能计算。

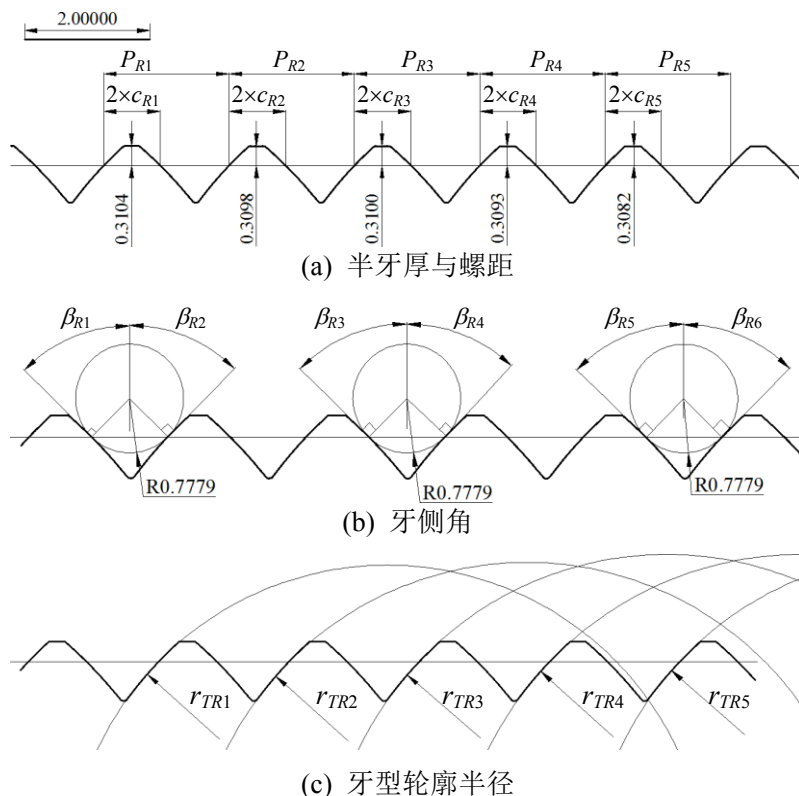


图 6-16 PRSM 样件中滚柱半牙厚、螺距、牙侧角和牙型轮廓半径的测量(单位: mm)

如图 6-17 所示,  $P_{N1} \sim P_{N5}$ 、 $c_{N1} \sim c_{N5}$  和  $\beta_{N1} \sim \beta_{N6}$  分别表示螺母螺距、半牙厚和牙侧角的多个测试结果。结果表明, 螺母螺距的最大测试结果为 2.0027mm, 最小为 1.9977mm; 螺母牙厚( $2 \times c_N$ )的最大测试结果为 0.9998mm, 最小为 0.9973mm; 滚柱牙侧角的最大测试结果为  $45^\circ 53' 9''$ , 最小为  $43^\circ 33' 55''$ 。在该测试范围内, 螺母的最大螺距误差为  $2.7\mu\text{m}$ , 最大半牙厚误差为  $1.35\mu\text{m}$ , 最大牙侧角误差为  $1^\circ 26' 5''$ 。

通过对滚柱销轴与保持架销孔的多次测量获得两者之间的最小径向间隙为  $150\mu\text{m}$ 。如图 6-18 所示, 对丝杠螺纹加工的偏心误差进行测量, 结果表明该误差小于  $5\mu\text{m}$ 。PRSM 样件中各零件关键配合面的尺寸与形位公差等级均优于 6 级精度(GB/T 1800.3-1998), 丝杠、滚柱和螺母的螺纹段采用精密数控磨床加工。测试结果表明 PRSM 各零件的加工误差均满足设计要求。

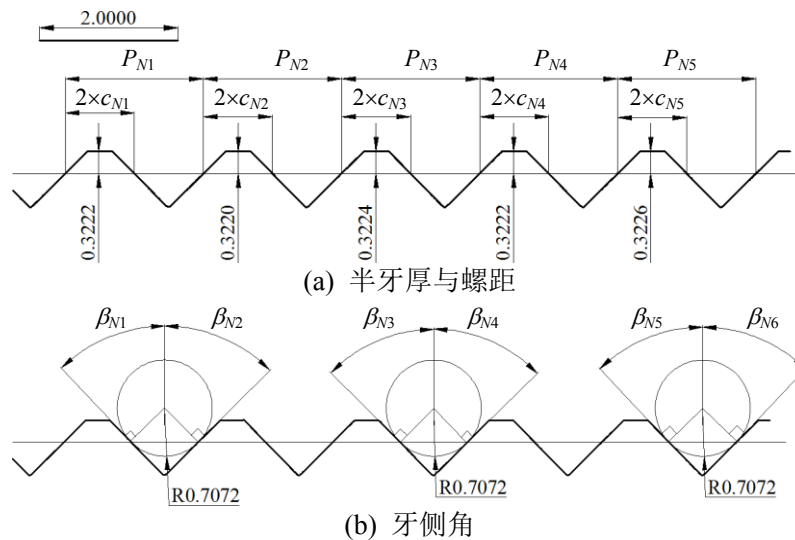


图 6-17 PRSM 样件中螺母半牙厚、螺距和牙侧角的测量(单位: mm)



图 6-18 丝杠螺纹加工的偏心误差测量

## 6.4 PRSM 样件的传动性能测试结果及与仿真结果的对比

### 6.4.1 空载传动误差

为了验证第 4 章所建立的 PRSM 运动学模型, 对 PRSM 样件的空载传动误差进行测试。如图 6-19 所示, 测试过程中加载杆与液压缸分离, 整体坐标系  $O-XYZ$  的  $Z$  轴与螺母移动的轴线平行,  $X$  轴垂直于试验台台面。

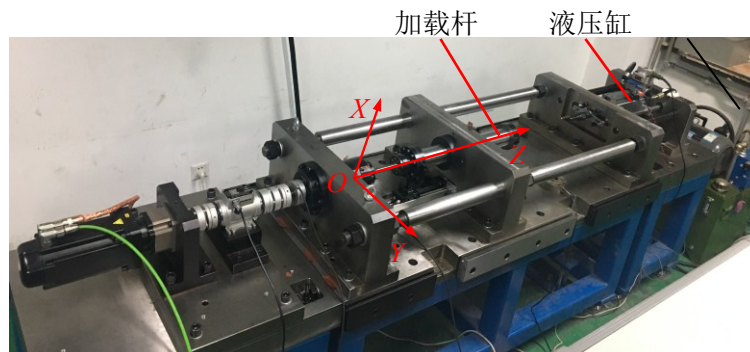


图 6-19 PRSM 空载传动误差测试的试验台装配

空载传动误差测试的实验流程为: 首先对试验台的装配误差进行测试以确定 PRSM



样件的丝杠偏心误差(图 4-1)与螺母位置误差(图 4-3);其次,进行一定时间的空载和低载跑合,使样件的传动性能达到稳定状态并让各零件表面均得到润滑;测试过程中,控制电机以不同速度匀速旋转,并记录光栅尺与圆光栅编码器的测试数据,数据采样周期为 5ms;测试完成后,使用式(6-1)计算 PRSM 样件的传动误差。

采用百分表对图 6-5 所示丝杠驱动轴偏心误差进行测量,测试结果表明该零件的偏心误差小于  $5\mu\text{m}$ 。如图 6-20 所示,以丝杠驱动轴为基准,利用 Fixturlaser NXA Pro 激光对中仪对螺母安装零件在整体坐标系  $O\text{-}XYZ$  中的位置误差进行测量。在螺母的运动范围内选取了等距的 7 个测点进行测量,测试结果如表 6-2 所示。使用表 6-2 中的平均值作为螺母的位置误差,即  $\varepsilon_{Mx}=47\mu\text{m}$  和  $\varepsilon_{My}=-30\mu\text{m}$ 。在 PRSM 样件装配完成后采用百分表对丝杠的偏心误差进行测量,通过多次测量取平均值获得  $e_s=28\mu\text{m}$ 。

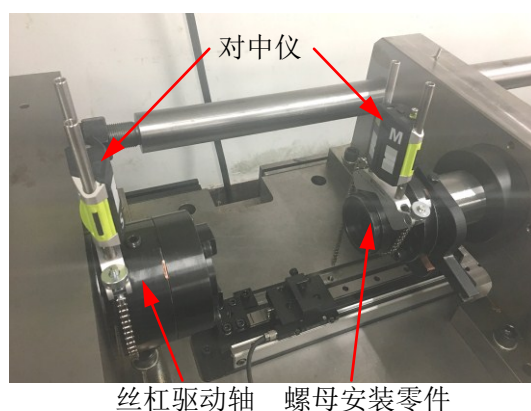


图 6-20 Fixturlaser NXA Pro 激光对中仪

表 6-2 试验台中螺母安装零件的位置误差测量结果 (单位:  $\mu\text{m}$ )

测点	1	2	3	4	5	6	7	平均值
X 方向误差	50	50	50	40	40	50	50	47
Y 方向误差	-30	-40	-20	-40	-30	-20	-30	-30

当丝杠转速分别为 12rpm、24rpm 和 48rpm 时, PRSM 样件的传动精度测试结果如图 6-21 所示, 其中  $T_s$  为丝杠的旋转周期,  $T_s=2\pi/\omega_s$ 。由图 6-21 可知, PRSM 样件在不同丝杠转速下的空载传动误差测试结果相近, 说明该实验系统具有很好的重复性。同时, PRSM 样件的空载传动误差呈周期性波动, 波动周期与丝杠旋转周期相同, 波动幅值远大于图 6-13 所示的丝杠累计螺距误差测试结果。

基于 PRSM 样件的结构参数以及加工与装配误差测试结果, 采用第 4 章的 PRSM 运动学模型对其传动误差进行计算。用于模型计算的 PRSM 结构参数为:  $r_s=9.75\text{mm}$ 、 $r_N=16.25\text{mm}$ 、 $r_q=3.25\text{mm}$ 、 $\beta_i=45^\circ$  ( $i=S, N, q$ )、 $c_s=0.4\text{mm}$ 、 $c_q=0.45\text{mm}$ 、 $c_N=0.5\text{mm}$ 、 $P=2\text{mm}$ 、 $L_s=10\text{mm}$ 、 $n_{\text{roller}}=7$ 、 $r_{Tq}=5.1771\text{mm}$ 、 $r_{Ng}=r_N$ 、 $r_{qg}=r_q$ 、 $\alpha=20^\circ$  和  $\zeta_{Hq}=150\mu\text{m}$ ; 螺母位置误差和丝杠偏心误差为:  $\varepsilon_{Mx}=47\mu\text{m}$ 、 $\varepsilon_{My}=-30\mu\text{m}$  和  $e_s=28\mu\text{m}$ ; 根据设计图纸的公差范围, 选取螺母、内齿圈和保持架的偏心误差为:  $e_N=4\mu\text{m}$ 、 $e_{Ng}=8\mu\text{m}$  和  $e_P=8\mu\text{m}$ ; 滚柱螺纹和滚

柱直齿的偏心误差为:  $e_q=3\mu\text{m}$  和  $e_{qg}=5\mu\text{m}$ 。

在上述结构与误差参数下, 滚柱旋转轴(图 4-1)位置和角度  $\varphi_{Ng}$ (图 4-2)与  $\varphi_{qg}$ (图 4-1)对 PRSM 样件的传动误差影响很小。因此, 算例中忽略角度  $\varphi_{Ng}$ 、 $\varphi_{qg}$  和  $\Omega_q^P$ (图 4-1), 并假设滚柱#3~#7 的滚柱旋转轴位置与滚柱销轴中心重合, 滚柱#1 旋转轴位置为:  $e_{1r}=3\mu\text{m}$  和  $\varphi_{1r}=0^\circ$ , 滚柱#2 旋转轴位置为:  $e_{2r}=2\mu\text{m}$  和  $\varphi_{2r}=22.5^\circ$ 。

图 6-22 同时给出了实验测试和模型计算的 PRSM 空载传动误差曲线( $\Delta'_N$ 和 $\Delta_N$ ), 以及两者在任意时刻下的幅值差 $|\Delta_N-\Delta'_N|$ 。图 6-22 中虚线表示曲线 $|\Delta_N-\Delta'_N|$ 的平均值。由图 6-22 可知, 模型计算结果与实验测试结果的幅值差的平均值为  $5.57\mu\text{m}$ , 并且模型计算和实验测试的结果具有相同的周期。虽然该运动学模型未考虑零件各旋转轴线之间的夹角、螺距误差、牙型误差和弹性变形等因素, 但依然很好地对 PRSM 样件的空载传动误差波动进行了模拟。这是由于在实验过程中, 丝杠偏心误差和螺母位置误差对 PRSM 样件空载传动误差的影响远大于其它因素的影响。

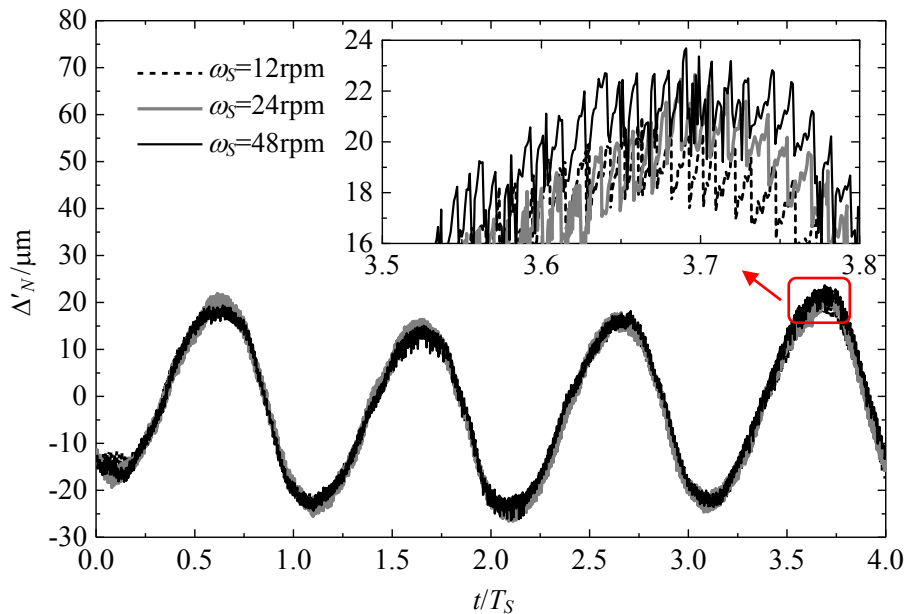


图 6-21 PRSM 样件在不同丝杠转速下的空载传动误差测量结果

实验过程中, 能够观察到滚柱随着丝杠的旋转在保持架销孔中不断浮动。利用第 4 章提出的运动学模型对 PRSM 样件中各个滚柱的浮动区域边界进行分析。结果表明, 各个滚柱在任意时刻下均具有一定的浮动区域, 即  $\Lambda_q \neq \emptyset$  ( $q=1, 2, 3, \dots, n_{\text{roller}}$ )。滚柱#1、#2 和#3 的浮动区域边界计算结果如图 6-23 所示, 其中虚线表示理想状态下滚柱旋转轴线的位置,  $\varepsilon_{qrxU}$ 、 $\varepsilon_{qrxB}$  和  $\varepsilon_{qrxM}$  ( $q=1, 2, 3$ ) 的定义见图 4-10。如图 6-24 所示, 若滚柱螺纹牙两侧螺旋曲面均与丝杠接触, 作用在滚柱螺纹牙的接触力将具有一个指向螺母的分量。因此, 当滚柱具有一定的浮动区域且螺母所受载荷很小时, 滚柱不易发生卡滞, 并且为了避免与丝杠、螺母、保持架或内齿圈干涉, 滚柱将具有一定的横向或径向浮动量。

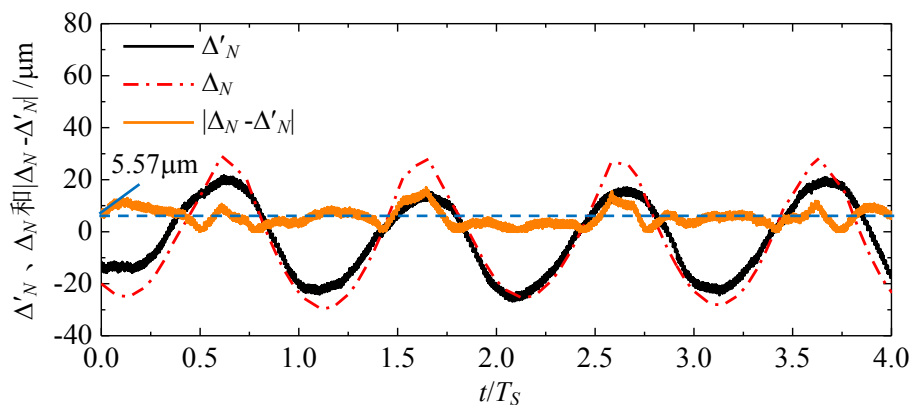


图 6-22 PRSM 样件空载传动误差实验测试与模型计算的结果对比

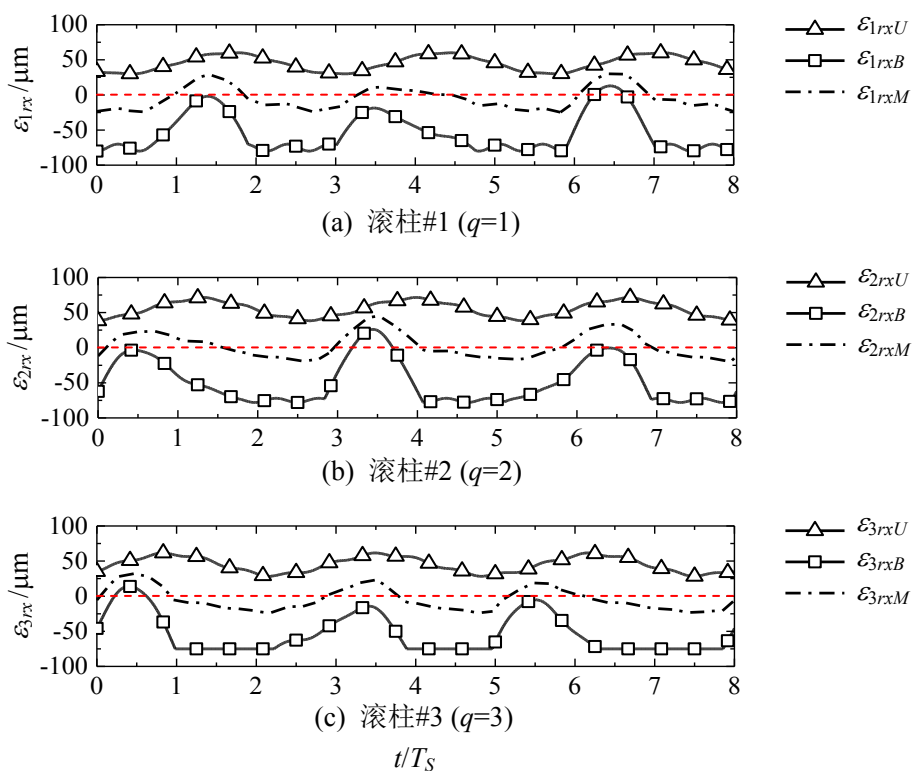
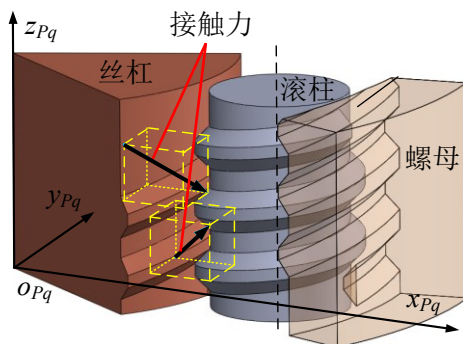
图 6-23 集合 $\Lambda_q$ 中 $\varepsilon_{grx}$ 的最大值和最小值

图 6-24 当滚柱螺纹牙两侧的螺旋曲面均与丝杠接触时, 丝杠和滚柱之间的接触力



### 6.4.2 效率

如图 6-25 所示, 进行 PRSM 效率测试时, 液压缸施加给螺母沿 Z 轴正方向的载荷  $F_{Nz}$ , 电机驱动丝杠旋转并使得螺母沿 Z 轴正方向( $v_{Nz}>0$ )或者负方向( $v_{Nz}<0$ )匀速运动。由于 PRSM 样件的丝杠、滚柱和螺母均为右旋, 故当图 6-25 中  $w_s>0$  时,  $v_{Nz}<0$  且 PRSM 样件处于正传动状态; 当  $w_s<0$  时,  $v_{Nz}>0$  且 PRSM 样件处于逆传动状态。

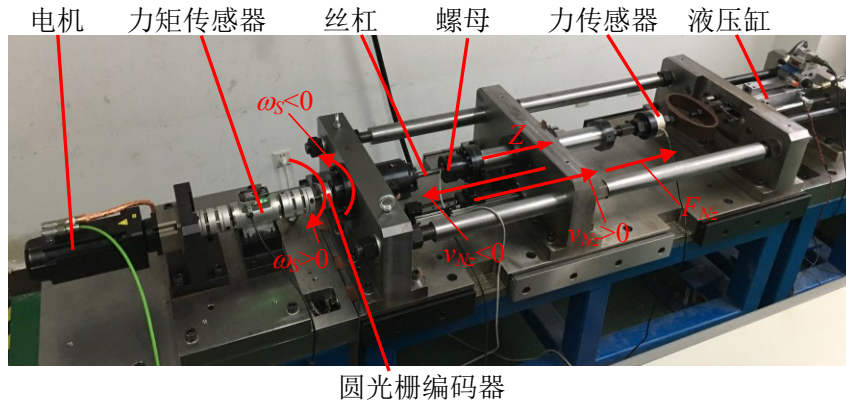
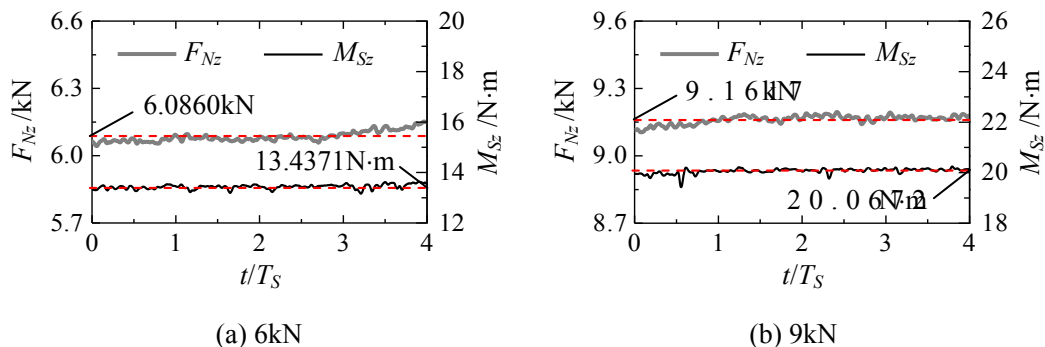


图 6-25 PRSM 样件效率测试时螺母运动与受力方向的说明

PRSM 效率的实验流程为: 首先, 完成图 6-25 所示的试验台装配; 其次, 进行一定时间的空载和低载跑合, 保证 PRSM 样件具有良好的润滑状态; 然后, 控制电机匀速旋转, 同时通过力闭环系统, 控制液压缸维持不同的恒定输出力, 记录测试过程中圆光栅编码器、力矩传感器和力传感器的数据, 数据采样周期为 5ms; 当丝杠转速为 24rpm 和 -24rpm, 加载指令为 6kN、9kN、12kN、15kN 和 18kN 时, PRSM 样件的丝杠驱动力矩和螺母负载的实测结果如图 6-26(a)-(e)以及图 6-27(a)-(e)所示, 其中虚线表示对应曲线的平均值; 求得图 6-26 和图 6-27 中力与力矩的平均值, 分别利用式(6-2)和式(6-3)计算 PRSM 的正传动状态与逆传动状态效率; 然后, 使用相同的方法, 测试丝杠转速为 12rpm 和 48rpm 时 PRSM 在不同螺母负载  $F_{Nz}$  下的正传动状态与逆传动状态效率; 每一组丝杠转速  $w_s$  和螺母负载  $F_{Nz}$  的测试均需进行多次测量, 最后求得各组测试结果的平均值, 并整理数据完成效率测试。测试时需注意, 由于 PRSM 运动过程中, 丝杠和滚柱始终存在滑动, 故在测试过程中要保证实验样件良好的润滑状态以避免过量磨损发生。



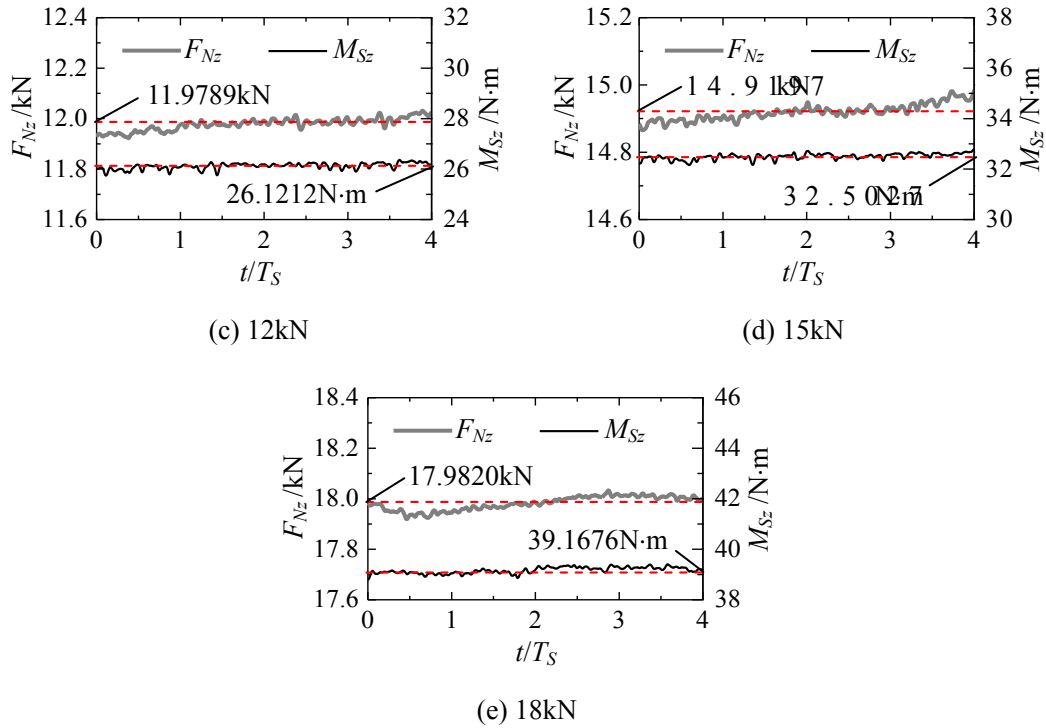
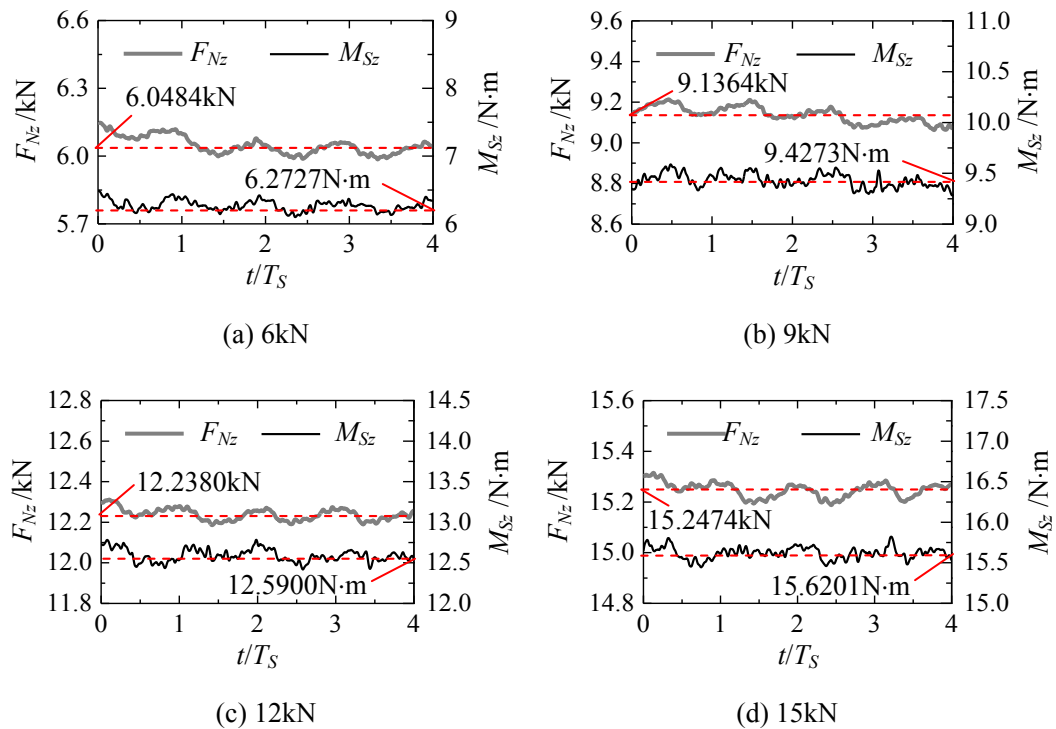


图 6-26 当丝杠转速为 24rpm 且 PRSM 处于正传动状态时, 丝杠驱动力矩和螺母负载在不同加载指令下的测试结果



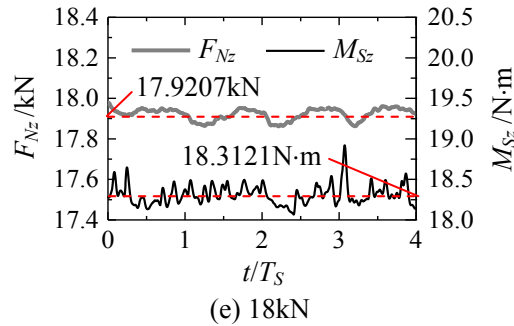


图 6-27 当丝杠转速为 24rpm 且 PRSM 处于逆传动状态时, 丝杠驱动力矩和螺母负载在不同加载指令下的测试结果

PRSM 样件的效率测试结果如图 6-28 所示, 其中虚线表示不同螺母负载下 PRSM 样件正传动状态与逆传动状态的效率平均值。由图 6-28 可知, PRSM 样件的正传动状态效率为 72%, 逆传动状态效率为 64%, 且在本文测试范围内, PRSM 样件的效率几乎不受丝杠转速和螺母受力的影响。

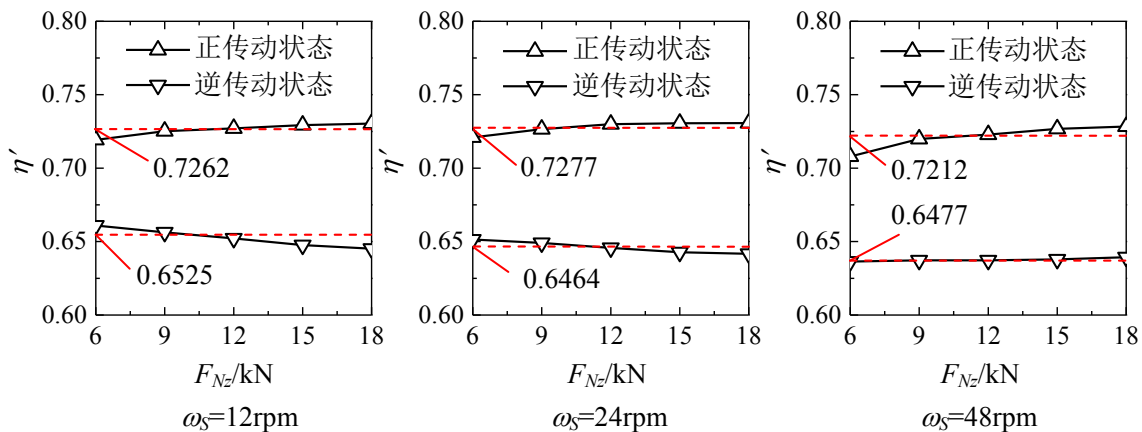


图 6-28 不同丝杠转速和螺母负载状态下 PRSM 效率的实验测试结果

由第五章 PRSM 动力学分析可知, 在如图 6-28 所示的丝杠转速  $\omega_S$  和螺母负载  $F_{Nz}$  状态下, 螺纹之间的摩擦因数  $u_S$  和  $u_N$  以及保持架与滚柱的摩擦因数  $u_P$  对该模型在不同工况下的效率和影响最大。为了确定 PRSM 动力学模型中的上述参数, 除使用图 6-28 中的计算结果外, 还使用了第 6.4.3 节中关于保持架转速的测试结果。

根据测试结果, 选取螺纹之间的摩擦因数为  $u_S=u_N=0.15$  以及保持架与滚柱的摩擦因数为  $u_P=0.02$ 。通过称重可知, 加工完成后的丝杠、滚柱和行星架质量与设计值相差不大, 并由 PRSM 动力学计算结果可知, 螺母及其附属零件的质量不会影响 PRSM 效率在稳态时的结果。因此, 除  $u_S=u_N=0.15$ 、 $u_P=0.02$  和  $r_{Tq}=5.1771\text{mm}$  外, 本节 PRSM 动力学模型中的其余参数均来自第 5 章 5.5 节。

采用本文建立的动力学模型, 计算与图 6-28 相同工况下的 PRSM 效率, 结果如图 6-29 所示, 其中虚线表示正传动状态或逆传动状态时 PRSM 效率的平均值。由于本文模型所建动力学模型是针对理想 PRSM, 未考虑 PRSM 的加工与装配误差、实际运行过程

中螺母和滚柱的滑动、多对螺纹牙之间受力和润滑状态的差异以及零件变形等因素对传动效率的影响。同时，图 6-28 中的测试结果还包含了试验台中滚动轴承与滑动轴承的效率。因此，根据实验测试结果，本文动力学模型预测得到的螺纹间摩擦因数会偏大。

对比图 6-28 和图 6-29 可得，由模型计算得到的 PRSM 逆传动状态效率值大于试验测试结果，两者相差 10.6%。造成该差异的原因可能是：PRSM 动力学模型未考虑制造及装配误差、螺旋传动机构在不同传动状态下滚动部件之间摩擦因数的差异<sup>[140]</sup>、轴承在不同受力状态下效率的变化、PRSM 样件在不同传动状态下各零件受力和润滑状态变化对其效率的影响等因素。

综上所述可知，虽然本文模型无法准确计算 PRSM 样件的效率，但是 PRSM 效率在  $w_S \in [12\text{rpm}, 48\text{rpm}]$  和  $F_{Nz} \in [6\text{kN}, 9\text{kN}]$  范围内几乎不受丝杠转速和螺母负载影响以及 PRSM 逆传动状态效率低于正传动状态效率的模型计算结果与实验测试结果相同。

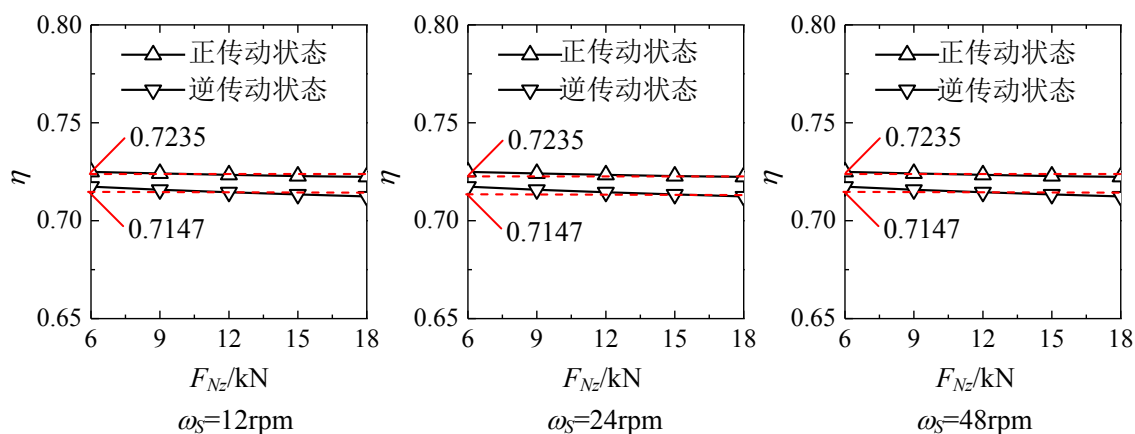


图 6-29 不同丝杠转速和螺母负载状态下 PRSM 效率的模型计算结果

#### 6.4.3 保持架转速

采用电感式编码器(Zettlex IncOders)完成 PRSM 保持架转速的测量，其中，转子和定子在内棱综合性能试验台安装方式如图 6-30 所示。装配时，需调整定子安装座沿丝杠的轴向位置使得电感式编码器的转子和定子间隙保持在 0.4-1.8mm 内。

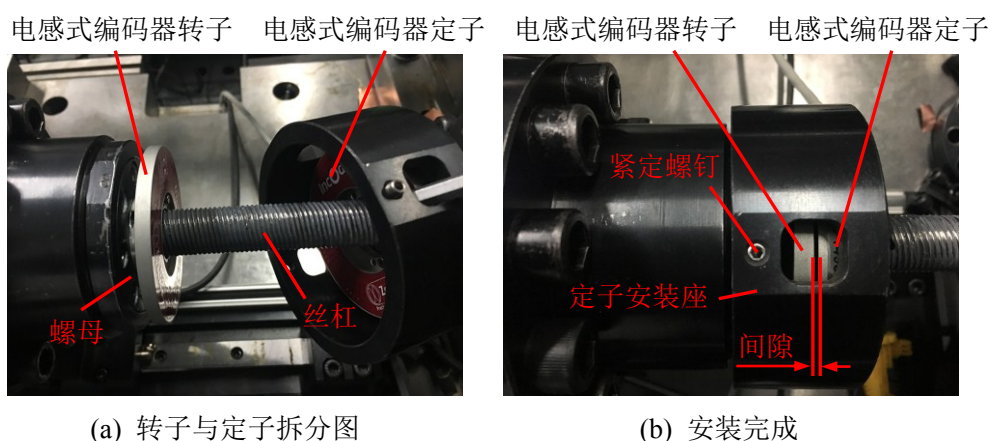


图 6-30 电感式编码器的安装

PRSM 保持架转速测量的实验条件与 6.4.2 节中的效率测量相同, 实验流程也与之基本一致。保持架转速测量时需通过电感式编码器记录各个时刻下保持架转角, 再求得各个时刻下保持架的转速。当丝杠转速为 24rpm 时, 丝杠和保持架转速在不同螺母负载状态下的测试结果如图 6-31 (a)-(e)和图 6-32(a)-(e)所示, 图中, 6kN、12kN、15kN 与 18kN 均指加载指令的幅值, 虚线表示对应数据曲线的平均值。由图 6-26 和图 6-27 可知加载指令与力传感器测试结果平均值的最大误差小于 2%。

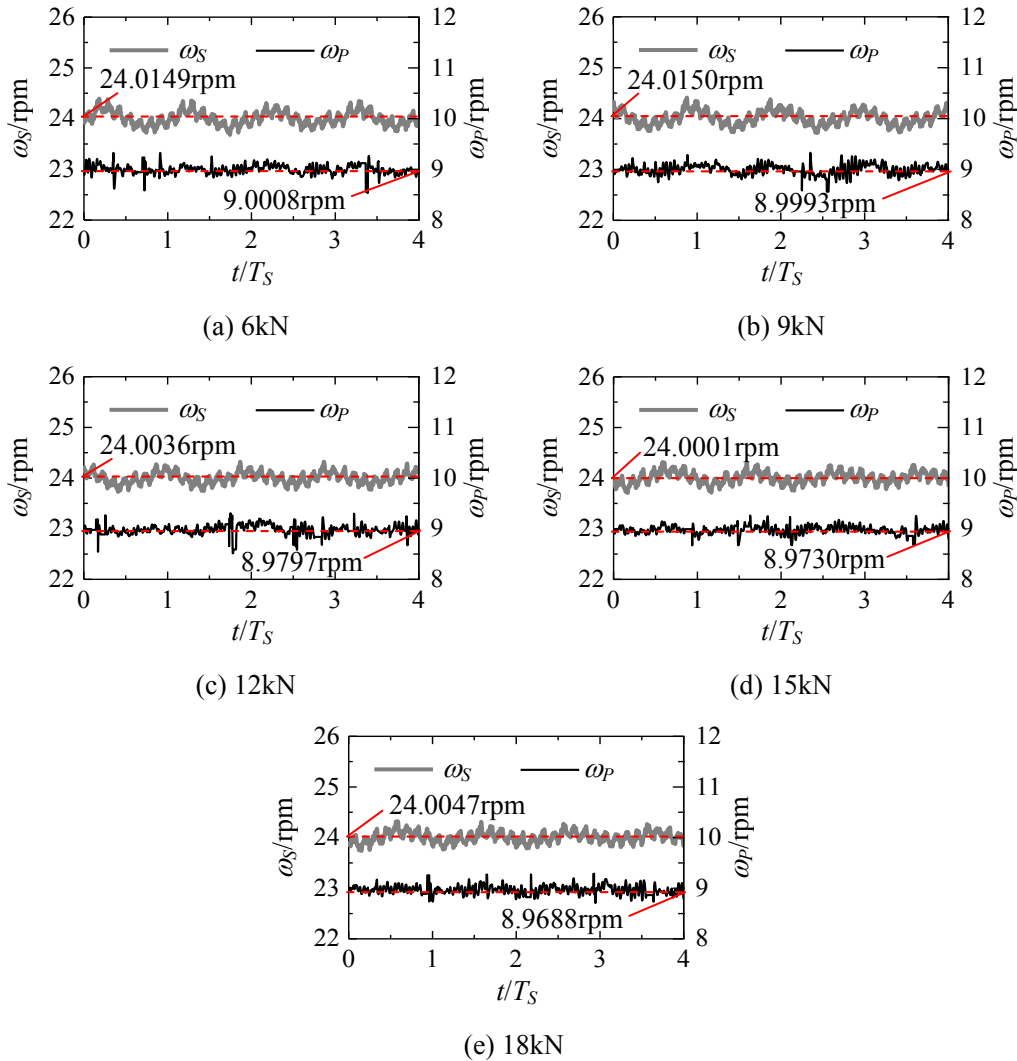
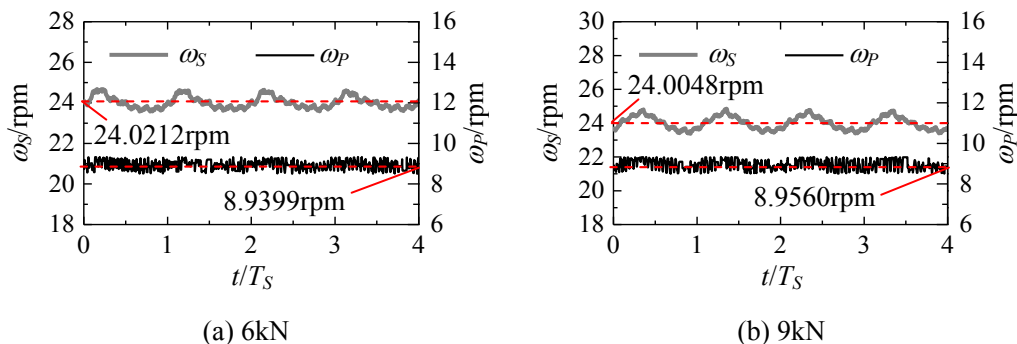


图 6-31 当丝杠转速为 24rpm 且 PRSM 处于正传动状态时, 丝杠和保持架转速的测试结果





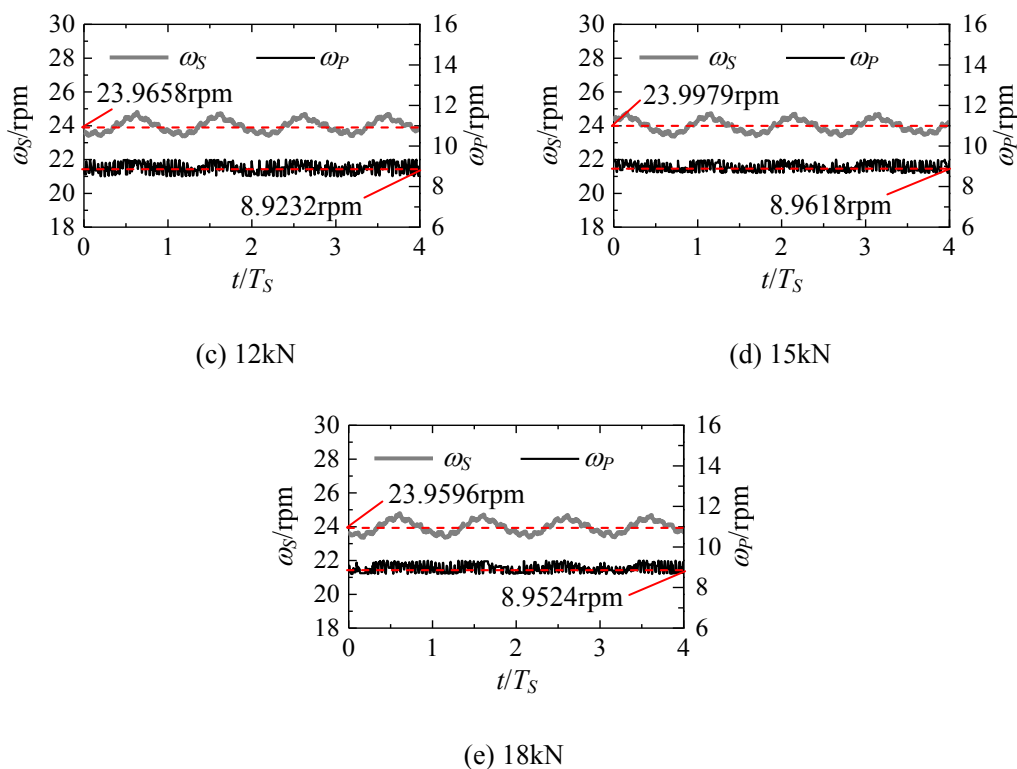


图 6-32 当丝杠转速为 24rpm 且 PRSM 处于逆传动状态时，丝杠和保持架转速的测试结果

根据图 6-31 和图 6-32 中保持架和丝杠转速的平均值能够得到保持架和丝杠转速比值的测试结果  $\zeta'_{PS}$ 。同样，每一组测试均进行多次测量，最后求得各组测试结果的平均值，结果如图 6-33 所示。图 6-33 中，虚线表示 PRSM 样件在正传动或逆传动时保持架和丝杠转速比值的平均值；点划线对应 0.375，该值为采用 Velinsky 等<sup>[117]</sup>提出的 PRSM 运动学模型获得的保持架和丝杠转速比值。由图 6-33 可知，PRSM 样件在不同工况下的保持架和丝杠转速比值  $\zeta'_{PS}$  均小于 0.375；在正传动状态时转速比值  $\zeta'_{PS}$  平均为 0.3739；在逆传动状态时转速比值  $\zeta'_{PS}$  平均为 0.3726，该值略小于正传动时的测试结果。

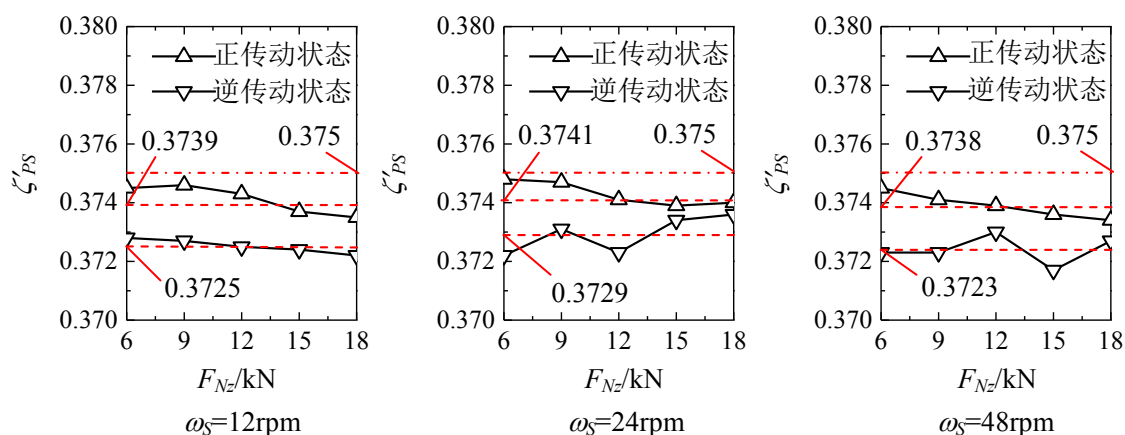


图 6-33 不同丝杠转速和螺母负载状态下保持架和丝杠转速比值的实验测试结果

采用与 6.4.2 节中相同的参数, 计算 PRSM 在不同工况下保持架和丝杠的稳态转速比值, 结果如图 6-34 所示, 图中虚线表示对应曲线的平均值。对比图 6-33 和图 6-34 可知, 本文模型计算得到 PRSM 正传动状态与逆传动状态时的转速比值  $\zeta_{PS}$  与实验结果相近。两者分别相差 0.5% 和 0.2%。这是因为在选择丝杠和滚柱以及螺母和滚柱之间的摩擦因数  $u_S$  和  $u_N$  以及保持架与滚柱的摩擦因数  $u_P$  时参照了图 6-33 中的测试结果。

由图 6-33 和图 6-34 可知, 实验测试与模型计算结果均表明 PRSM 在正传动状态下保持架和丝杠的转速比值  $\zeta_{PS}$  大于逆传动状态下的转速比值  $\zeta_{PS}$ 。图 6-35 给出了当丝杠转速为 24rpm 时, PRSM 在正传动和逆传动状态下, 丝杠和单个滚柱各对螺纹牙之间接触力的总和  $F_{qs}^{all}$ 。由于 PRSM 在正传动状态时, 丝杠和滚柱之间摩擦力的轴向分量与接触力的轴向分量方向相反, 而逆传动状态时, 丝杠和滚柱之间摩擦力的轴向分量与接触力的轴向分量方向相同。为了与相同的螺母负载平衡, 正传动状态时丝杠和滚柱之间的接触力会大于逆传动状态时的接触力, 如图 6-35 所示。所以, 与逆传动状态相比, 丝杠和滚柱在正传动状态时会具有更大的摩擦力。在 PRSM 运行过程中, 丝杠和滚柱之间的摩擦力驱动滚柱沿螺母螺纹滚动。因此, 与逆传动状态相比, 保持架和丝杠在正传动状态时的转速比值较大。

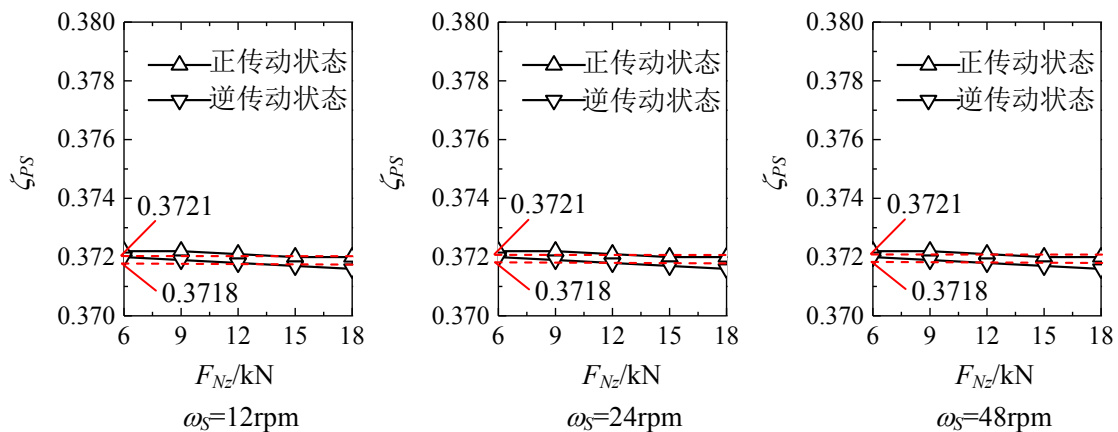


图 6-34 不同丝杠转速和螺母负载状态下保持架和丝杠转速比值的模型计算结果

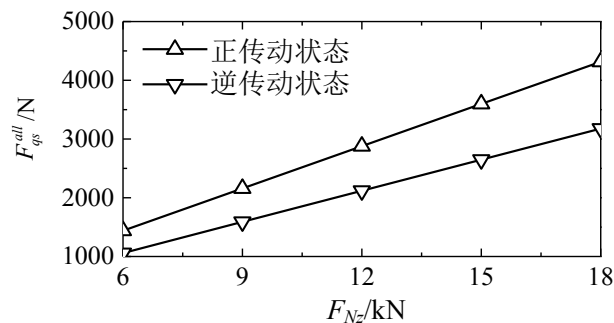


图 6-35 当丝杠转速为 24rpm 时, PRSM 在不同螺母负载下的丝杠和单个滚柱各对螺纹牙之间接触力总和  $F_{qs}^{all}$  (模型计算结果)

## 6.5 本章小结

针对现有 PRSM 试验台<sup>[117, 125-128]</sup>无法完成保持架转速测试, 且在 PRSM 传动误差实验中缺乏对丝杠偏心误差和螺母安装误差测量与分析的不足, 本章自主设计了可进行 PRSM 承载、效率、传动误差、寿命和保持架转角等性能测试的 PRSM 综合性能试验台。按照实验目的和要求, 完成了该试验台总体方案设计和机械结构的设计与装配, 并协助教研室电控团队完成了该试验台数据采集与控制系统和驱动系统的搭建。在对 PRSM 样件加工误差与试验台装配误差测量后, 测试了 PRSM 样件的空载传动误差及其在不同工况下的效率和保持架转速。通过对比测试结果和模型计算结果, 验证了本文所建立 PRSM 运动学和动力学模型的正确性。主要结论如下:

(1) 由于装配误差的影响, PRSM 样件的空载传动误差曲线会呈周期性波动, 且波动周期与丝杠周期相同, 波动幅值大于丝杠的累计螺距误差。本文 PRSM 运动学模型计算得到的传动误差与实验测试结果在各时刻幅值差的平均值为  $5.57\mu\text{m}$ , 并且模型计算和实验测试的结果具有相同的周期。

(2) PRSM 样件在正传动状态时的效率为 72%, 逆传动状态时的效率为 64%, 且在本文测试范围内, PRSM 样件的效率几乎不受丝杠转速和螺母负载的影响。虽然本文建立的动力学模型无法准确计算 PRSM 样件的实际效率, 但有关丝杠转速和螺母负载对 PRSM 效率影响规律的模型分析结果与实验测试结果相同。

(3) 在不同丝杠转速和螺母负载下, PRSM 样件的保持架和丝杠转速比值均小于 0.375, 其中 0.375 为文献[117]中 PRSM 运动学模型的计算结果。正传动状态时, PRSM 样件的保持架和丝杠转速比值为 0.3739; 逆传动状态时, 该比值为 0.3726。虽然本文建立的 PRSM 动力学模型无法准确计算保持架的实际转速, 但是保持架和丝杠转速比值始终小于 0.375 以及该比值在 PRSM 正传动状态比 PRSM 逆传动状态更大的模型计算结果与实验测试结果相同。



## 7 总结与展望

行星滚柱丝杠副(Planetary Roller Screw Mechanism, PRSM)是一种通过多个滚柱与丝杠及螺母之间螺旋曲面啮合传递动力和运动的传动机构,具有滚柱在丝杠侧和螺母啮合状态相异、多滚柱共同承载、单个滚柱上的多个螺纹牙同时与丝杠和螺母接触以及螺旋曲面啮合与齿轮啮合相耦合的特点。PRSM 独特的啮合特点不仅增加了其性能分析的难度,而且使得该机构的设计方法不同于滚珠丝杠副和滑动丝杠副等其它螺旋传动机构。目前,有关 PRSM 啮合和运动特性的研究还不完善且很少涉及到加工与装配误差,这不仅制约了其性能分析理论体系和设计方法的完善,也不利于高性能 PRSM 的研制。本文在国家自然科学基金项目和“863”项目的支持下,对 PRSM 啮合和运动特性开展了系统深入的理论和实验研究。

### 7.1 本文的主要工作及结论

- (1) 将基于螺旋曲线的 PRSM 解析啮合模型发展为基于螺旋曲面的解析啮合模型,实现了考虑牙型实际几何状态下接触位置、轴向间隙及其分布的计算。对比了不同 PRSM 啮合模型的计算结果与计算效率,并验证了本文模型的准确性。研究了结构参数对 PRSM 啮合特性的影响规律。
  - (a) 当丝杠、滚柱和螺母的牙侧角相同时,丝杠和滚柱的接触点会偏离丝杠和滚柱轴线构成的平面,螺母和滚柱的接触点将位于两者螺纹节圆的切点处。若要实现 PRSM 的无间隙设计,丝杠、滚柱和螺母需具有不同的牙厚。
  - (b) 随着螺距的增大,丝杠和滚柱的接触点将远离丝杠与滚柱回转中心的连线,且该接触点位于滚柱节圆附近。螺距对两啮合螺旋曲面在接触点附近区域的轴向间隙分布影响很小。
  - (c) 当丝杠和滚柱的牙侧角同时减小时,两者的接触点将远离丝杠与滚柱回转中心的连线,同时 PRSM 在丝杠侧的零间隙牙厚设计量会随之减小。
  - (d) 滚柱轮廓半径增大时,丝杠与滚柱之间的接触点会向滚柱螺纹的牙顶以及丝杠螺纹的牙根部移动。若滚柱牙型轮廓为直线,丝杠和滚柱之间的接触点将位于滚柱螺纹牙的边缘,螺母和滚柱为线接触且接触线通过两者螺纹分度圆的切点。
- (2) 为了弥补现有 PRSM 啮合模型对误差考虑的不足,建立了考虑牙型误差、螺纹分头误差和零件偏斜的啮合模型,推导了计算 PRSM 中任意一对螺纹牙在任意方向下的接触位置与间隙的啮合方程,分析了间隙向量方向、牙型误差、螺纹分头误差和零件偏斜对 PRSM 啮合特性的影响规律。
  - (a) 间隙向量方向会同时影响一对螺纹牙的接触位置与间隙,并且间隙越大这种影响也越大;增加滚柱的名义半径,在减小 PRSM 间隙的同时会改变丝杠和滚柱

- 以及螺母和滚柱的轴向接触位置。
- (b) 丝杠和滚柱或螺母和滚柱牙侧角的差异越大, 牙侧角误差对接触位置的影响越大; 若螺母和滚柱的牙侧角误差相同, 牙侧角误差不会对两者的接触位置与间隙产生影响; 当螺母和滚柱的牙侧角误差不同时, 牙侧角误差会使得两者的轴向间隙减小并会使得两者的接触点偏离两螺纹节圆的切点位置。
  - (c) 丝杠和螺母的中径误差不会对 PRSM 的接触位置产生影响, 而滚柱的中径误差会同时影响丝杠和滚柱以及螺母和滚柱的接触位置。丝杠、滚柱和螺母的中径误差与 PRSM 轴向间隙的改变量呈线性关系。
  - (d) 当丝杠和螺母存在螺纹分头误差时, 不同滚柱以及同一滚柱上的不同螺纹牙将具有不同的轴向间隙状态; 刚体状态下, 丝杠或螺母参与和滚柱接触的螺纹编号与螺母负载的方向相关。滚柱相对于丝杠或螺母的偏斜, 会同时影响滚柱与丝杠或螺母各对螺纹牙的接触位置与间隙。
- (3) 综合考虑 PRSM 中运动传递路径变化、滚柱浮动以及齿轮副传动比波动等因素, 建立了包含零件偏心和位置误差的 PRSM 运动学模型, 提出了利用滚柱浮动区域判断滚柱卡滞状态的方法, 分析了结构和装配参数以及误差对滚柱浮动区域、螺纹轴向间隙以及 PRSM 传动误差的影响规律。
- (a) 在滚柱和保持架径向间隙、滚柱和内齿圈法向间隙以及螺纹轴向间隙设计时, 须考虑误差对滚柱浮动区域的影响, 以保证安装完成后 PRSM 的运动流畅性。
  - (b) 当 PRSM 中各零件的结构参数与误差不变时, 滚柱个数、丝杠和保持架的初始旋转角不会改变滚柱的卡滞状态。
  - (c) 螺母偏心误差较大时, 螺母安装角对 PRSM 传动误差有着明显的影响。特别是当螺母偏心误差与安装误差的幅值相同时, 合理的螺母安装角会使得两种误差对 PRSM 传动误差的影响相互抵消。
  - (d) 丝杠、螺母和保持架的偏心误差对滚柱浮动区域有着明显的影响。滚柱偏心误差增大时, 会增加滚柱浮动区域边界的波动。螺纹分头误差不但会对滚柱浮动区域产生影响, 而且会改变滚柱在丝杠侧和螺母侧参与接触的螺纹牙总数。
- (4) 建立了考虑运动零件六自由度的 PRSM 刚体动力学模型, 分析了摩擦因数、螺母负载和结构参数对 PRSM 动力学特性的影响。
- (a) 随着螺纹间摩擦因数的增加, PRSM 在稳态时的效率会减小, 保持架和丝杠转速的比值、内齿圈和滚柱的接触力以及保持架和滚柱的接触力均会增加。当保持架和滚柱间摩擦因数增加时, PRSM 在稳态时的保持架转速和效率均会减小, 保持架和内齿圈的接触力会略有增加。
  - (b) 当 PRSM 承受较大载荷时, 保持架和滚柱之间接触力的径向分量会远大于其横向分量。螺母负载会对内齿圈和滚柱直齿的啮合状态产生影响。PRSM 在轻载

工况下的稳态保持架转速和效率均低于重载工况下的稳态保持架转速和效率。

- (c) 滚柱个数对 PRSM 在稳态时的保持架转速和效率影响很小。若外载荷不发生变化, 增加滚柱个数能够减小单个滚柱和内齿圈或保持架之间的接触力。
  - (d) 增加螺距或减小牙侧角均能够使得 PRSM 的效率增加, 但是当牙侧角小于  $45^\circ$  后, PRSM 效率的增加将变得十分缓慢。随着螺距或牙侧角的增加, 内齿圈和滚柱以及保持架和滚柱的接触力均会增加。随着螺距的增加, PRSM 在稳态时的保持架转速减小; 随着牙侧角的增加, PRSM 在稳态时的保持架转速转呈现先增加后减小的变化趋势。
- (5) 自主设计并搭建了可用于 PRSM 承载、效率、传动误差、寿命和保持架转速测量的综合性能试验台, 测试了 PRSM 样件的空载传动误差及其在不同工况下的效率和保持架转速。通过对比测试 results 和模型计算结果, 验证了本文所建立 PRSM 运动学和动力学模型的正确性。
- (a) 由于装配误差的影响, PRSM 样件的空载传动误差曲线会呈周期性波动, 且波动周期与丝杠旋转周期相同, 波动幅值大于丝杠的累计螺距误差。
  - (b) 本文 PRSM 运动学模型计算得到的传动误差与实验测试结果在各时刻幅值差的平均值为  $5.57\mu\text{m}$ , 并且模型计算和实验测试的结果具有相同的周期。
  - (c) PRSM 样件在正传动状态下的效率为 72%, 逆传动状态下的效率为 64%。在测试工况下, PRSM 样件的效率几乎不受丝杠转速和螺母负载的影响。有关丝杠转速和螺母负载对 PRSM 效率影响规律的模型分析结果与实验测试结果相同。
  - (d) 正传动状态时, PRSM 样件的保持架和丝杠转速比值为 0.3739; 逆传动状态时, 该比值为 0.3726。保持架和丝杠转速比值始终小于 0.375 以及该比值在 PRSM 正传动状态时比 PRSM 逆传动状态更大的模型计算结果与实验测试相同。

## 7.2 本文的创新之处

本文研究的特点和创新性主要体现在以下几个方面:

- (1) 将基于螺旋曲线的 PRSM 解析啮合模型发展为基于螺旋曲面的解析啮合模型。该啮合模型包含了全面的 PRSM 螺旋曲面几何特征与装配关系, 能够同时计算丝杠与滚柱以及螺母与滚柱之间的接触位置、轴向间隙及其分布。揭示了结构参数对 PRSM 啮合特性的影响规律。
- (2) 考虑实际 PRSM 存在牙型误差、螺纹分头误差和零件偏斜等因素, 建立了贴合工程实际的 PRSM 啮合模型, 为考虑制造、安装和运行工况的 PRSM 设计奠定了理论基础。在此基础上, 研究了间隙向量方向和误差对 PRSM 啮合特性的影响规律。
- (3) 综合考虑 PRSM 中运动传递路径变化、滚柱浮动以及齿轮副传动比波动等因素, 建立了包含零件偏心误差、零件位置误差和螺纹分头误差的 PRSM 运动学模型。提出了利用滚柱浮动区域判断滚柱卡滞状态的方法。系统地分析了结构和装配参数以及

上述误差对 PRSM 的滚柱浮动区域、轴向间隙和传动误差的影响规律。

- (4) 建立了考虑运动零件六自由度的 PRSM 刚体动力学模型,研究了摩擦因数、螺母负载和结构参数对 PRSM 动力学特性的影响规律。自主设计并搭建了可用于 PRSM 承载、效率、传动误差、寿命和保持架转速测量的综合性能试验台,实现了 PRSM 的空载传动误差、效率和保持架转速测试。

### 7.3 本文工作的不足与展望

本文针对 PRSM 啮合和运动特性开展了系统性的研究工作,取得了一定的研究成果和进展。但由于作者水平、时间和研究条件的限制,本文仍有以下几个方面的工作尚待深入研究:

- (1) 在分析考虑误差的 PRSM 啮合特性时,假设丝杠、滚柱或螺母上任意螺纹牙对应的牙型误差相同,并且未考虑螺距误差对 PRSM 啮合特性的影响。然而,由于工件和砂轮的安装误差、砂轮的磨损、工件的变形和加工过程刀具的振动等因素的影响,相同零件的不同螺纹牙会对应不同的牙型误差,并且作为螺纹检测关键项目的螺距误差应该在后续研究中给予考虑。
- (2) 进行考虑误差的 PRSM 运动学分析时,假设丝杠、滚柱、螺母、内齿圈和保持架的轴线相互平行,并假设滚柱两端的销轴、两内齿圈或安装在螺母两端的保持架具有相同的制造与装配误差。然而,在 PRSM 运行过程中,各运动零件的轴线会发生偏斜或摆动;同时滚柱两端的销轴、两内齿圈或两保持架的加工与装配误差也不可避免地会存在差异。
- (3) 在 PRSM 刚体动力学建模过程中,未考虑摩擦因数在不同运动、受力和润滑状态下的变化,并且只是近似地计算了保持架与内齿圈之间由于润滑油/脂导致的拖动力矩,同时滚柱在丝杠侧或螺母侧各螺纹牙上的接触力呈线性分布的假设也与现有考虑弹性变形的 PRSM 载荷分布模型计算结果不符。
- (4) 由于传感器精度、试验台结构、PRSM 样件行程和液压油源流量的限制,本文未对 PRSM 样件在轻载下的螺母负载和丝杠转矩进行测量,并也没有对 PRSM 样件的瞬态特性以及高速运动状态下的传动性能进行测试。

此外,未来可基于本文建立的 PRSM 啮合、运动学和动力学模型,开展误差-变形-润滑-温度相互耦合的 PRSM 动态特性研究、PRSM 润滑和摩擦磨损特性研究、PRSM 各零件安装与加工公差匹配设计方法研究、PRSM 寿命及故障识别方法研究以及考虑 PRSM 传动特性的 EMA 控制策略与整体性能优化设计方法研究。

## 参考文献

- [1] 田馨. “中国制造 2025”重大战略的新形势与现实路径研究[J]. 改革与战略, 2017, 33(3): 57-60.
- [2] 谢勇, 刘治红, 吴宏超. 中国制造向中国智造转型的发展模式初探[J]. 兵工自动化, 2017, 36(2): 1-7.
- [3] 张新华, 黄建, 张兆凯, 等. 大功率高性能航天伺服系统发展综述[J]. 导航定位与授时, 2017, 4(1): 14-19.
- [4] Mare J C, Fu J. Review on signal-by-wire and power-by-wire actuation for more electric aircraft [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2017, 30(3): 857–870.
- [5] Legrand B, Loyer J, Manon G, et al. EMA technology development [C]. Proceeding of More Electric Aircraft Forum, Barcelona, Spain, 2009: 1-10.
- [6] Mare J C. Aerospace actuators 2: signal by-wire and power-by-wire [M]. London: ISTE Ltd, 2016.
- [7] Vander F L, Schlegel C, Christmann M. Implementation of a modelica library for simulation of electromechanical actuators for aircraft and helicopters [C]. Proceedings of the 10th international modelica conference, Lund, Sweden, 2014: 757–766.
- [8] Albright J, Moore L. Development and implementation of electromechanical actuators for the X-38 atmospheric test vehicles [C]. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii, 2008: 1-38.
- [9] Jänker P, Claeysen F, Grohmann B, et al. New actuators for aircraft and space applications [C]. Proceedings of the 11th International Conference on New Actuators, Bremen, Germany, 2008: 346-354.
- [10] Claeysen F, Janker P, Leletty R, et al. New actuators for aircraft, space and military applications [C]. The 12th International Conference on New Actuator, Bremen, Germany, 2010: 324-330.
- [11] 王经甫, 王琨, 王路阳. 直驱式船舶舵机系统的低速特性建模与仿真[J]. 机床与液压, 2016, 44(23): 113-117.
- [12] Kawamoto Y, Suda Y, Inoue H, et al. Electro-mechanical suspension system considering energy consumption and vehicle manoeuvre [J], Vehicle System Dynamics, 2008, 46(S1): 1053-1063.
- [13] 尚颖辉, 王双双, 颜南明, 等. 履带车辆全电制动系统执行机构设计与仿真[J]. 微特电机, 2010, (6): 18-20.
- [14] 倪自强, 王田苗, 刘达. 医疗机器人技术发展综述[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 45-52.
- [15] 郭宏, 邢伟. 机电作动系统发展[J]. 航空学报, 2007, 28(3): 620-627.

- [16] Garrison M, Steffan S. Two-fault tolerant electric actuation systems for space applications [C]. The 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Sacramento, California, 2006: 1-16.
- [17] Vanthuyne T. An electrical thrust vector control system for the VEGA launcher [C]. Proceeding of the 13th European Space Mechanisms and Tribology Symposium, Vienna, Austria, 2009: 1-7.
- [18] Strandgren C B. Roller screw:US, 3182522 (A) [P]. 1965-05-11.
- [19] Lemor P C. The roller screw: an efficient and reliable mechanical component of electro-mechanical actuators [C]. Proceedings of the 31st Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Washington, DC, 1996: 215-220.
- [20] Pochettini P, Ballesio M, Gallieni D, et al. Hexapod/Sage III roller screws lifetime and lubrication tests[J]. European Space Agency-Publications, 1999, 438 (1999): 49-56.
- [21] Budinger M, Reysset A, Halabi T, et al. Optimal preliminary design of electro-mechanical actuators [J]. Institution of Mechanical Engineers Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2014, 228(9): 1598-1616.
- [22] 刘更, 马尚君, 佟瑞庭, 等. 行星滚柱丝杠副的新发展及关键技术[J]. 机械传动, 2012, 36(5): 103-108.
- [23] 佚名. 用于汽车行业的伺服电动执行器——行星滚柱丝杠执行器在机器人中的焊接应用 Curtiss-Wright 公司[J]. 智能机器人, 2016(4):14-17.
- [24] Csonka P J, Waldron K J. Characterization of an electric-pneumatic hybrid prismatic actuator [J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2010, (2): 021008-1 - 021008-8.
- [25] Cao D M, Chen X F, Shi X, et al. Research on transmission stability of rotation roller screw for rail transit vehicles door [J]. Journal of Chemical and Pharmaceutical Research, 2014, 6(4):924-933
- [26] 于兆勤, 张伯霖, 程光华. 数控机床高速进给系统的关键技术[J]. 机械工艺师, 1997, (7): 4-6.
- [27] Munn P. Roller screw with special qualities [C]. Proceeding of the 22nd International Machine Tool Design and Research Conference, London, Palgrave, 1982: 127-130.
- [28] 张卫华, 梅桂明, 黄丽湘. 摆式列车机电作动器的研究[J]. 西南交通大学学报, 2000, 35(6): 661-665.
- [29] 谢俊超, 肖清, 花靖. 船用新型电动舵机可行性研究[J]. 舰船科学技术, 2013, 35(10): 78-81.
- [30] 邓琦. 行星滚柱丝杠电动缸应用现状[J]. 船舶工程, 2017, 39(1): 143-145.
- [31] Wang H, Tong M H, Zheng P. Research on contact strength between roller screw pair on hoisting mechanism applied in deep sea crane [C]. The 3rd International Conference on Applied Mechanics, Materials and Manufacturing, 2013: 2001-2005.
- [32] Boucher J, Lutton. Roller screw crucial for deep sea oil rigs [J]. Ball Bearing Journal, 1985, (12): 15-18.

- [33] Sokolov P A, Blinov D S, Ryakhovskii O A, et al. Promising rotation – translation converters [J]. Russian Engineering Research, 2008, 28(10): 949–956.
- [34] Arriola D, Thielecke F. Model-based design and experimental verification of a monitoring concept for an active-active electromechanical aileron actuation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 94(2017): 322-345.
- [35] Ohushi Y, Andrude A D, Mller J, et al. Control System modification of an electromechanical pulsatile total artificial heart [J]. Artificial Organs, 1997, 21(12): 1308-1311.
- [36] Sasaki Y, Chikazawa G, Nogawa M, et al. Evaluation of a roller screw linear muscle actuator for an implantable ventricular assist device using trained and untrained latissimus dorsi muscles [J]. Artificial Organs, 1999, 23(3): 262-267.
- [37] Satellite roller screws [M]. Geneva: Rollvis, 2008, www.rollvis.com.
- [38] 伺服电动缸和行星滚柱丝杠综合产品目录[M]. 北京: 道臣科技发展(北京)有限公司, 2010, www.doson-inc.com.
- [39] Roller screws [M]. France: SKF Group, 2006, www.linearmotion.skf.com.
- [40] Satellite roller screws [M]. Waiblingen: LTK Lineartechnik Korb GmbH, 2007.
- [41] PRS Series planetary roller screws [M]. Chanhassen: Exlar Corporation, 2007.
- [42] 刘更, 付晓军, 马尚君, 等. 行星滚柱丝杠副啮合原理研究进展[J], 机械传动, 2015, 39(7): 1-5.
- [43] Otsuka J, Fukada S, Osawa T. Fundamental study of planetary screw-structure and apparent coefficient of friction [J]. Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering, 1987, 52(1): 176–180.
- [44] Otsuka J, Osawa T, Fukada S. A study on the planetary roller screw - comparison of static stiffness and vibration characteristics with those of the ball screw [J]. Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering, 1987, 53(8): 63–68.
- [45] 孙健利, 靳谦忠. 行星式滚柱丝杠副的静刚度研究[J]. 湖北工学院学报, 1993, 8(2): 24-29.
- [46] 靳谦忠, 杨家军, 孙健利. 滚珠丝杠副和行星式滚柱丝杠副静刚度的比较研究[J]. 机械科学与技术, 1999, 18(2): 230-232.
- [47] 靳谦忠, 杨家军, 孙健利. 行星式滚柱丝杠副的运动特性及参数选择[J]. 制造技术与机床, 1998(5):13-15.
- [48] Schinstock D E, Haskew T A. Dynamic load testing of roller screw EMA's [C]. Proceedings of the 31st Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Washington, DC, 1996: 221-226.
- [49] Abevi F, Daidie A, Chaussumier M, Sartor M. Static load distribution and axial stiffness in a planetary roller screw mechanism [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2016, 138: 012301-1–012301-11.

- [50] 韦振兴, 杨家军, 朱继生, 等. 行星滚柱丝杠副的结构参数优化分析[J]. 机械传动, 2011, 35(6): 44-47.
- [51] Ma S J, Liu G, Tong R T, et al. A new study on the parameter relationships of planetary roller screws [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2012, Article ID 340437, 29 pages, DOI: 10.1155-2012-340437.
- [52] 高亮. 航天精密传动机构行星滚柱丝杠的设计与研究[D]. 南京: 南京理工大学硕士学位论文, 2012.
- [53] 董永, 刘更, 马尚君, 等. 行星滚柱丝杠副滚柱的设计方法与虚拟装配[J]. 机械设计, 2013, 30(8): 53-57.
- [54] 刘更, 张文杰, 马尚君, 等. 行星滚柱丝杠副承载特性研究进展[J]. 机械科学与技术, 2017, 36(4): 598-603.
- [55] 杨家军, 韦振兴, 朱继生, 等. 行星滚柱丝杠副载荷分布及刚度计算[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2011, 39(4): 1-4.
- [56] 韦振兴. 行星滚柱丝杠副刚度及效率的分析与研究[D]. 武汉: 华中科技大学硕士学位论文, 2011.
- [57] 马尚君, 刘更, 佟瑞庭, 等. 行星滚柱丝杠副轴向弹性变形的有限元分析[J]. 机械传动, 2012, 36(7): 78-81.
- [58] Jones M H, Velinsky S A. Stiffness of the roller screw mechanism by the direct method [J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines: An International Journal, 2013, 42(1): 17-34.
- [59] Ryś J, Lisowski F. The computational model of the load distribution between elements in planetary roller screw [C]. The 9th International Conference on Fracture & Strength of Solids, Jeju, Korea, 2013: 1-6.
- [60] Lisowski F. The analysis of displacements and the load distribution between elements in a planetary roller screw [J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 680 (2014): 326-329.
- [61] Lisowski F. Optimization of thread root undercut in the planetary roller screw[J]. Czasopismo Techniczne, 2017, 9(2017): 219-227.
- [62] Blinov D S, Morozov M I. Uneven load distribution between mating windings of roll and screw with nut of planetary roller drive [J]. Science and Education of the Bauman MSTU, 2014, 9: 1-14.
- [63] 马尚君, 刘更, 付晓军, 等. 考虑误差的行星滚柱丝杠副滚柱承载分布[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2015, 47(7): 98-102.
- [64] 马尚君, 李晓风, 刘更, 等. 误差-磨损-温度变化耦合的行星滚柱丝杠副载荷分布[J]. 西北工业大学学报, 2017, 35(4): 655-660.
- [65] Zhang W J, Liu G, Tong R T, et al. Load distribution of planetary roller screw mechanism and its improvement approach [J]. Proceedings of the Institution of



- Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2015, DOI: 10.1177-0954406215610361.
- [66] 张文杰, 刘更, 佟瑞庭, 等. 行星滚柱丝杠副螺纹牙均载设计方法研究[J]. 西北工业大学学报, 2016, 34(3): 499-507.
- [67] 刘淑敏, 刘更, 马尚君, 等. 不同工作温度下行星滚柱丝杠副载荷分布研究[J]. 机械传动, 2016, 40(5): 14-19.
- [68] Zhdanova A V, Morozova V V. Theoretical study of the load distribution on the threads for roller screw mechanisms of a friction type [J]. Procedia Engineering 2016, 150(2016): 992-999.
- [69] Guo J N, Peng H, Huang H Y, Liu Z S. Analytical and experimental of planetary roller screw axial stiffness [C]. Proceeding of 2017 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Takamatsu, Japan, 2017: 752-757.
- [70] Lisowski F. The specific dynamic capacity of a planetary roller screw with random deviations of the thread pitch [J]. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 55(3): 991-1001.
- [71] 马尚君, 刘更, 佟瑞庭. 行星滚柱丝杠副摩擦力矩及传动效率研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(11): 74-78.
- [72] Ma S J, Liu G, Tong R T, et al. A frictional heat model of planetary roller screw mechanism considering load distribution [J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines: An International Journal, 2015, 43 (2015): 164-182
- [73] Aurégan G, Fridrici V, Kapsa P, et al. Experimental simulation of rolling-sliding contact for application to planetary roller screw mechanism [J]. Wear, 2015, 332-333(2015): 1176-1184.
- [74] Aurégan G, Fridrici V, Kapsa P, et al. Wear behavior of martensitic stainless steel in rolling-sliding contact for planetary roller screw mechanism: study of the WC/C solution [J]. Tribology Online, 2016, 11(2): 209-217.
- [75] 付永领, 甘发金, 祁晓野, 等. 行星滚柱丝杠副负载对摩擦力矩的影响[J]. 机械传动, 2016, 40(5): 116-119.
- [76] Qiao G, Liu G, Ma S J, et al. Friction torque modeling and efficiency analysis of the preloaded inverted planetary roller screw mechanism [C]. The ASME International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference, Cleveland, Ohio, USA, 2017: 1-8.
- [77] 佟瑞庭, 刘更, 史佑民, 等. 螺纹牙型角对行星滚柱丝杠副接触特性影响研究[J]. 机械设计, 2016, 33(5): 31-34.
- [78] 刘艳强, 尚宇, 程泓勋. 行星滚柱丝杠弹性接触变形计算与分析[J]. 制造业自动化, 2016, 38(11): 113-115.
- [79] 姚琴, 吴立言, 刘更, 等. 行星滚柱丝杠副弹塑性接触分析[J]. 机械传动, 2016, (11): 106-110.

- [80] 李亚杰. 考虑摩擦的行星滚柱丝杠副接触特性分析[D]. 西安: 西北工业大学硕士学位论文
- [81] Morozov V V, Zhdanov A V. Influence of the axial angle of screw profiles on the load capacity of roller-screw mechanisms [J]. Russian Engineering Research, 2015, 35(7): 477-480.
- [82] 马尚君, 刘更, 周建星, 等. 行星滚柱丝杠副运转过程动态特性分析[J]. 振动与冲击, 2013, 32(3): 167-171.
- [83] 王乐. 高速飞行器电动舵机伺服系统动力学仿真[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学. 2013.
- [84] 贺继鹏, 刘更, 马尚君, 等. 基于键合图的行星滚柱丝杠副动态特性建模与仿真[J]. 振动与冲击, 2015, 34(20): 66-73.
- [85] Ma S J, Zhang T, Liu G, et al. Bond graph-based dynamic model of planetary roller screw mechanism with consideration of axial clearance and friction [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2017, DOI: 10.1177/0954406217727631.
- [86] 乔冠, 刘更, 马尚君, 等. 基于行星滚柱丝杠副的机电作动器动态特性分析[J]. 振动与冲击, 2016, 35(7): 499-507.
- [87] 岳琳琳, 王卫英, 胡宝根. 基于有限元仿真的行星滚柱丝杠动态特性分析[J]. 机械工程与自动化. 2014, (2): 16-18.
- [88] 李强, 张俊龙, 周军, 等. 行星滚柱丝杠传动机构非线性建模与仿真[J]. 西北工业大学学报, 2015, 33(5): 739-743.
- [89] 肖益. 行星滚柱丝杠式电动舵机系统设计及其特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学硕士学位论文, 2017.
- [90] Zhang D W, Zhao S D. New method for forming shaft having thread and spline by rolling with round dies [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 70(2014): 1455-1462.
- [91] Zhang D W, Zhao S D, Wu S B, et al. Phase characteristic between dies before rolling for thread and spline synchronous rolling process [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 81(2015): 513-528.
- [92] 张大伟, 张超, 赵升吨. 大直径重载行星滚柱丝杠径向锻造塑性成形的探讨[J]. 重型机械, 2014, (6): 14-18.
- [93] Blinov D S, Morozov M I. Special aspects of the roller screws pieces male thread pitch diameters control [J]. Science and Education of the Bauman MSTU, 2014, 10: 29-43.
- [94] Blinov D S, Morozov M I, Anisimov P D. Mathematical support and software of processing results of metrological roller screw detail measurements [J]. Science and Education of the Bauman MSTU, 2015, 1: 12-31.
- [95] Fu X J, Liu G, Ma S J, et al. A method to determine grinding wheel profiles for manufacturing threads in planetary roller screw mechanism [C]. The ASME

- International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference, Cleveland, Ohio, USA, 2017: 1-5.
- [96] Tselishchev A S, Zharov I S. Elastic elements in roller-screw mechanisms [J]. Russian Engineering Research, 2008, 28(11): 1040–1043.
- [97] 陈芳. 两级行星滚柱丝杠传动设计与精确度研究[D]. 南京: 南京理工大学硕士学位论文, 2009.
- [98] 张智, 李开明. 行星滚柱丝杠电动缸精确度分析[J]. 中国制造业信息化, 2011, 40(19): 72-78.
- [99] 杨保哲. 行星滚柱丝杠副均载特性及平稳性的分析与研究[D]. 武汉: 华中科技大学硕士学位论文, 2012.
- [100] Blinov D S, Morozov M I, Anisimov P D. On working capacity criteria for screw roller mechanisms [J]. Science and Education of the Bauman MSTU, 2015, 8: 32–50.
- [101] Blinov D S, Morozov M I. Predicting rolling screw mechanisms service life [J]. Science and Education of the Bauman MSTU, 2015, 2: 24–41.
- [102] Breuneval R, Clerc G, Mobarakeh B N, et al. Identification of a roller screw for diagnosis of flight control actuator[C]. 2016 IEEE International Conference on Prognostics and Health Management (ICPHM), IEEE, 2016: 1-8.
- [103] Fu Y L, Yan M. Compound control strategy used in Electro-Mechanical Actuator [C]. The 7th International Conference on Electronics and Information Engineering, Nanjing, China, 2016: 103223S-1–103223S-9.
- [104] Blinov D S, Ryakhovsky O A, Sokolov P A. Numerical method of determining the point of initial thread contact of two screws with parallel axes and different thread inclinations [J]. Vestn. MGTU, Mashinostr., 1996, (3): 93–97.
- [105] 赵英, 倪洁, 吕丽娜. 滚柱丝杠副的啮合计算 [J]. 机械设计, 2003, 20(3): 34-35.
- [106] Ryakhovskiy O A, Sorokin F D, Marokhin A S. Calculation of radial displacements of nut and rollers axes and the position of a contact between the nut and the roller thread in an inverted planetary roller screw mechanism [J]. Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building, 2013, (11): 12–19.
- [107] Fedosovsky M E, Aleksanin S A, Puctozarov R V. Use of numerical method for determination of contact points position in roller screw threads [J]. Biosciences Biotechnology Research Asia, 2015, 12(1): 721-730
- [108] Jones M H, Velinsky S A. Contact kinematics in the roller screw mechanism [J]. Journal of Mechanical Design, 2013, 135(5): 051003-1–051003-10.
- [109] Liu Y Q, Wang J S, Cheng H G, et al. Kinematics analysis of the roller screw based on the accuracy of meshing point calculation [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, DOI: 10.1155-2015-303972.
- [110] Litvin F L. Gear geometry and applied theory [M]. New Jersey: PTR Prentice Hall. 1994.

- [111] 梅向明, 黄敬之. 微分几何[M]. 北京: 高等教育出版社. 2008.
- [112] Liu Y Q, Shang Y, Wang J S. Mathematical analysis of the meshing performance of planetary roller screws applying different roller thread shapes [J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2017, 9(5): 1–11.
- [113] 徐强, 王水铭, 赵国平, 等. PWG 型差动丝杠的啮合干涉分析与消除[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2015, (9): 107-109.
- [114] Sokolov P A, Ryakhovsky O A, Blinov D S, Laptev A. Kinematics of planetary roller-screw mechanisms [J]. *Vestn. MGTU, Mashinost.*, 2005, (1): 3–14.
- [115] 党金良, 刘更, 马尚君, 等. 反向式行星滚柱丝杠机构运动原理及仿真分析[J], *系统仿真学报*, 2013, 25(7): 1646-1651.
- [116] Hojjat Y, Agheli M. A comprehensive study on capabilities and limitations of roller screw with emphasis on slip tendency [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(10): 1887–1899.
- [117] Velinsky S A, Chu B, Lasky T A. Kinematics and efficiency analysis of the planetary roller screw mechanism [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2009, 131(1): 011016-1–011016-8.
- [118] Ma S J, Zhang T, Liu G, et al. Kinematics of planetary roller screw mechanism considering helical directions of screw and roller threads [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, DOI: 10.1155-2015-459462.
- [119] Jones M H, Velinsky S A. Kinematics of roller migration in the planetary roller screw mechanism [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2012, 134(6): 061006-1 –061006-6.
- [120] 马尚君, 刘更, 佟瑞庭, 等. 考虑滚柱节圆偏移的反向式行星滚柱丝杠副运动学分析[J]. *中国机械工程*, 2014, 25(11): 1421-1426.
- [121] 王铎. 理论力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003.
- [122] Jones M H, Velinsky S A, Lasky T A. Dynamics of the Planetary Roller Screw Mechanism [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2016, 8(1): 014503-1 –014503-6.
- [123] Berger E J. Friction modeling for dynamic system simulation [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2002, 55(6): 535-577.
- [124] 濮建荣. 行星滚柱丝杠副接触、摩擦与工作特性的理论与试验研究[D]. 南京: 南京理工大学硕士学位论文, 2015.
- [125] Mamaev M I, Morozov V V, Fedotov O V, et al. Precision of a roller screw actuator transmission for a radio telescope [J]. *Russian Engineering Research*, 2015, 35(12): 919–923.
- [126] Mamaev M I, Morozov V V, Fedotov O V, et al. Harmonic analysis of the kinematic error in a planetary roller screw [J]. *Russian Engineering Research*, 2016, 36(7): 515–519.
- [127] 李凯, 叶佩青, 周晓尧, 等. 精密行星滚柱丝杠的传动特性[J]. *光学精密工程*, 2016, 24(8): 1908-1916.

- [128] 付晓军, 刘更, 马尚君, 等. 行星滚柱丝杠副螺旋曲面啮合机理研究[J], 机械工程学报, 2016, 52(3): 26-33.
- [129] 王世萍. 螺旋传动精度分析[J], 光学机械, 1987, 94(1): 49-58.
- [130] 付晓军, 刘更, 马尚君, 等. 考虑零件偏斜的行星滚柱丝杠副啮合特性研究[J], 机械工程学报, 2017, 52(3): 25-33.
- [131] Fu X J, Liu G, Ma S J, et al. A comprehensive contact analysis of planetary roller screw mechanism [J]. ASME Journal of Mechanical Design. 2017, 139(1): 012302-1–012302-11.
- [132] Jennifer M, Machine Designers Reference [M]. New York: Industrial Press, 2012.
- [133] Velez P, Maatar M. A mathematical model for analyzing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behavior [J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 191(5): 629–660.
- [134] Gu X, Velez P. On the dynamic simulation of eccentricity errors in planetary gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 61(3): 14–29.
- [135] Johnson K L. Contact Mechanics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [136] Kalker J J. Three-dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact. Solid mechanics and its applications [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1990.
- [137] Kalker J J. A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact [J]. Vehicle System Dynamics. 1982, 1982(11): 1-13.
- [138] Kundu P K, Cohen I M. Fluid Mechanics, Fourth ed. [M]. Burlington: Academic Press, 2008.
- [139] Fu X J, Liu G, Tong R T, et al. A nonlinear six degrees of freedom dynamic model of planetary roller screw mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory. 2018, 119: 22–36.
- [140] 程光仁, 施祖康, 张超鹏. 滚珠螺旋传动设计基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.



## 在学期间的主要研究成果

### 科研项目

- [1] 国家自然科学基金项目,“行星滚柱丝杠副摩擦机理与传动效率的理论和实验研究”,负责行星滚柱丝杠副接触位置、间隙、受力和运动状态的分析,以及行星滚柱丝杠副性能测试试验台的搭建。
- [2] 国家自然科学基金青年基金项目,“行星滚柱丝杠副动刚度与传动精度耦合机理研究”,负责刚体状态下的行星滚柱丝杠副传动精度模型建立,实验样件的设计及其传动精度的实验测试。
- [3] 国家 863 计划项目“机电传动系统技术研究”,负责行星滚柱丝杠副的设计及其磨削加工过程中砂轮截形的计算。
- [4] 国家 863 计划项目,“×××系统基本性能测试与评估”,负责实验台体系统的机械设计、图纸绘制、装配和调试。
- [5] 横向课题,“×××传动机构综合性能测试平台”,负责测试平台的机械设计、图纸绘制、装配和调试。

### 学术论文

- [1] **Fu X J**, Liu G, Ma S J, Tong R T, Lim T C. Kinematics Model of Planetary Roller Screw Mechanism with Run-out and Position Errors [J], **ASME Journal of Mechanical Design**, 2018, 140(1): 032301-1–032301-10. DOI:10.1115/1.4039005. (**SCI : 000426877900008 IF:2.565**)
- [2] **Fu X J**, Liu G, Tong R T, Ma S J, Lim T C. A Nonlinear Six Degrees of Freedom Dynamic Model of Planetary Roller Screw Mechanism [J]. **Mechanism and Machine Theory**. 2018, 119: 22–36. (**SCI: 000413793000002 IF:2.577**)
- [3] **Fu X J**, Liu G, Ma S J, Tong R T, Lim T C. A Comprehensive Contact Analysis of Planetary Roller Screw Mechanism [J]. **ASME Journal of Mechanical Design**. 2017, 139(1): 012302-1–012302-11. (**SCI: 000392467400008 IF:2.565**)
- [4] **Fu X J**, Liu G, Ma S J, Zhang W J. A Method to Determine Grinding Wheel Profiles for Manufacturing Threads in Planetary Roller Screw Mechanism [C]. **ASME International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference**, 2017, Cleveland, Ohio, USA. (**EI: 20174704444407**)

- [5] 付晓军, 刘更, 马尚君, 佟瑞庭. 考虑零件偏斜的行星滚柱丝杠副啮合特性研究[J], 机械工程学报, 2017, 52(3): 25-33. (EI: 20171803618122)
- [6] 付晓军, 刘更, 马尚君, 佟瑞庭. 行星滚柱丝杠副螺旋曲面啮合机理研究[J], 机械工程学报, 2016, 52(3): 26-33. (EI: 20161102102933)
- [7] 刘更, 付晓军, 马尚君, 佟瑞庭. 行星滚柱丝杠副啮合原理研究进展[J], 机械传动, 2015, 39(7): 1-5.
- [8] 马尚君, 刘更, 付晓军, 张文杰. 考虑误差的行星滚柱丝杠副滚柱承载分布[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2015, 47(7):98-102. (EI: 20154101376742)
- [9] MA S J, Liu G, Tong R T, Fu X J. A Frictional Heat Model of Planetary Roller Screw Mechanism Considering Load Distribution [J], Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2015, 43(2): 164-182. (SCI/WOS:000342315500003)
- [10] Ma S J, Zhang T, Liu G, Fu X J. Kinematics of Planetary Roller Screw Mechanism Considering Helical Directions of Screw and Roller Threads [J], Mathematical Problems in Engineering, 2015, Article ID 459462. (SCI/WOS:000360756100001)
- [11] Fu X J, Liu G, Wenjie ZHANG. Influence of Carrier Position Error on the Kinematic characteristics of Planetary Roller Screw Mechanism [C]. JSME International Conference on Motion and Power Transmissions, Feb. 28-Mar. 3, 2017, Kyoto Terrsa, Japan, 2017: 602-607.
- [12] Zhang W J, Fu X J, Liu G. Research on Load Bearing Characteristics of Planetary Roller Screw Mechanism [C]. JSME International Conference on Motion and Power Transmissions, Feb. 28-Mar. 3, 2017, Kyoto Terrsa, Japan, 2017: 591-595.
- [13] Ma S J, Liu G, Fu X J. Research on Frictional Moments and Transmission Efficiency of Planetary Roller Screw [C]. STLE Annual Meeting & Exhibition, May. 18-21, 2014, Lake Buena Vista, Florida, USA.
- [14] 刘更, 马尚君, 付晓军. 行星滚柱丝杠传动—啮合原理[M]. 北京: 科学出版社, 2018. (已申请 2018 年国家科学技术学术著作出版基金).

## 授权专利

- [1] 刘更, 付晓军, 马尚君, 王海伟, 杨小辉, 刘岚, 吴立言. 多功能直线机电作动器性能试验台: 中国, ZL 2014 1 0228329.3[P]. 2016-10-05.
- [2] 刘更, 付晓军, 佟瑞庭, 马尚君, 谷文韬, 杨小辉, 吴立言, 刘岚, 王海伟. 可模拟工作安装环境的直线机电作动器性能测试试验台: 中国, ZL 2013 1 0618833[P]. 2016-07-06.



## 致谢

忙碌而充实的博士生活转瞬即逝。五年的学习和磨砺使我收获了很多，也成长了很多。谨借此机会，向在博士期间给过我帮助和鼓励的所有人表达最诚挚的谢意和感激。

首先，衷心感谢恩师刘更教授对我的淳淳教诲和悉心关怀。五年来，从论文的选题，小论文的撰写和修改、研究难点的攻克、实验系统的设计和实施到博士论文的完成，每一个环节无不凝聚着刘老师的汗水和心血。刘老师敏锐的学术思维，高深的学术造诣，严谨的学术态度，乐观、豁达的做人风格都深刻影响着我的学习和生活，并使我受益终身。除了在学术上的悉心指导，刘老师在生活上也给了我很多关心和关怀。值此完成之际，我向刘老师致以最诚挚的感谢！

感谢项目组的马尚君副研究员、佟瑞庭副教授和周勇副教授对我在学术研究中的指导。马尚君和佟瑞庭老师作为项目组的主要技术负责人，与作者就论文中各项工作的开展进行了深入的讨论，帮助我梳理了思路并给予我启发。周勇老师承担了 PRSM 综合性能试验台数据采集与控制系统和驱动系统的搭建和调试。同时，三位老师也分享了很多他们在做人与做事方面的经验，使得我能够从容地面对读博期间遇到的困难。

感谢项目组的张文杰、乔冠、万琦、王旭鹏、张涛、张力等博士，他们在项目开展以及博士论文研究的过程中给我提供了很多有益的意见和建议。感谢项目组的硕士贺继鹏、章雷、刘淑敏、姚琴、陈允香、李亚杰、朱忠良、郭智慧、刘琦、王嫚、彭城、李晓峰、郭辉、蔡威、杜传明、雷鑫等硕士，他们在小论文的修改以及实验系统的搭建过程中给了我更大帮助。感谢美国德州大学阿灵顿分校的 Lim T C 教授对我研究工作给予的指导，特别是在英文论文撰写时给予的大力支持和帮助。

感谢西北工业大学陕西省机电传动与控制工程实验室这样一个有着良好学术氛围与和睦人际关系的机构。在这五年的学习和生活中，吴立言教授、杨小辉副教授、刘岚副教授、王海伟副教授、韩冰老师、常乐浩、李阳、薛会玲、韩琳、任亚峰、袁冰等博士以及历届在这里学习过的硕士都给了我最大的帮助和关心。感谢各位的帮助和关心。

感谢袁朝辉教授和谷文韬副教授对我研究工作的支持；感谢航天一院研发中心、618 所和 611 所的王悦高工、胡务农研究员、刘莉、宋春雨和彭波工程师对我的帮助，他们丰富的工程经验给了我很多启发，对我的研究工作起到了很好的补充和引导作用；感谢西安交通大学的朱永生教授以及负责电机调试与零件加工的周亚鹏、王晓琳和张卫军工程师，他们为保障实验的顺利开展做了很多工作。

感谢父母和哥哥五年来在精神和经济上对自己的鼓励和支持！家人的理解和帮助是我不断前行的动力。

最后感谢各位评审专家，感谢你们在百忙之中抽出宝贵时间审阅作者的博士论文。

