

分类号 \_\_\_\_\_

学校代码 10487

学号 \_\_\_\_\_

密级 \_\_\_\_\_

華中科技大學

# 硕士学位论文

行星滚柱丝杠副刚度及效率的分析与研究

学位申请人：韦振兴

学科专业：机械设计及理论

指导老师：杨家军 教授

论文答辩日期 \_\_\_\_\_ 学位授予日期 \_\_\_\_\_

答辩委员会主席 \_\_\_\_\_ 评阅人 \_\_\_\_\_

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for  
the Degree of Master of Engineering

**The Analysis and Research of Stiffness and Efficiency  
for Planetary roller screw**

Candidate : Wei Zhenxing

Major : **Mechanical Design & Theory**

Supervisor: Prof. Yang Jiajun

**Huazhong University of Science & Technology**

**Wuhan 430074, P.R.China**

**JAN, 2011**

## 独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的科研成果。尽我所知，除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权华中科技大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密☐，在\_\_\_\_\_年解密后适用本授权书。

本论文属于

不保密☐。

（请在以上方框内打“√”）

学位论文作者签名：

指导教师签名：

日期： 年 月 日

日期： 年 月 日

## 摘要

行星滚柱丝杠副以其高速、重载、效率高、工作寿命长等特点，被广泛的应用到各种精密直线传动及大推力传动的场合，将逐步代替滚珠丝杠成为高精重载直线传动的首选零部件。但是由于国内对行星滚柱丝杠副的研制尚处于起步阶段，很多基础理论还不完善，本文主要针对行星滚柱丝杠副的刚度、摩擦力及效率等性能进行分析，并对其主要影响因素进行了探讨，为产品结构优化设计及系列化研制提供了理论基础。

本文首先分别采用赫兹理论和分形理论对行星滚柱丝杠副的接触变形进行了数学建模及数值分析计算，并对两种理论的计算结果进行了对比；其次在考虑丝杠的扭转变形与轴向拉压变形、丝杠副组件的轴向拉压变形、接触变形、螺纹变形等因素的情况下，对行星滚柱丝杠副的载荷分布进行了数学建模及计算，并对其轴向静刚度进行了分析计算，同时对影响轴向静刚度的各种因素如预紧力的施加方式及大小、螺旋升角、接触角等进行了分析；然后对行星滚柱丝杠副的摩擦力产生机理进行了研究，同时对其影响因素如预紧载荷、加工制造误差、润滑特性等进行了探讨，最后对其效率进行了数学建模及计算，同时对其主要影响因素如螺旋升角、接触角等进行了分析。

本文的创新点在于：应用分形理论实现对行星滚柱丝杠副接触刚度的数学建模与分析计算，并与基于赫兹理论的接触刚度模型计算结果进行了对比；对行星滚柱丝杠副的轴向静刚度、摩擦力及效率分别进行了数学建模及数值计算，并对其影响因素进行了探讨。本文的研究成果为行星滚柱丝杠副的结构优化分析、产品研制及应用提供了一定的理论基础与借鉴价值，为行星滚柱丝杠副的基础理论深入研究奠定了基础。

关键词：行星滚柱丝杠 赫兹接触 分形理论 轴向静刚度 摩擦力 效率



## **Abstract**

Planetary roller screw with its characteristics of high speed、overloading、high efficiency、long life and so on, has been widely applied to a variety of the occasion of precision transmission linear and high-thrust, gradually has been the first choice of heavy and high precision line-transmission parts instead of ball screw. However, due to the basic theory of the Planetary roller screw was still in the initial stage in the domestic, and there weren't appropriate theoretical basis and calculation model on the important performance indicators such as stiffness、friction、efficiency and so on. This paper mainly analyzed on these performance, and then studied on its main influencing factors. These all provides a good theoretical basis for the structure optimization and research and development of products of the planetary roller screw.

Firstly, This paper built the mathematical model and numerical analysed on the contact deformation of the planetary roller screw followed by the Hertz theory and Fractal theory, and then the computing result were compared; Secondly, taken into consideration the factors of the torsional and axial tension and compression deformation of the screw, the axial tension and compression deformation、contacting deformation、thread deformation of the vice assembly, the mathematical model of load distribution for the planetary roller screw have been built and calculated, and then the axial static stiffness were analyzed and calculated, the influencing factors of the the axial static stiffness such as the manner and size of the preload、helix angle、contacting angle and so on were discussed and analyzed simultaneously; Then the generation mechanism of the friction for planetary roller screw, and the influencing factors such as preload、Processing error、Lubrication characteristics and so on were discussed and analyzed simultaneously; Lastly, the mathematical model of efficiency were built and calculated, the influencing factors such as helix angle、contacting angle were analyzed.

The innovation is that as followed: built the mathematical modeling of the contact stiffness for planetary roller screw with the fractal theory, and then compared with the hertz theory. Then built numerical molding of the axial static stiffness、friction and efficiency for the planetary roller screw, and the influencing factors were analyzed and discussed. The result of the research provided a basis theory and reference value for the structure optimization, products research & development and application, and also laied a certain foundation for the

further basic theory research of planetary roller screw.

Keywords: Planetary roller screw    Hertz contact theory    Fractal Theory    Axial static stiffness    Friction    Efficiency

# 目录

|                            |      |
|----------------------------|------|
| 摘要.....                    | I    |
| Abstract .....             | II   |
| 1. 绪论                      |      |
| 1.1 课题来源 .....             | (1)  |
| 1.2 课题研究的目的和意义 .....       | (1)  |
| 1.3 行星滚柱丝杠副的结构及特点 .....    | (2)  |
| 1.4 国内外的研究现状 .....         | (5)  |
| 1.5 课题研究工作 .....           | (7)  |
| 2. 行星滚柱丝杠副的接触变形            |      |
| 2.1 接触理论基础 .....           | (9)  |
| 2.2 采用赫兹理论分析计算接触变形 .....   | (12) |
| 2.3 采用分形理论分析计算接触变形 .....   | (15) |
| 2.4 赫兹理论与分型理论计算结果的比较 ..... | (19) |
| 2.5 本章小结 .....             | (20) |
| 3. 行星滚柱丝杠轴向静刚度             |      |
| 3.1 丝杠轴向变形 .....           | (21) |
| 3.2 行星滚柱丝杠副组件轴向变形 .....    | (24) |
| 3.3 行星滚柱丝杠轴向总静刚度 .....     | (31) |
| 3.4 行星滚柱丝杠副刚度影响因素 .....    | (32) |
| 3.5 本章小结 .....             | (41) |
| 4. 行星滚柱丝杠副摩擦力与效率分析         |      |
| 4.1 摩擦力分析 .....            | (43) |
| 4.2 效率分析 .....             | (47) |

|                 |      |
|-----------------|------|
| 4.3 本章小结 .....  | (50) |
| 5.总结与展望         |      |
| 5.1 总结 .....    | (51) |
| 5.2 展望 .....    | (51) |
| 致谢 .....        | (53) |
| 参考文献 .....      | (54) |
| 硕士期间完成的论文 ..... | (58) |

# 1. 绪论

## 1.1 课题来源

本课题来源于华中科技大学机械学院与山东博特精工股份有限公司的合作项目“行星滚柱丝杠副基础理论研究”。针对目前国内行星滚柱丝杠副基础理论研究工作存在的严重不足，本文主要对行星滚柱丝杠的轴向静刚度、摩擦力及工作效率等进行了数学建模分析并对其影响因素进行了分析研究。

## 1.2 课题研究的目的是和意义

行星滚柱丝杠起源于二十世纪四十年代左右，并于 1942 年获得了发明专利，但是直到二十世纪中叶，美国人将其应用于军用直升飞机上，才得到真正的使用和大规模的推广。由于其相比滚珠丝杠承载能力更强、速度更快、精度更高、寿命更长等特点，使其成为航空机械、数控机床、精密仪器和仪表等精密机械设备中最为关键的基础部件之一，并得到了相当广泛的应用<sup>[1]</sup>。

随着高速高精加工技术的不断发展，数控机床传统的“旋转伺服电机+滚珠丝杠”传动方式的缺陷不断表现出来：滚珠丝杠副为点接触，其承载能力和轴向接触刚度不足，以致直线传动系统的刚度不足；由于滚珠丝杠副中有循环返回装置，因此当直线速度很高时，必然会带来噪声过大、温升快和寿命低等一系列的问题等等，严重制约了滚珠丝杠副高速化的发展，满足不了重载高速高精的数控机床要求<sup>[2, 3]</sup>。

近些年，虽然出现了一种全新的非接触式精密直线传动单元——直线电机，其传动效率高、系统刚度高、负载可直接作用于电机上，因而当电机带动负载运动时，与一般的滚珠丝杠副相比，直线电机显示出极高的动态刚度以及传动精度。但到目前为止其推动力仍较小，不适合在重载场合采用；且由于其自身结构的齿槽效应和端部效应致使其在高速运行时不平稳，再加之控制系统复杂、价格高、对周围的工作环境要求高以及安装维修不方便等缺陷使之不能在重型切削机床中得到广泛的应用<sup>[4]</sup>。

行星滚柱丝杠副作为一种新型的直线传动单元，其主要由滚柱、丝杠、螺母组成，三者之间多点接触，安装维修简单，且由于其高速高精、重载、可在恶劣工况下长时间工作等显著的特点，广泛应用于精密仪器、数控机床、加工中心、工业机器人、注塑机、光电设备、医疗器械和航空航天等精密传动场合<sup>[5]</sup>，并作为大推力电动缸的主要关键部件之一广泛应用于冶金、矿山、武器装备等重载场合<sup>[6]</sup>。并得到越来越得到

广泛的应用，在某些领域已经完全替代了滚珠丝杠副。

但是直到目前为止，基础理论的薄弱一直是制约我国行星滚柱丝杠研制水平及产品推广度的瓶颈，只有深入开展行星滚柱丝杠的基础理论研究，精确计算出其基本性能曲线，分析出其主要影响因素，才能使用户更好的了解产品性能，使厂商有针对性的采取措施，优化产品结构、提高产品质量，从而使产品在国内外市场上更具竞争力。

## 1.3 行星滚柱丝杠副的结构及特点

### 1.3.1 行星滚柱丝杠副的结构

行星滚柱丝杠副按不同类别可分类如下：

a.按滚柱相对于螺母和丝杠的轴向运动可分为标准型、差动型、循环型三种，结构图如图 1.1 所示。<sup>[7-9]</sup>

标准型：滚柱与螺母之间的轴向相对运动较小，滚柱与丝杠有轴向相对运动，此种一般结构为长丝杠—短螺母组合，结构如图 1.1（a）所示；

差动型：滚柱与丝杠之间的轴向相对运动较小，滚柱与螺母有轴向相对运动，此种一般结构为短丝杠—长螺母组合，结构如图 1.1（b）所示；

循环型：滚柱与螺母之间的轴向相对运动较小，滚柱与丝杠有轴向相对运动，此种滚柱与螺母的螺纹均无螺旋升角，仅丝杠具有螺旋升角，结构如图 1.1（c）所示。

b.按安装的方式可分为：圆柱式、螺纹式、法兰螺母三种类型<sup>[10]</sup>。

c.按精度实现能力可分为：无预紧型和预紧型，其中预紧型又可分为单螺母和双螺母预紧两种。

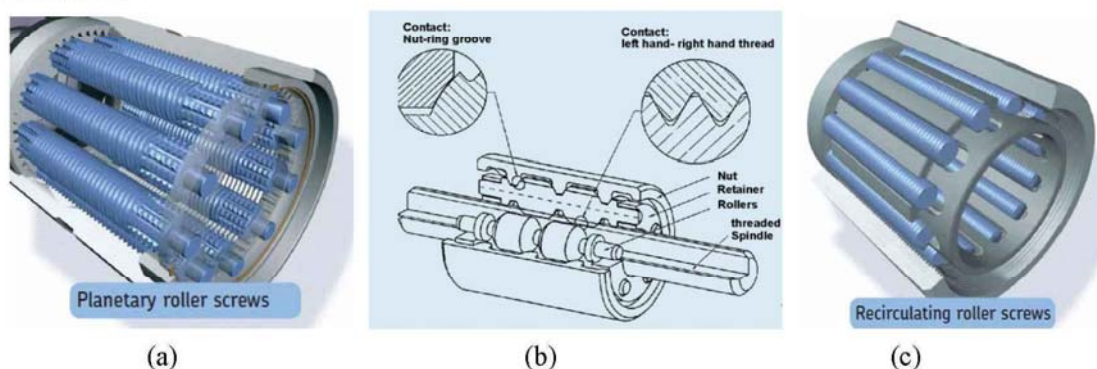


图 1.1 行星滚柱丝杠副的分类

无论何种形式的行星滚柱丝杠副，基本结构均由“丝杠+螺母+滚柱”三部分组成，图 1.2 为行星滚柱丝杠副三维模型。

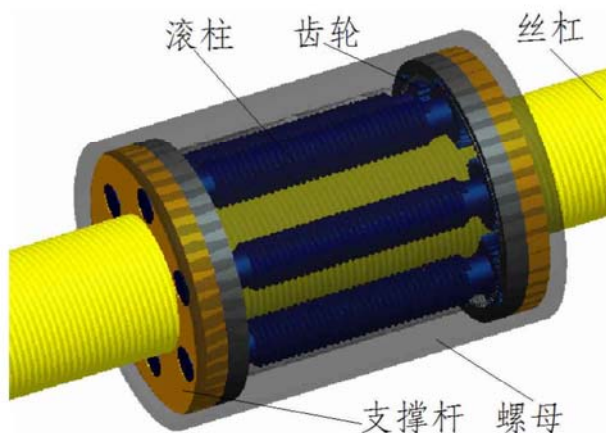


图 1.2 基于 PRO/E 的行星滚柱丝杠副三维模型

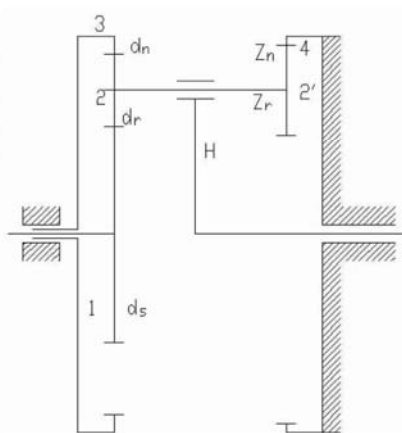


图 1.3 行星滚柱丝杠副传动原理图

图 1.3 中：1—丝杠，2—滚柱，3—螺母，2'—与滚柱一体的行星齿轮，4—与行星齿轮相啮合的中心轮（内齿轮）， $H$ —行星滚柱丝杠副的转臂； $d_n$ —螺母的公称直径， $d_r$ —滚柱的公称直径， $d_s$ —丝杠公称直径， $z_n$ —中心轮齿数， $z_r$ —行星轮齿数。

行星滚柱丝杠副的工作原理为：丝杠视为太阳轮，滚柱视为行星轮，螺母视为中心轮，当丝杠旋转且螺母的周向固定时，滚柱在圆周方向做类行星运动，同时通过螺旋传动将丝杠（或螺母）的回转运动转换为螺母（或丝杠）的直线往复运动。滚柱两边的齿轮可保证滚柱与丝杠、螺母间啮合传动的同步性和在节圆处为纯滚动，以及避免由个别滚柱打滑所造成的干涉现象。

### 1.3.2 行星滚柱丝杠副的特点

行星滚动丝杠与传统的滚珠丝杠相比有以下特点<sup>[6, 11]</sup>：

#### a. 承载能力更强、刚性更高、结构更紧凑

行星滚动丝杠为多点接触，而传统的滚珠丝杠为点接触，因此与同规格的滚珠丝杠相比，具有更强的承载能力、更高的系统刚性。在提供相同推力的情况下，相比传统的滚珠丝杠，其结构尺寸更加紧凑。

#### b. 速度更快

传统的梯形丝杠由于螺母和螺牙之间彼此互相制约，因此运行速度很低；而对于滚珠丝杠，当丝杠在高速转动时受到滚珠之间容易相互碰撞等因素的制约，致使丝杠的转动速度一般在 2000rpm 左右；而行星滚动丝杠机构由于结构特点，无类似上述情况的限制，丝杠旋转速度高达 6000rpm，可获得更高的直线运动速度。

#### c. 磨损更小、寿命更长



由于行星滚柱丝杠副为多点接触，且可采用外循环润滑冷却装置，因此在相同负载的作用下，其磨损量相比滚珠丝杠更小。在相同工况下尤其当在含有水汽、沙尘、腐蚀性气体等恶劣的环境下连续正常工作时，其使用寿命是相同规格滚珠丝杠的 15 倍左右。

#### d. 安装与维护方便

行星滚柱丝杠的螺母可以轻松从丝杠上旋出，滚柱却不会散落在地，若重新装配，精度仍可得到足够的保证；而当滚珠丝杠的螺母从丝杠上退出时，滚珠容易散落，若再次装配时精度将很难满足要求。

如表 1.1 所示为行星滚柱丝杠与其他直线传动单元的相关性能对比情况<sup>[12]</sup>。

表 1.1 行星滚柱丝杠与其他直线传动单元的性能对比

|        | 行星滚柱丝杠 | 梯形丝杠 | 滚珠丝杠 | 液压缸     | 气动缸      |
|--------|--------|------|------|---------|----------|
| 承载率    | A 5    | A 4  | A 4  | A 5     | A 4      |
| 寿命     | A 5    | A 1  | A 3  | A 4     | A 4      |
| 速度     | A 5    | A 2  | A 3  | A 3     | A 5      |
| 加速度    | A 5    | A 2  | A 3  | A 5     | A 5      |
| 刚度     | A 5    | A 5  | A 3  | A 5     | A 1      |
| 摩擦力    | B 2    | B 4  | B 2  | B 4     | B 3      |
| 效率     | >90%   | ≈40% | >90% | <50%    | <50%     |
| 位置自动控制 | A 4    | A 3  | A 4  | A 2     | A 1      |
| 抗冲击载荷  | A 5    | A 5  | A 3  | A 5     | A 4      |
| 空间体积   | B 2    | B 3  | B 3  | B 4     | B 4      |
| 环境污染   | B 2    | B 2  | B 2  | B 4（漏油） | B 4（噪声大） |
| 维修费用   | B 1    | B 4  | B 3  | B 5     | B 4      |
| 安装性    | A 2    | A 1  | A 2  | A 4     | A 5      |

表中：1, 2, 3, 4, 5 表示程度等级的加深；A—表示性能优良，B—表示负面程度。

由表 1.1 可知，在承载率、速度、加速度、寿命等性能方面，行星滚柱丝杠明显优于梯形丝杠、滚珠丝杠，在效率、维修费用、对环境污染程度方面，其明显优于液压缸、气动缸。通过比较可知其作为新型的直线运动单元，将有很广泛的市场及很好的研究价值。但是由于国内长期对制造业的重视不足，致使研究基础较差，虽有一些厂商或大专院校在行星滚柱丝杠副的研制方面有着不同程度的涉足，但至今仍无相关成熟产品，从而致使其在国内的价格明显偏高，到目前为止仅在大推力原动件、高精高速重载传动部件等高附加值以及含腐蚀性气体等恶劣工况条件下的直线传动场合中得到了广泛的应用。



## 1.4 国内外的研究现状

### 1.4.1 国外研究应用与发展概况

#### a. 国外行星滚柱丝杠副的发展历程

瑞典人 Carl Bruno Strandgren 于 1942 年申请了循环式滚柱丝杠的发明专利，当时的滚柱无螺旋升角；于 1954 年申请了带螺旋升角的滚柱的滚柱丝杠的专利；此后申请了一系列的关于滚柱丝杠副的专利。William J. Roantree 于 1968 年申请了差动性滚柱丝杠副的专利；Oliver Saari 于 1986 年申请了轴承环型滚柱丝杠的专利；Timothy A. Erhart 于 1996 年申请了包含差动轴承环型滚柱丝杠的线性马达专利。至此，行星滚柱丝杠已发展成为较成熟的系列产品在全球广泛推广开来<sup>[13-15]</sup>。

现目前为止，全球生产行星滚柱丝杠的厂商及产品规格分别为：瑞典 SKF 公司为世界第一大行星滚柱丝杠副生产厂商，其产品主要有 SR、TR/PR、SV、PV 系列，几乎覆盖了所有的规格尺寸范围，产品主要应用于军事武器、航空航天、石油钻井、注塑机、机器人、数控机床等领域<sup>[16]</sup>；瑞士 Rollvis 公司的 RV、RVR、BRV 系列；德国 INA 公司的 RGT、RGTF 系列；美国 Exlar 公司的 PRS 系列；英国 Power Jack 公司的 Spiracon 系列；德国 Steinmeyer 公司的 DRS 系列；突尼斯 Nook 公司的 NRS 系列；美国 LSI 公司的 LTE 系列；意大利 Vcs. SPA 公司；法国 Transrl 公司等<sup>[7, 12, 16]</sup>。

#### b. 国外行星滚柱丝杠的基础理论研究现状

日本的大冢二郎等曾于 1984 年对行星滚柱丝杠的运动学及刚度进行了相关研究；俄罗斯的 KahA. TexH 等在 1986 年对行星滚柱丝杠的传动精度、传动误差及自锁性等进行了较深入的研究；SKF 公司一直致力于行星滚柱丝杠的基础理论研究，不断采用新的理论，并通过大量的实验来完善其理论，其工程师 Pierre C. Lemor 等早在 1996 年就行星滚柱丝杠的失效形式及工作效率的发表了相关论文<sup>[17]</sup>；加州大学戴维斯分校的 Steven A. Velinsky 等于 2009 年主要分析了行星滚柱丝杠理想情况及滑移存在情况下的圆周运动、行星滚柱丝杠副的工作效率等<sup>[18]</sup>；伊朗的 Yousef Hojjat 等在 2009 年对行星滚柱丝杠发生滑移的承载力和极限进行了较深入的研究<sup>[19]</sup>。

#### c. 国外弹性接触理论发展状况

传统的弹性接触刚度理论模型是以 SKF 的工程师赫兹于 1881 年所推导出的理想球面弹性接触理论为基础而建立的，到目前为止仍广泛应用于齿轮、轴承、滚珠丝杠等零部件的接触刚度及疲劳寿命计算。但是采用赫兹理论计算应力应变仍存在很多弊端，如：在进行接触面积或接触处变形计算时没有考虑粗糙度的影响，因此造成与实际数值相差较大，同时在对接触表面形貌的模拟时受仪器的分辨率影响较大等，这些

与精密传动部件的要求所不符，因此更加切合实际的新型理论方法有待开展<sup>[20]</sup>。

统计接触理论模型是由 Greenwood 和 Williamson 基于统计分析原理所提出的一种较新的接触分析理论，该理论将两非光滑问题的接触表面分别假设为粗糙表面与光滑表面，同时引入了塑性指数的概念，通过该参数可判断触状态是弹性还是塑性，并且可以将材料本身的物理性能参数和接触面的几何特性参数联系起来。由于 G-W 模型的假设基础为微凸体接触时峰顶曲率半径与峰高相互独立，该假设条件仅在轻载时才近似成立，而在重载时将产生较大误差；此外，微凸体峰顶曲率半径相同的假设条件也不符合实际情况。Whitehouse 和 Archard 在 G-W 模型的基础上提出了 W-A 模型，该模型考虑了接触时峰顶曲率半径与峰高之间的相关性。但实际上两者计算结果差别不是很大，只是 G-W 侧重于物理概念，W-A 侧重于数字与随机过程理论。

分形接触理论模型是由 Majumdar 和 Bhushan 于 1991 年基于 W-M 分形函数所提出的以分形几何为基础的一种新型的理论模型，该模型分析了微接触点的变形性质，推导出了总载荷与真实接触面积的相关公式等<sup>[21, 22]</sup>，Wang 和 Komvopoulo 于 1998 年针对 M-B 模型所存在的一些不足之处进行了相应的改进，将接触形式分为完全弹性变形、弹塑性变形与完全塑性变形三种，并在分析计算时加入了加工硬化和摩擦的影响因素<sup>[23]</sup>。利用该理论方法来分析研究工程实际接触问题，可以在解决复杂的非线性接触问题时得到更加准确的实际接触面积，提供更精确的接触应力、接触刚度、接触强度、摩擦力等性能数据的预测。目前该理论主要应用于结合面的接触分析与齿轮的接触分析等场合，对丝杠副尤其是行星滚柱丝杠副的接触分析尚属首例。本文通过对行星滚柱丝杠副的接触情况进行分析，基于分型接触理论，推导出其接触刚度模型，为以后对行星滚柱丝杠副的接触刚度理论研究提出了一种新的思路与方法。

#### 1.4.2 国内研究现状

##### a. 国内行星滚柱丝杠副的发展历程

行星滚柱丝杠的概念引入国内大概有 20 年左右的历史，但是到目前为止，国内在研制行星滚柱丝杠副的企业仍然很少，且尚无定型批量生产的自主品牌行星滚柱丝杠。主要有：济宁的山东博特精工股份有限公司于近年来开始研制具有自主知识产权的 JBSX 系列行星滚柱丝杠<sup>[24]</sup>，该产品其具有重载、大导程、高直线度等特点；南京的优励聂夫科技有限公司也于近些年致力于行星滚柱丝杠的研发生产，其主要代工生产国外产品<sup>[25]</sup>，同时结合国外先进技术，推出了 PRZS、PRSS 等系列产品<sup>[26]</sup>，等等。但是国内企业所生产的行星滚柱丝杠副大多不能满足精度要求，在运行时振动噪声较大；且多无自主品牌，没有系统的基础理论做指导，现大多为国外企业的代工厂。

## b.国内基础理论研究现状

华中科技大学机械学院的靳谦忠、孙健利教授于 1993 年就对行星滚柱丝杠的基础理论做了较深入的研究，主要分析了行星滚柱丝杠的运动特性、基于赫兹理论的轴向静刚度计算、摩擦力的产生机理等，并对行星滚柱丝杠的结构优化做了一定的设想<sup>[27, 28]</sup>；靳谦忠、杨家军、孙健利于 1998 年对行星滚柱丝杠副的工作原理、运动特性进行了更深入的研究，并对基本设计参数进行了确定<sup>[29]</sup>；同年又对行星滚柱丝杠副的摩擦机理进行了研究探讨，主要分析了由于弹性滞后和自旋滑动所引起的摩擦，并推导出了摩擦力矩与所施加载荷之间的计算公式<sup>[30]</sup>；接着在 1999 年对行星滚柱丝杠的载荷分布规律及静刚度进行了分析研究，并与滚珠丝杠的静刚度进行了比较<sup>[31]</sup>。

天津大学精密仪器测试技术及仪器实验室的赵英和倪洁等对行星滚柱丝杠副中丝杠与滚柱之间的啮合传动进行了一定的研究<sup>[32]</sup>。南京理工大学的陈芳对两级行星滚柱丝杠的结构及运动特性进行了一定的分析，分别采用赫兹理论与有限元方法对单级行星滚柱丝杠副的轴向静刚度进行了计算，然后对两级行星滚柱丝杠副的轴向刚度及传动准确度进行了相关研究<sup>[25]</sup>。另外国内其他高校也对行星滚柱丝杠副的基础理论做了相应的研究，如：广东工业大学的于兆勤、张伯霖<sup>[8]</sup>，陕西理工大学的陈曼龙等都行星滚柱丝杠副做了不同程度的研究<sup>[33-35]</sup>。

综上所述，随着国内数控机床行业“快、重、精”的发展趋势以及生产制造能力的大幅提升，行星滚柱丝杠副将会在国内得到更加广泛的应用及生产，逐步成为滚珠丝杠的替代品，而对其基础理论的研究也迫在眉睫。

## 1.5 课题研究工作

本文主要针对国内行星滚柱丝杠副研制过程中所出现的基础理论薄弱、制造加工精度不足、装配后噪声振动过大等问题，采用数值运算，对行星滚柱丝杠副的基础理论如静刚度、摩擦力和效率进行了分析研究，为其产品生产开发及选型奠定了一定的理论基础。本文主要研究内容如下：

第一章：提出课题来源，简单介绍了行星滚柱丝杠副的结构特点、研究背景和国内外研究状况，并说明了研究意义和内容。

第二章：对赫兹和分形两种接触理论进行了阐述，并依次采用赫兹接触理论和修订分形接触理论对行星滚柱丝杠副的轴向接触变形进行了分析计算。

第三章：分析了行星滚柱丝杠副丝杠的轴向变形、行星滚柱丝杠副组件的承载模型及轴向变形等，计算了行星滚柱丝杠副的轴向总静刚度，并对刚度的各种影响因素

进行了探讨研究。

第四章：分析了行星滚柱丝杠副的摩擦力的产生机理，并对各种影响因素进行了探讨；最后对行星滚柱丝杠的传动效率进行了计算并对其结构影响因素进行了探讨。

## 2. 行星滚柱丝杠副的接触变形

### 2.1 接触理论基础

接触理论起源于赫兹于 1882 年所提出的经典接触理论,后来经过许多科学家与工程师的努力,不断发展了统计理论和分形接触理论,所考虑的实际接触参数越来越多,建立的模型也越来越精确。

#### 2.1.1 经典赫兹接触理论

经典的赫兹理论模型是基于下述假设条件所建立的<sup>[36]</sup>:

- ①两接触表面很光滑,且只产生弹性变形;
- ②接触面尺寸与接触物体表面的曲率半径相比很小(接触点发生小变形);
- ③接触表面仅有垂直载荷作用,不计接触物体之间的摩擦。

该理论由于其弹性接触物体的模型精度较高,计算速度较快等特点,经过若干年的发展,已经在很多弹性接触领域得到了广泛的应用。如:国内外齿轮、轴承等相关零部件的刚度、强度计算标准均以赫兹理论而建立,等等。由于经典赫兹理论为近似值,再加之其模型假设条件所限,致使其求解接触问题存在着一定的缺陷,如:其假设条件为无摩擦存在且必须是弹性固体,对塑性及弹塑性接触问题未加考虑。因而对存在摩擦时的两物体、粘弹性材料间接触时进行计算时模型计算精度不高,等等<sup>[37]</sup>。而行星滚柱丝杠副的滚柱与丝杠、螺母之间,端面轴承与螺母,端部齿轮之间均存在着不同程度的摩擦,利用该理论基础进行求解模型不是很精确<sup>[38]</sup>。

#### 2.1.2 分形接触理论

##### a. 经典 MB 分形模型

Majumdar 和 Bhushan 于 1991 年在 W-M 分形函数和分形参数尺度相互独立的基础上提出了分形理论。该模型将两粗糙表面之间的接触简化为等效的粗糙表面与假想的刚性光滑平面之间的接触,并基于 W-M 函数求解出表面微凸体最顶端的曲率半径  $R$  及其对应的变形量  $\delta$  均为微接触点面积  $\alpha$  的函数,同时将粗糙表面接触点的分布规律与海洋面岛屿的面积分布规律联系起来,利用 Greenwood 等和 Johnson 的研究成果分析了微接触点的相关变形性质,推导出弹、塑性临界点的微接触面积,实际弹、塑性接触面积的计算公式;以及实际接触面积与载荷的表达式。如图 2.1、2.2 所示,为 M-B 分形接触模型图<sup>[21, 22]</sup>。

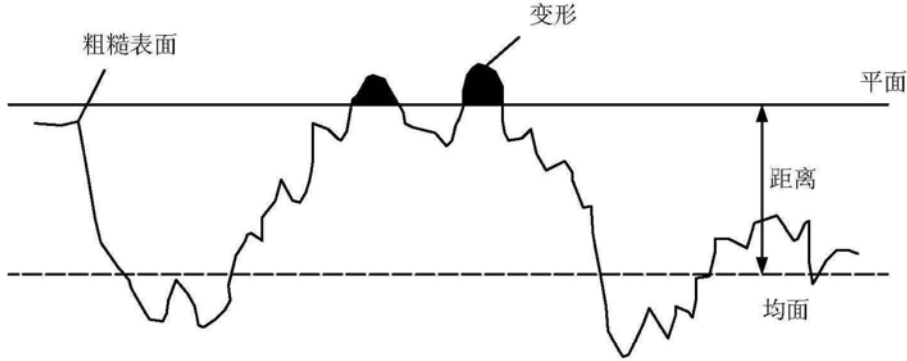


图 2.1 粗糙表面与光滑平面的接触

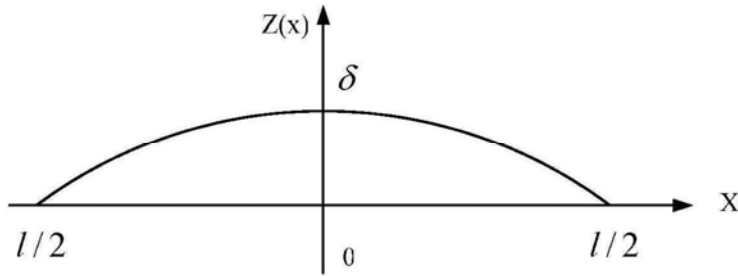


图 2.2 与长度为1的接触点几何形状

其微接触截面大小的分布函数为：

$$n(a) = \frac{2-D}{2} a_l^{D/2} a^{-(2+D)/2} \quad (2.1)$$

式 (2.1) 中： $a_l$  为最大微接触面积， $a$  为接触点处面积， $D$  为轮廓分形维数，该参数可定量的表征表面轮廓在所有尺度上的不规则和复杂程度。

当最大微接触点面积大于临界微接触面积时，即  $a_l > a_c$ ，其总载荷为弹性接触载荷与塑性接触载荷之和，则总载荷与实际接触面积的关系为：

$$P = \frac{4}{3} \sqrt{\pi} E G^{(D-1)} \int_{a_c}^{a_l} n(a) a^{(3-D)/2} da + K \sigma_y \int_{a_s}^{a_c} n(a) a da \quad (2.2)$$

式 (2.2) 中： $a_c$  为临界微接触面积， $\sigma_y$  为材料的屈服强度， $K$  为接触面硬度  $H$  与材料强度  $\sigma_y$  的比例关系， $K = H / \sigma_y$ ， $G$  为分形尺度。

当最大微接触点面积小于临界微接触面积时，即  $a_l < a_c$ ，所有接触点都处于塑性

接触，则总载荷与实际接触面积的关系为：

$$P = K \sigma_y \int_{a_s}^{a_o} n(a) a da = K \sigma_y A_r \quad (2.3)$$

式 (2.3) 中：  $A_r$  为最大真实接触面积。

虽然到目前为止，M-B 分形接触模型已广泛的应用于粗糙表面的接触刚度分析计算、摩擦因素预测等；但是仍存在如下不足<sup>[39]</sup>：

- ①仅考虑了接触表面的弹性和塑性两种变形方式，没有考虑弹塑性变形的情况；
- ②从弹性变形与塑性变形的转换是突变的过程，与客观规律不相符合；
- ③尚有诸多因素未加考虑，如：材料的加工硬化、微接触点处的摩擦力等等<sup>[40]</sup>。

而这些因素在高速重载下的齿轮与丝杠等传动方式中经常存在。

#### b. M-B 修正分形模型

Wang 和 Komvopoulos 针对 M-B 分形模型中所存在的不足，进行了适当的修订。首先，他们明确了微接触截面积与实际微接触面积的区别，通过引入扩展系数  $\psi$ ，使得微接触面积的分布函数与真实接触面积的关系式更为合理。其次，将接触状态分为完全弹性接触、弹塑性接触、完全塑性接触三种，并在考虑摩擦和加工硬化等因素的情况下，推出了各种状态下微凸体的平均接触压力关系，M-B 修正模型如图 2.3 所示<sup>[23, 39, 41]</sup>。

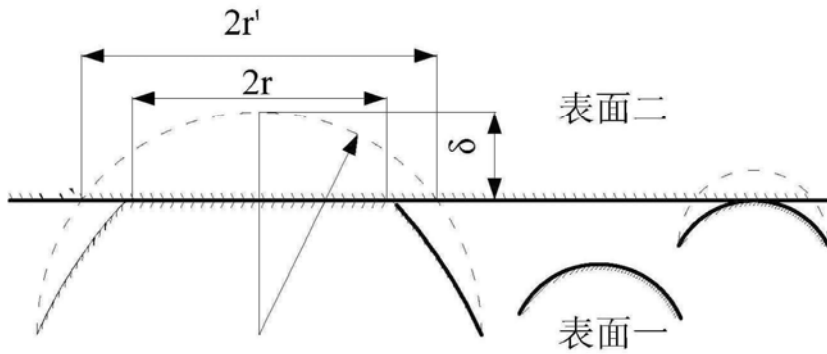


图 2.3 当量粗糙表面一与理想刚性表面二的接触

Wang 和 Komvopoulos 所提出的 M-B 修正模型中，微接触截面积分布函数为：

$$n(a) = \begin{cases} \frac{2-D}{2} \Psi^{(2-D)/2} a_l^{D/2} a^{-(2+D)/2}, & 0 < a < a_l \\ 0, & a_l < a < +\infty \end{cases} \quad (2.4)$$

式 (2.4) 中： $\Psi$  为扩展系数。

如果最大微接触点面积大于临界微接触面积，则总载荷的无量纲形式为：

$$P_a = \begin{cases} \frac{4}{3} \sqrt{\pi} E G^{*(D-1)} g_1(D) \Psi^{\frac{(D-2)^2}{4}} A_r^{*\frac{D}{2}} \cdot \left[ \left( \frac{2-D}{D} \Psi^{\frac{D-2}{2}} A_r^* \right)^{\frac{3-2D}{2}} - a_c^{*\frac{3-2D}{2}} \right] \\ \quad + K \sigma_y g_2(D) \Psi^{\frac{(D-2)^2}{4}} A_r^{*\frac{D}{2}} a_c^{*\frac{2-D}{2}}, & D \neq 1.5 \\ \frac{3^{-\frac{3}{4}} E G^{*2} \Psi^{\frac{1}{16}} A_r^{*\frac{3}{4}} \ln\left(\frac{A_r^*}{\frac{1}{3} \Psi^{\frac{1}{4}} A_c^*}\right) + 3^{\frac{1}{4}} K \sigma_y \Psi^{\frac{1}{16}} A_r^{*\frac{3}{4}} a_c^{*\frac{1}{4}}}{3 \Psi^{\frac{1}{4}} A_c^*}, & D = 1.5 \end{cases} \quad (2.5)$$

式 (2.5) 中： $P_a$  为无量纲载荷， $G^*$  为无量纲分形粗糙度参数， $A_r^*$  为无量纲真实接触面积， $a_c^*$  为无量纲临界微接触面积。

$$\begin{cases} g_1(D) = \frac{D}{3-2D} \left( \frac{2-D}{D} \right)^{D/2} \\ g_2(D) = \left( \frac{D}{2-D} \right)^{(2-D)/2} \end{cases}, \quad P_a = \frac{P}{A_a}, \quad G^* = \frac{G}{\sqrt{A_a}}, \quad A_r^* = \frac{A_r}{A_a}, \quad a_c^* = \frac{a_c}{A_a} \quad (2.6)$$

式 (2.6) 中： $A_a$  为名义接触面积。

如果最大微接触点面积小于临界微接触面积，则总载荷为：

$$P = K \sigma_y \int_{a_s}^{a_c} n(a) a da = K \sigma_y A_r \quad (2.7)$$

## 2.2 采用赫兹理论分析计算接触变形

由于行星滚柱丝杠副的滚柱与丝杠、滚柱与螺母之间接触部分发生小变形，假设该接触变形为弹性变形，不考虑其接触面之间的摩擦力，可采用赫兹理论计算其接触变形，计算方法流程图如图 2.4 所示。



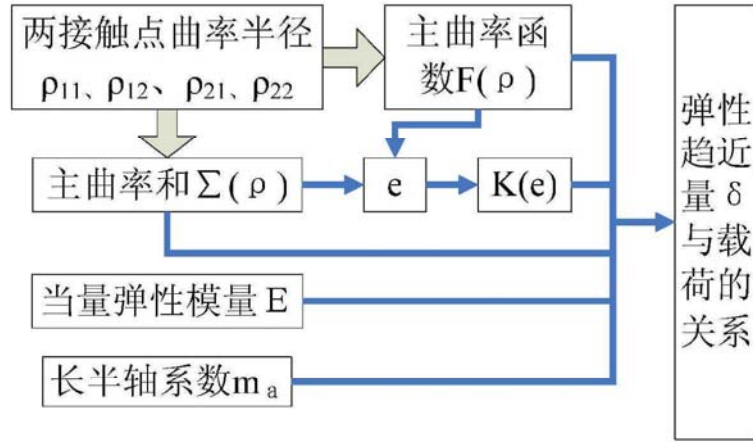


图 2.4 利用赫兹理论求解接触变形的流程图

根据赫兹理论，两接触物体发生弹性变形的椭圆面长半轴  $a$ 、短半轴  $b$  及弹性变量  $\delta$  分别为：

$$a = m_a \sqrt[3]{1.5QE / \Sigma \rho} \quad (2.8)$$

$$b = m_b \sqrt[3]{1.5QE / \Sigma \rho} \quad (2.9)$$

$$\delta = [K(e) / (\pi m_a)] \sqrt[3]{[1.5E]^2 Q^2 \Sigma \rho} \quad (2.10)$$

在式 (2.8) ~ (2.10) 中：

$E$  为两个物体接触时的综合杨氏模量，其值为：

$$E = (1 - \mu_1^2) / E_1 + (1 - \mu_2^2) / E_2 \quad (2.11)$$

$\mu_1$ 、 $\mu_2$ 、 $E_1$ 、 $E_2$  分别为两个接触物体材料的泊松比和杨氏模量；

$$m_a = \sqrt[3]{2L(e) / [\pi(1 - e^2)]}, m_b = \sqrt[3]{2L(e)(1 - e^2)^{0.5} / \pi}, e = \sqrt{1 - (b/a)^2} \quad (2.12)$$

$\Sigma \rho$  为两个接触物体的主曲率和，其值为：

$$\Sigma \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} \quad (2.13)$$

行星滚柱丝杠中丝杠与滚柱接触时，其第一、二主曲率分别为：

$$\rho_{11} = \rho_{12} = \frac{1}{R}; \rho_{21} = 0; \rho_{22} = \frac{2 \cos \alpha}{d_m - 2R \cos \alpha} \quad (2.14)$$

行星滚柱丝杠中螺母与滚柱接触时，其第一、二主曲率分别为：

$$\rho_{11} = \rho_{12} = \frac{1}{R}; \quad \rho_{21} = 0; \quad \rho_{22} = -\frac{2 \cos \alpha}{d_m + 2R \cos \alpha} \quad (2.15)$$

主曲率函数（参考）：

$$F(\rho) = \left| (\rho_{11} - \rho_{12}) + (\rho_{11} - \rho_{12}) \right| / \Sigma \rho \quad (2.16)$$

将式（2.14）、（2.15）代入主曲率函数表达式（2.16）可求出  $F(\rho)$ ，然后将求得的

$F(\rho)$  代入（2.17）式可求得  $e$  值：

$$F(\rho) = \frac{(2 - e^2)L(e) - 2(1 - e^2)K(e)}{e^2 L(e)} \quad (2.17)$$

式中  $K(e)$ 、 $L(e)$  分别为椭圆的第一、第二类积分，对  $K(e)$ 、 $L(e)$  及  $e$  的求解方程组为超越方程组，采用一般方法解较复杂。在 Matlab 中，可通过对  $e$  进行合理的定义，然后编写相关程序即可求出其精确解<sup>[42-44]</sup>。 $K(e)$ 、 $L(e)$  与  $e$  的关系如图 2.5 所示， $e$ 、 $m_a$ 、 $m_b$  等与  $F(\rho)$  的关系如图 2.6 所示，参考文献<sup>[45]</sup>，可知其计算数据正确。

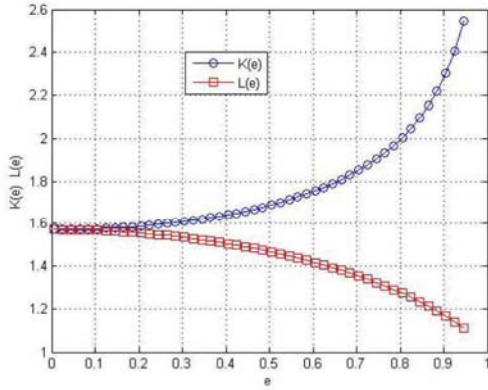


图 2.5  $K(e)$ 、 $L(e)$  与  $e$  的关系图

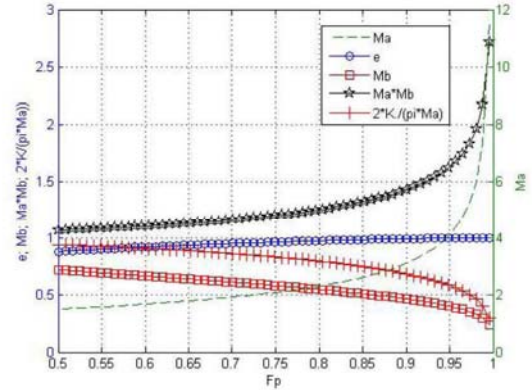


图 2.6  $e$ 、 $m_a$ 、 $m_b$  等与  $F(\rho)$  的关系图

对于丝杠公称直径为 30，头数为 5 的行星滚柱丝杠副，滚柱与丝杠的接触面变形参数  $a_s$ 、 $b_s$ 、 $\delta_s$  以及滚柱与螺母的接触面参数  $a_n$ 、 $b_n$ 、 $\delta_n$  与  $Q$  之间的关系如图 2.7 所示。

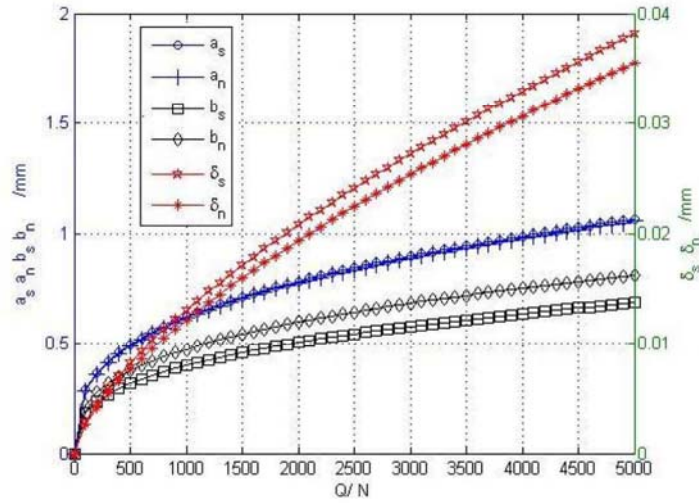


图 2.7  $a_s$ 、 $a_n$ 、 $b_s$ 、 $b_n$ 、 $\delta_s$ 、 $\delta_n$  与  $Q$  的关系图

由式 (2.10) 可得，丝杠、螺母分别与滚柱接触时的赫兹弹性变形为：

$$\delta_{sN} = C_s F_N^{2/3} \quad \delta_{nN} = C_n F_N^{2/3} \quad (2.18)$$

式 (2.18) 中： $C_s$  为丝杠的赫兹变形刚度； $C_n$  为螺母的赫兹变形刚度； $F_N$  为在第  $N$  个螺纹啮合处所施加的载荷。

### 2.3 采用分形理论分析计算接触变形

行星滚柱丝杠副中由相互接触所产生的变形因素较多，不仅存在着滚柱与丝杠、滚柱与螺母的接触，而且还存在着行星齿轮与内齿轮之间的接触等，但是滚柱、丝杠、螺母为行星滚柱丝杠副最基本的零件单元，也是最重要的工作件，因此本文主要探讨分析这三者之间的接触变形。将滚柱的轮廓面假设为球面的一部分，所有假想的球面特性参数均一样；丝杠与螺母的轮廓面为平面，由于机加工的原因致使表面粗糙。因此可利用分形接触理论，将丝杠与滚柱、螺母与滚柱的接触简化为一个粗糙表面与一个理想表面的弹塑性接触问题进行建模及分析计算。其计算流程图如图 2.8 所示。

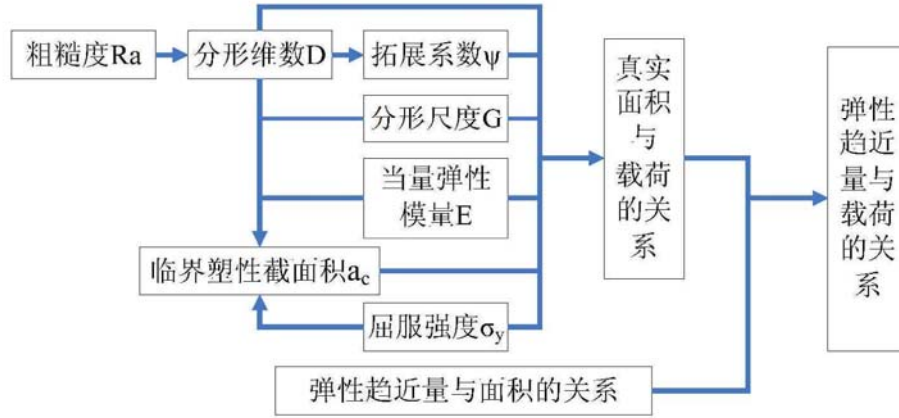


图 2.8 分形接触理论计算流程

零件的接触表面主要通过机加工获得，加工方式不同，工艺参数亦有所不同，而工艺参数对加工表面的分形维数  $D$  有着很大的影响。其根本原因是在不同加工方式下零件表面的纹理和细腻程度有所不同，若表面越细腻，则其分形维数越高。行星滚柱丝杠副的接触表面主要通过磨削与车削来实现，而一般车削表面的粗糙度  $>$  磨削表面粗糙度，因而车削的分析维数  $<$  磨削的分形维数。参考文献有，机加工表面的分形维数  $D$  与传统的粗糙度表征参数  $R_a$  有如式 (2.19) 所示的经验关系式<sup>[46]</sup>：

$$D = \frac{1.528}{R_a^{0.042}} \quad (2.19)$$

行星滚珠丝杠副所选用的材料轴承钢，一般多为 20Cr2Ni4A，最终加工为磨削，取粗糙度  $R_a$  数值为 0.2，带入式 (2.19) 中，可得分形维数  $D$  为：

$$D = 1.528 / R_a^{0.042} = 1.528 / 0.2^{0.042} = 1.635 \quad (2.20)$$

扩展系数  $\Psi$  与分形维数  $D$  同样存在着一定的关系，其表达式如 (2.21) 所示：

$$\Psi^{(2-D)/2} - (1 + \Psi^{-D/2})^{-(2-D)/D} = (2 - D) / D \quad (2.21)$$

利用 Matlab 解该超越方程，可以得到  $\Psi$  与  $D$  的相互关系如图 2.9 所示，当  $D = 1.635$ ， $\Psi = 1.9055$ ，参考文献<sup>[41]</sup>，可知计算结果正确。

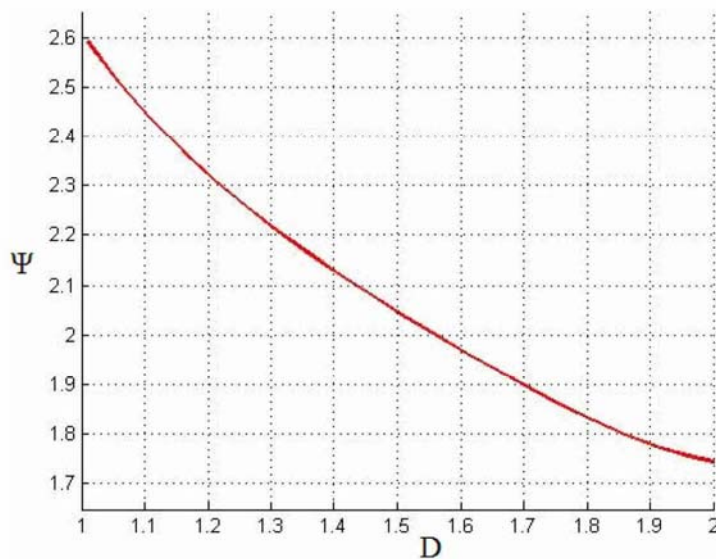


图 2.9 拓展系数  $\Psi$  与分形维数  $D$  的曲线关系

行星滚珠丝杠副中丝杠、螺母、滚柱所选用的材料均为轴承钢 20Cr2Ni4A，则材料的杨氏模量  $E_1 = E_2 = E_3 = 2.07 \times 10^5 \text{ MPa}$ ，泊松比  $\mu_1 = \mu_2 = 0.3$ ，那么当滚柱与丝杠、滚柱与螺母接触时的综合弹性模量  $E$  可由式 (2.22) 求解出。

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \quad (2.22)$$

由式 (2.22) 可知： $E = 1.1374 \times 10^5 \text{ MPa}$ 。

塑性变形临界微接触转换截面积为：

$$a_c = G^2 \left( \frac{\pi E^2}{225 \sigma_y^2} \right)^{1/(D-1)} \quad (2.23)$$

式 (2.23) 中： $\sigma_y$ —为两接触物体较软材料的屈服强度，取  $\sigma_y = 1292 \text{ MPa}$ 。

总的真实接触面积为：

$$A_r = \int_0^{a_l} a \cdot n(a) da = \frac{D}{2-D} \Psi^{(2-D)/D} a_l \quad (2.24)$$

式 (2.24) 中：

$a_l$ —最大微接触点的面积；



$n(a)$ —微接触点面积大小的分布函数，其值为  $n(a) = \frac{D}{2} ka^{-(D+2)/2}$ ， $k$  为比例系数。

由式 (2.5) ~ (2.7)、(2.20) ~ (2.24) 联合，并利用 Matlab 可解得名义载荷与接触面积的关系如图 2.10 所示：

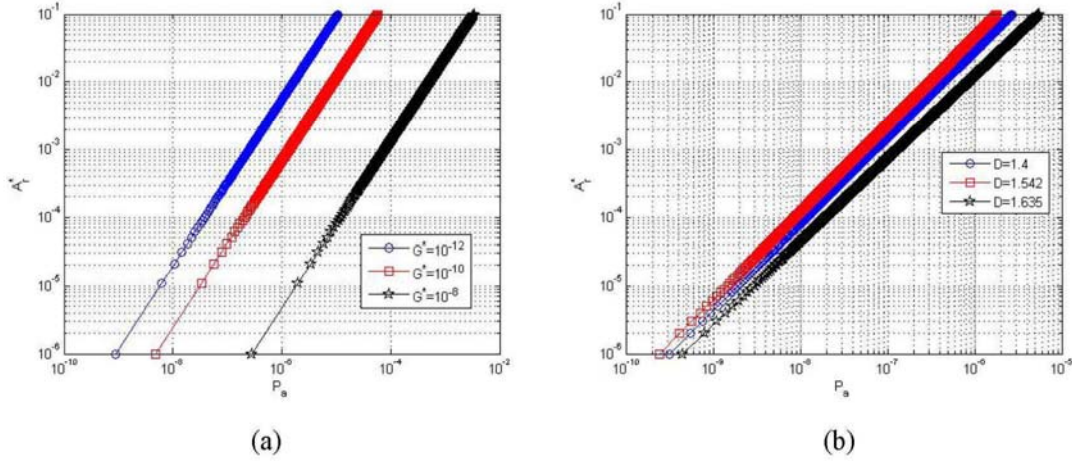


图 2.10 名义接触面积与名义载荷关系图

由图 2.8 (a) 可以看出，在相同载荷作用下，不同的分形尺度其所产生的接触面积有所不同，尺度越小，接触面积越小，则刚度愈好；由图 2.8 (b) 可知，在相同载荷作用下，不同分形维数  $D$  所对应的接触面积也有所不同，近分形维数  $D$  越接近 1.5，则接触面积也越大，则其刚度也稍差些。而当粗糙度数值越大，则表面越不光滑，所对应的分形维数越小，因而在相同载荷下接触面积越大，当粗糙度数值过小，则表面越光洁，在相同载荷作用下的接触面积也较大。

由于行星滚柱丝杠副的刚度很高，当  $a_t > a_c$  时，两接触面为弹性、弹塑性接触状态，现假设两接触面曲率半径  $R \gg$  形变量  $\delta$ ，那么有如下表达式<sup>[47]</sup>：

$$A = \pi R \delta \quad (2.25)$$

式 (2.25) 中：  $A$ —两接触面处实际接触面积。

通过式 (2.25)，可将接触载荷与实际面积的关系转化为接触载荷与形变量的关系。当丝杠与滚柱相接触时，滚柱等效滚珠半径为：

$$R = d_r / (2 \cos \beta) \quad (2.26)$$

式 (2.26) 中：  $d_r$ —滚柱的公称直径；

根据行星滚柱丝杠副的运动关系，有：

$$d_s / d_r = n - 2 \quad (2.27)$$

式 (2.27) 中:  $d_s$ —丝杠的公称直径,  $n$ —丝杠的头数。

结合式 (2.25) ~ (2.27), 可得到滚柱与丝杠接触时形变量与实际接触面积的关系为:

$$\delta = \frac{A}{\pi} \frac{2(n-2) \cos \beta}{d_s} \quad (2.28)$$

由式 (2.5)、(2.28) 联合可得滚柱与丝杠接触时形变与施加载荷的关系式, 参考如表 2.1 所示的行星滚柱丝杠副参数, 可得如图 2.11 所示的基于分形原理的滚柱与丝杠接触变形量与载荷曲线图。

表 2.1 行星滚柱丝杠副参数表

| 名称 | $d_s$ | $d_o$ | $\alpha$ | $\lambda$ | M | n | P     |
|----|-------|-------|----------|-----------|---|---|-------|
| 数值 | 30mm  | 62 mm | 45°      | 5°        | 9 | 5 | 10 mm |

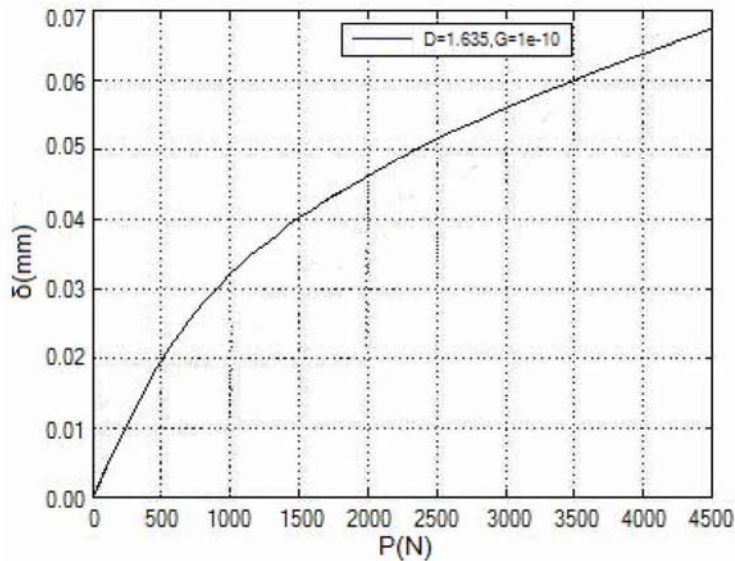


图 2.11 行星滚柱丝杠副载荷与变形量关系曲线图

## 2.4 赫兹理论与分型理论计算结果的比较

参考表 2.1 中行星滚柱丝杠副的结构参数, 分别采用赫兹理论与 M-B 修正分形理论, 采用 Matlab 可计算得到如图 2.12 所示的行星滚柱丝杠副滚柱与丝杠、螺母的接触变形量与载荷曲线关系图。

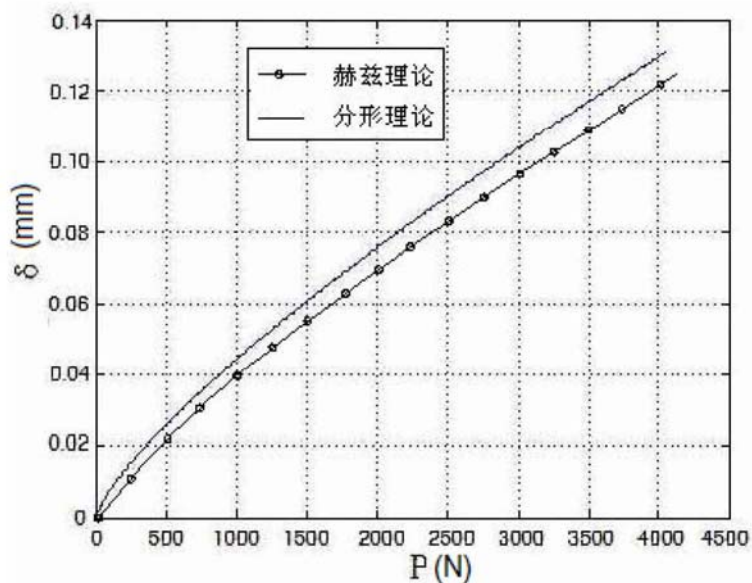


图 2.12 赫兹理论与分形理论的计算结果比较

由图 2.12 可知，由于分形理论考虑了接触面的粗糙度以及机加工等因素，因而在相同载荷作用下，所计算的变形量相对于赫兹理论的计算结果要稍大些。

## 2.5 本章小结

本章首先介绍了赫兹与分形两种接触理论模型，对其理论假设条件及适用性进行了比较分析，然后分别在两种理论的基础上，针对行星滚柱丝杠副的结构特点，分别建立了接触变形的数学模型，最后使用 Matlab 对该模型进行了数值计算，并对计算结果进行了对比分析，为下文的行星滚柱丝杠副组件轴向静刚度计算分析奠定了基础。



### 3. 行星滚柱丝杠轴向静刚度

行星滚柱丝杠的轴向静刚度是行星滚柱丝杠副的主要性能指标之一，若轴向静刚度不足将降低其直线传动精度、影响传动系统甚至整个装备系统的抗振性能、严重者将致使其失效，因此必须保证其具有足够的轴向静刚度。

行星滚柱丝杠的轴向静刚度主要包含两大部分：行星滚柱丝杠副丝杠的轴向静刚度和组件的轴向静刚度。前者主要考虑丝杠在轴向拉压、扭矩等载荷作用下的轴向变形，其主要由丝杠长度、两端支撑方式以及组件距离支撑端的距离等因素决定；后者主要是指丝杠、螺母及滚柱三者之间在拉压载荷、接触载荷的作用下以及螺纹变形等情况情况的影响下所产生的轴向综合变形，主要由行星滚柱丝杠副的内部结构、预紧施加方式及预紧力大小等因素所决定，本文将对其进行深入分析及探讨。

#### 3.1 丝杠轴向变形

行星滚柱丝杠的丝杠在工作过程中，主要受到轴向拉压载荷和扭矩作用。因此其变形主要考虑其轴向变形外和扭转变形。

##### 3.1.1 轴向变形

丝杠在轴向工作载荷作用下，其轴线方向发生变形，相应的变形量主要与支撑方式及相对支撑端的距离有关。常见的支持方式有三种，如图 3.1 所示：

由图 3.1 可知，(a) 为一端固定，一端自由，3.1 (b) 为一端固定，一端简支，3.1 (c) 与 (d) 均为两端固定，为不同之处是 (c) 两端均有一组角接触轴承，(d) 一端为一组角接触轴承，另一端为一个角接触轴承。

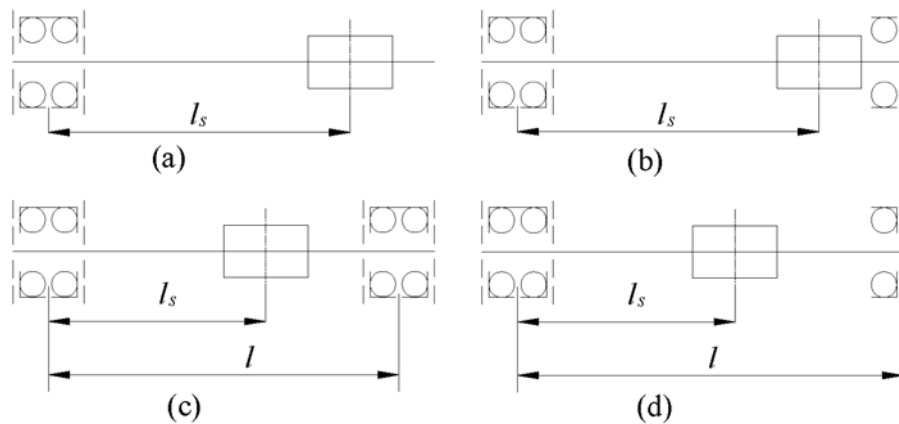


图 3.1 行星滚柱丝杠副的支撑方式示意图

表 3.1 行星滚柱丝杠副的支撑方式与刚度系数关系表

| 支撑方式 | 一端固定，一端自由 (a)          | 一端固定，一端简支 (b)          | 两端固定 (c) (d)                     |
|------|------------------------|------------------------|----------------------------------|
| 安装   | 固定侧                    | 一组面对面角接触轴承             | 一组面对面角接触轴承                       |
| 方式   | 支撑侧                    | 无轴承和轴承支座               | 单个深沟球轴承                          |
| 刚度系数 | $\chi_1 = Fl_s / (EA)$ | $\chi_1 = Fl_s / (EA)$ | $\chi_1 = Fl_s(l - l_s) / (EAl)$ |

由表 3.1 可知在不同支撑方式下，其所对应的刚度系数有所不同。对于重载高精的场合，多采用两端固定的方式，本文主要针对该方式进行轴向刚度计算。

对公称直径为 30mm，支撑长度为 1m 的丝杠，其轴向变形与轴向载荷关系的曲线如图 3.2 所示。

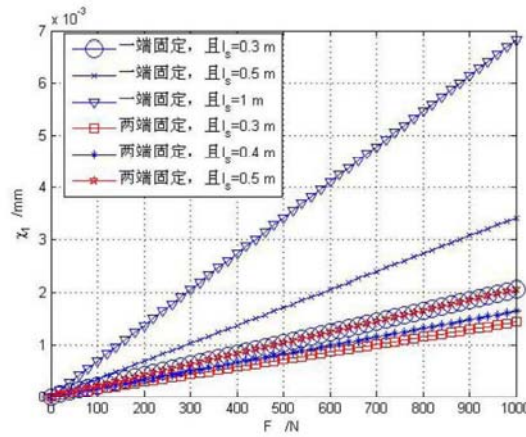


图 3.2 不同支撑方式的丝杠轴向变形图

由图 3.2 可知，当丝杠在一端固定或者两端固定下，其变形量与轴向拉力呈线性递增关系，且两端固定的刚度要比一端固定要好，且轴向载荷一定时，螺母副距离固定端越近，变形量愈小。

### 3.1.2 扭转变形

丝杠在电机的驱动力矩和轴向工作载荷的综合作用下，其圆周方向产生了一定的扭转变形，由于螺旋运动，使丝杠产生一定的轴向变形，而该轴向变形与扭转角成线性关系，可表述为：

$$\varphi = Tl_s / (GI_p) = 32Tl_s / (G\pi d_s^4) \quad (3.1)$$

式 (3.1) 中： $\varphi$ —扭转角， $T$ —扭矩， $G$ —材料的剪切弹性模量；

$d_s$ —丝杠公称直径， $l_s$ —丝杠螺母副到固定端的距离，即丝杠受扭部分的长度。

当丝杠发生在距离支撑点  $l_s$  处发生扭转变形角  $\varphi$  时，所引起的轴向变形量  $\chi_2$  为：

$$\chi_2 = \varphi S / (2\pi) \quad (3.2)$$

由丝杠转矩  $T$  所产生的轴向当量载荷  $F$  为：

$$T\eta = F(d_s / 2) \cdot (S / \pi d_s) = FS / (2\pi) \quad (3.3)$$

由式 (3.1)、(3.2)、(3.3) 可得：

$$\chi_2 = 8FS^2 l_s / (\eta \pi^3 d_s^4 G) = 2FS^2 l_s / (\eta \pi^2 d_s^2 AG) \quad (3.4)$$

对与轴承钢来说，其  $G = 8 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ ，对于直径  $d_s$  为 30mm 的行星滚柱丝杠副，

当  $l_s$  分别为 0.3m、0.4m、0.5m 时，扭转变形与轴向当量载荷的关系如图 3.3 所示。

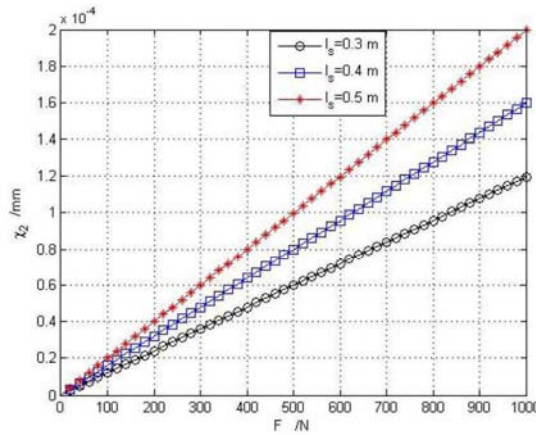


图 3.3 丝杠的扭转变形图

由图 3.3 可知，行星滚柱丝杠副的扭转变形与轴向当量载荷也呈直线递增关系，在一定载荷作用下，距离固定端越远，所产生的变形量越大。与图 3.2 比较可知，对于相同规格的行星滚柱丝杠，当轴向载荷相当时，所产生的扭转变形比轴向变形要小。

### 3.1.3 丝杠综合变形

在轴向拉压载荷与扭转力矩的综合作用下，行星滚柱丝杠在轴向发生了一定的复合变形，且由于  $G = E / [2(1 + \mu)]$ ，则扭转变形与轴向变形的关系可表示如下：

对于一端固定：

$$\chi_2 = \frac{Fl_s}{EA} \cdot \frac{4(1 + \mu)S^2}{\pi^2 d_s^2} = \chi_1 \cdot \frac{4(1 + \mu)}{\pi^2} \cdot \left(\frac{S}{d_s}\right)^2 \quad (3.5)$$

对于两端固定：

$$\chi_2 = \frac{Fl_s}{EA} \cdot \frac{4(1+\mu)S^2}{\pi^2 d_s^2} = \chi_1 \cdot \frac{4(1+\mu)}{\pi^2} \cdot \left(\frac{S}{d_s}\right)^2 \cdot \frac{l}{l-l_s} \quad (3.6)$$

由式 (3.5)、(3.6) 可知，行星滚柱丝杠副扭转与轴向变形量的比值与导程直径比的平方呈比例关系<sup>[48]</sup>，关系曲线如图 3.4 所示。

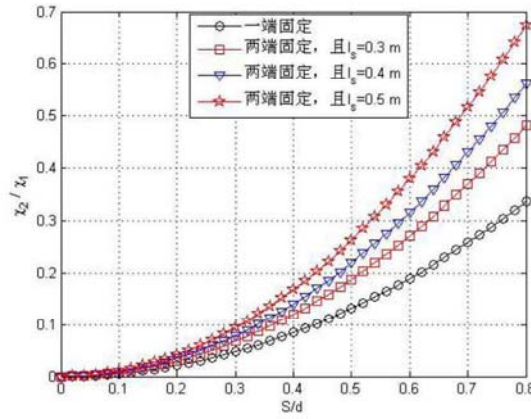


图 3.4 导程直径比与轴向扭转轴向变形比的关系

由图 3.4 可知，行星滚柱丝杠丝杠的丝杠轴向、扭转变形的比例关系与丝杠的导程、直径比有一定联系当导程直径比越大时，则轴向与扭转变形比成幂级增长。

对于一端固定方式，丝杠的综合变形为：

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 = \frac{Fl_s}{EA} + \frac{Fl_s}{EA} \cdot \frac{4(1+\mu)S^2}{\pi^2 d_s^2} = \frac{Fl_s}{EA} \cdot \frac{4(1+\mu)S^2 + \pi^2 d_s^2}{\pi^2 d_s^2} \quad (3.7)$$

对于两端固定方式，丝杠的综合变形为：

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 = \frac{Fl_s}{EA} \cdot \left[ \frac{l-l_s}{l} + \frac{4(1+\mu)S^2}{\pi^2 d_s^2} \right] \quad (3.8)$$

### 3.2 行星滚柱丝杠副组件轴向变形

行星滚柱丝杠中组件的轴向变形是在如下述三种变形情况下所产生的综合变形，下文首先将分别对其进行描述。

- (1) 丝杠和螺母在轴向拉压载荷作用下的轴向变形；
- (2) 丝杠和螺母分别与滚柱之间的弹性接触变形；
- (3) 丝杠和螺母分别与滚柱接触时的螺牙变形。



### 3.2.1.受力分析及承载模型

行星滚柱丝杠副所受到的外载荷有两种：丝杠转矩的当量轴向载荷；螺母与负载周向固定时的当量轴向载荷。在考虑滚柱螺旋升角的情况下，以滚柱为研究对象，每半个螺距为研究单位，在第  $N$  个螺纹半节距中，组件的受力情况如图 3.5 所示。

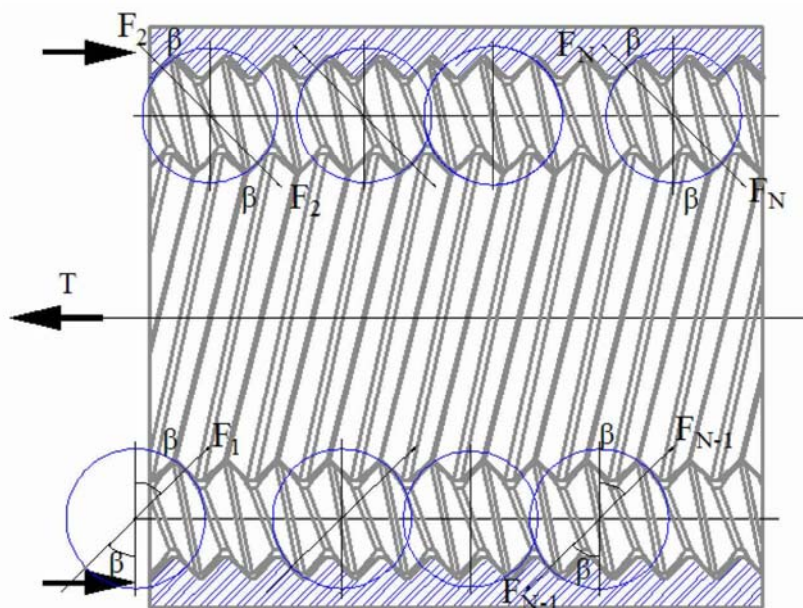


图 3.5 行星滚柱丝杠受力图

图 3.5 中， $\beta$  为法向接触角， $T$  为轴向载荷， $F_N$  为丝杠与滚柱、螺母与滚柱的接触力  $F_n$  在法面上的分量。以丝杠与滚柱为类，受力分解情况如图 3.6、3.7 所示。

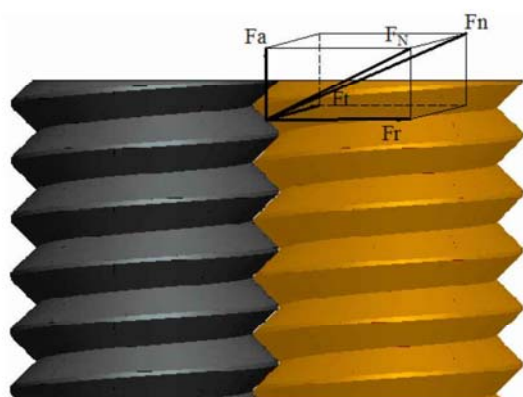


图 3.6 丝杠与滚柱受力图

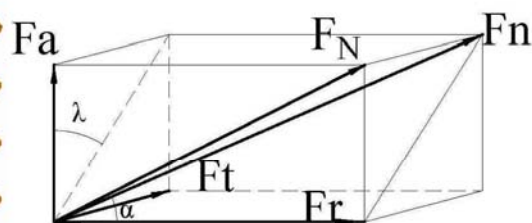


图 3.7 接触点所受力的分解图

图 3.7 中， $\lambda$  为螺旋升角， $\beta$  为法向接触角， $F_n$  为合力， $F_N$  为  $F_n$  在轴向全剖面上的分量合， $F_r$  为法向力分量， $F_a$  为轴向力分量， $F_t$  为圆周力分量。

以丝杠为研究对象，在外部轴向载荷  $T$  与滚柱对丝杠接触载荷的共同作用下，受

力平衡。假设行星滚柱丝杠副共有  $M$  个滚柱，滚柱的总螺纹数为  $\tau$ ，有：

$$T - 0.5M \cos \lambda \sin \beta \sum_{i=1}^{\tau} F_i = 0 \quad (3.9)$$

式 (3.9) 中：

$F_i$ —第  $i$  个螺纹处滚柱对丝杠的作用力， $\tau$ —接触部分螺纹个数。

以滚柱为研究对象，考虑螺旋升角  $\lambda$ ，由于其每个轮廓面均为球面的一部分，因而可简化为滚珠来进行研究，同时假定滚柱两端的齿轮可以保证其与端盖有很好的对中心，因此可假设每个滚珠的接触特性均相似。

参考图 3.5~3.7，在第  $N-1$  到  $N$  节，滚柱受到丝杠传递的力为：

$$F_{sN} = T - M(F_1 + F_2 + F_3 \dots + F_{N-1}) \sin \beta \cos \lambda / 2 \quad (3.10)$$

在第  $N-1$  到  $N$  节，滚柱受到螺母传递的力为：

$$F_{nN} = T - M(F_1 + F_2 + F_3 \dots + F_{N-1}) \sin \beta \cos \lambda / 2 \quad (3.11)$$

式 (3.10)、(3.11) 中：

$\beta$  为丝杠与滚柱、螺母与滚柱的接触角； $\lambda$  为滚柱的导程角，其值为：

$$\lambda = \arctan(P / \pi d_r) \quad (3.12)$$

### 3.2.2 螺母相对丝杠变形轴向变形

行星滚柱丝杠副组件虽然轴向受力平衡，但同时由于轴向拉压载荷的作用使滚柱、丝杠及螺母产生了一定的变形。以丝杠为对象，在轴向载荷  $T$  的作用下，以螺距为单位进行分析，所发生的轴向变形为：

$$\Delta l = Tl / (EA) = TS / (EA) \quad (3.13)$$

式 (3.13) 中： $S$ —螺距， $A$ —丝杠有效接触面积。

结合式 (3.10) ~ (3.11)，在第  $N-1$  与  $N$  个螺纹之间，丝杠的轴向变形量与载荷关系为：

$$\chi_{sN} = \frac{F_{sN} S}{2EA} = \frac{MS \sin \beta \cos \lambda}{EA \pi d_s^2} \cdot \sum_{i=N}^{\tau} F_i \quad (3.14)$$

式 (3.14) 中： $d_s$ —丝杠公称直径。

以螺母为研究对象，结合式 (3.10) ~ (3.11)，其在  $N-1$  与  $N$  个螺纹之间轴向变

形量与载荷的关系表达式为：

$$\chi_{nN} = \frac{F_{nN} S}{2EA} = \frac{MS \sin \beta \cos \lambda}{EA \pi (d_0^2 - d_n^2)} \cdot \sum_{i=N}^{\tau} F_i \quad (3.15)$$

式 (3.15) 中：  $d_0$  — 螺母外径，  $d_n$  — 螺母公称直径。

### 3.2.3 接触变形与轴向变形的协调关系

以滚柱为研究对象，在第 N-1 到 N 个螺纹之间，丝杠与螺母的轴向拉压变形量之和与丝杠与螺母对滚柱赫兹接触变形的轴向分量之差相同<sup>[49]</sup>，则有：

$$\chi_{sN} + \chi_{nN} = \frac{\delta_{sN-1} - \delta_{sN}}{\sin \beta \cos \lambda} + \frac{\delta_{nN-1} - \delta_{nN}}{\sin \beta \cos \lambda} \quad (3.16)$$

式 (3.16) 中：

$\chi_{sN}$ 、 $\chi_{nN}$  — 丝杠与螺母分别在 N-1 到 N 个螺纹之间的轴向伸长量、压缩量；

$\delta_{sN-1}$ 、 $\delta_{sN}$  — 丝杠与滚柱分别在 N-1、N 节螺纹处的赫兹接触变形量；

$\delta_{nN-1}$ 、 $\delta_{nN}$  — 螺母与滚柱分别在 N-1、N 节螺纹处的赫兹接触变形量。

由式 (3.16) 可得：

$$\delta_{sN} + \delta_{nN} = \delta_{sN-1} + \delta_{nN-1} - (\chi_{nN} + \chi_{sN}) \sin \beta \cos \lambda \quad (3.17)$$

由式 (3.13) ~ (3.15) 可得到载荷的迭代公式：

$$F_{N-1}^{2/3} = F_N^{2/3} + \frac{MS(A_s + A_n)}{4E(C_s + C_n)A_s A_n} \cdot \sin^2 \beta \cos^2 \lambda \cdot \sum_{i=N}^{\tau} F_i \quad (3.18)$$

利用 MATLAB 进行求解，当行星滚柱丝杠的滚柱受到丝杠和螺母传递的轴向力为 5000N 时，滚柱上的载荷分布如图 3.8 所示。



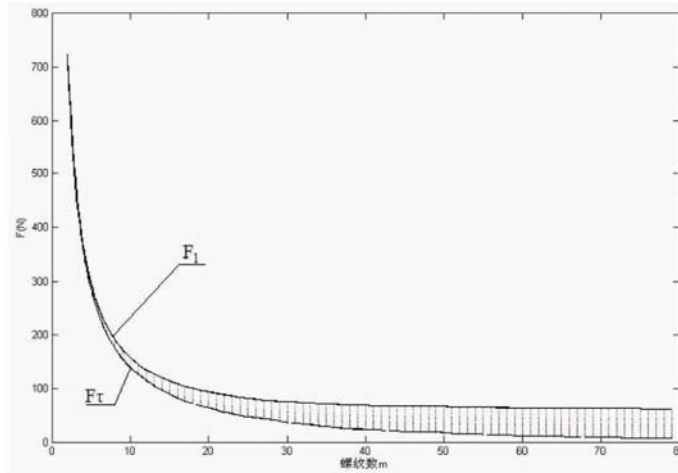


图 3.8 滚柱螺纹上的载荷分布规律

由图 3.8 可知：当载荷一定时，随着滚柱上螺纹个数的增加，每个螺纹上所承受的载荷逐渐减少，因此可以通过增加螺纹个数来提高整体刚度。但同时随着螺纹个数的增加，滚柱与丝杠、螺母之间的摩擦磨损就会加剧，从而导致传动效率降低，因此选择合适的螺纹个数必须适当。当载荷与螺纹个数均确定时，每节螺纹所承受的力大小不同，且施力端（第一节螺纹处）受力最大，在此处所产生的变形量最大、最可能引起失效。因此将施力端的变形量  $\Delta_1$  作为轴向变形量的判定标准。而轴向变形量由丝杠相对于滚柱的轴向变形量  $\Delta_s$  和螺母相对于滚柱的变形量  $\Delta_n$  两部分组成。结合式

(1.6)、(1.15)，可得从处螺母相对于丝杠的轴向变形量为：

$$\Delta_1 = \Delta_s + \Delta_n = F_1^{2/3} (C_s + C_n) / (\sin \beta \cos \lambda) \quad (3.19)$$

由式 (3.19) 可以可知，行星滚柱丝杠的轴向变形与载荷的  $2/3$  次方呈比例关系。

### 3.2.4 螺纹牙变形

由于行星滚柱丝杠的节距较小，螺纹的法向投影为三角形，法向螺纹角为  $90^\circ$ ，由于丝杠副组件存在一定的弯矩、扭矩等因素从而使螺纹牙产生一定的变形量，虽然该变形量相对接触变形量较小，但同样也不可忽视。本文以滚柱为研究对象，以单个螺距为研究单元，对螺纹牙的变形进行分析，这样对螺纹数为奇数的滚柱同样适用。由于实际的丝杠和螺母均为多头，如果将一个导程内的载荷假设为均匀分布与实际情况不符，因而可将其简化为单头，但导程采用实际数值。

由于行星滚柱丝杠的滚动面曲率半径为  $r \rightarrow \infty$ ，因此接触角不随  $F_N$  的变化而变

化，其接触角总保持  $45^\circ$ ，参考文献<sup>[50-52]</sup>，可得螺纹变形的轴向分量与载荷的关系如下：

A) 由弯矩所引起的螺纹牙变形  $\zeta_1$  为：

$$\zeta_1 = (1 - \mu^2) \frac{3Z_r F_N \cos \gamma}{4\sqrt{2\pi}Ed} (2 \ln 2 - 1.5) \quad (3.20)$$

B) 由剪切所引起的螺纹牙变形  $\zeta_2$  为：

$$\zeta_2 = (1 + \mu) \frac{6Z_r F_N \cos \gamma}{5\sqrt{2\pi}Ed} \ln 2 \quad (3.21)$$

C) 由根部倾斜所引起的螺纹牙变形  $\zeta_3$  为：

$$\zeta_3 = (1 - \mu^2) \frac{3Z_r F_N \cos \gamma}{8\sqrt{2\pi^2}Ed} \quad (3.22)$$

D) 由根部的剪切变形所引生的螺纹牙变形  $\zeta_4$  为：

$$\zeta_4 = (1 - \mu^2) \frac{3Z_r F_N \cos \gamma}{\sqrt{2\pi^2}Ed} \ln 3 \quad (3.23)$$

E) 由螺杆径向收缩所引起的螺纹牙变形  $\zeta_5$  为：

$$\zeta_5 = (1 - \mu) \frac{Z_r F_N \cos \gamma}{2\sqrt{2\pi}ES} \quad (3.24)$$

F) 由螺母径向扩大所引起的螺纹牙变形  $\zeta_6$  为：

$$\zeta_6 = \left( \frac{d_0^2 + d_n^2}{d_0^2 - d_n^2} + \mu \right) \frac{Z_r F_N \cos \gamma}{2\sqrt{2\pi}ES} \quad (3.25)$$

结合式 (3.20) ~ (3.25)，参考如表 2.1 所示的行星滚柱丝杠副参数进行分析，有：其在第 N 节螺纹处的螺纹牙变形量与轴向当量载荷的关系曲线如图 3.10、3.11 所示。

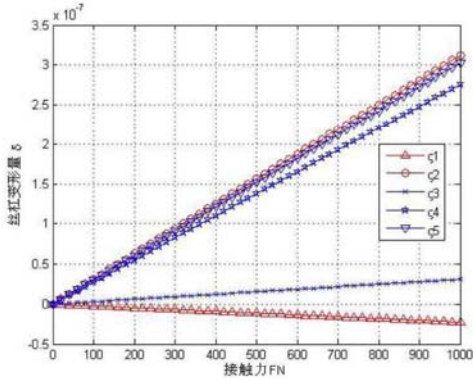


图 3.10 行星滚柱丝杠副的丝杠螺纹变形

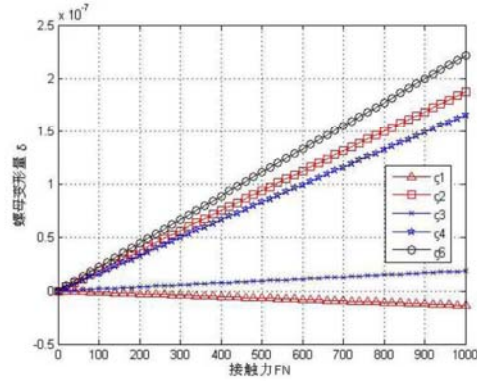


图 3.11 行星滚柱丝杠副螺母的螺纹变形

由图 3.10、3.11 可知，由弯矩及剪切所引起的螺纹牙变形较小，由螺纹根部倾斜或剪切以及丝杠（或螺母）的径向伸缩所引起的螺纹牙变形较大。螺纹牙变形与轴向当量载荷  $F_N$  成正比，则丝杠及螺母的螺纹牙变形量可表示为：

$$\zeta_{sN} = K_s F_N \quad \zeta_{nN} = K_n F_N \quad (3.26)$$

式 (3.26) 中：

$K_s$ 、 $K_n$ —分别为丝杠、螺母的螺纹牙变形系数；

$F_N$ —第  $N$  个螺纹处所受到的轴向当量载荷。

### 3.2.5 接触变形、轴向变形与螺纹牙变形的协调关系

以滚柱为研究对象，在第  $N-1$  到  $N$  个螺纹之间，丝杠与螺母的轴向拉压变形量之和等于丝杠及螺母对滚柱赫兹接触变形的轴向分量之差与丝杠及螺母的螺纹牙变形轴向之和<sup>[49]</sup>，从而有如下协调方程：

$$\chi_{sN} + \chi_{nN} = \frac{\delta_{sN-1} - \delta_{sN}}{\sin \beta \cos \lambda} + \frac{\delta_{nN-1} - \delta_{nN}}{\sin \beta \cos \lambda} + (\lambda_{sN-1} - \lambda_{nN-1}) - (\lambda_{sN} - \lambda_{nN}) \quad (3.27)$$

式 (3.27) 中：

$\chi_{sN}$ 、 $\chi_{nN}$ —丝杠与螺母分别在  $N-1$  到  $N$  个螺纹之间的轴向伸长量、压缩量；

$\delta_{sN-1}$ 、 $\delta_{sN}$ —丝杠与滚柱分别在  $N-1$ 、 $N$  节螺纹处的赫兹接触变形量；

$\delta_{nN-1}$ 、 $\delta_{nN}$ —螺母与滚柱分别在  $N-1$ 、 $N$  节螺纹处的赫兹接触变形量；

$\lambda_{sN-1}$ 、 $\lambda_{sN}$ —丝杠分别在 N-1、N 节螺纹处的螺纹牙变形轴向分量；

$\lambda_{nN-1}$ 、 $\lambda_{nN}$ —螺母分别在 N-1、N 节螺纹处的螺纹牙变形轴向分量；

### 3.2.6 行星滚柱丝杠副组件的轴向变形

参考行星滚柱丝杠副组件接触变形与轴向变形的协调方程，可得到行星滚柱丝杠副组件的轴向变形是轴向拉压、赫兹变形与螺纹变形的迭代方程，从而结合式 (3.19)、(3.27)，行星滚柱丝杠副组件的综合轴向变形可表述如下：

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = (C_s + C_n)F_1^{2/3} / (\sin \alpha \cos \lambda) + (K_s + K_n)F_1 \quad (3.28)$$

参考如表 2.1 所示的行星滚柱丝杠副结构参数，所计算的轴向变形数值与实验数值<sup>[27]</sup>的关系如图 3.12 所示。

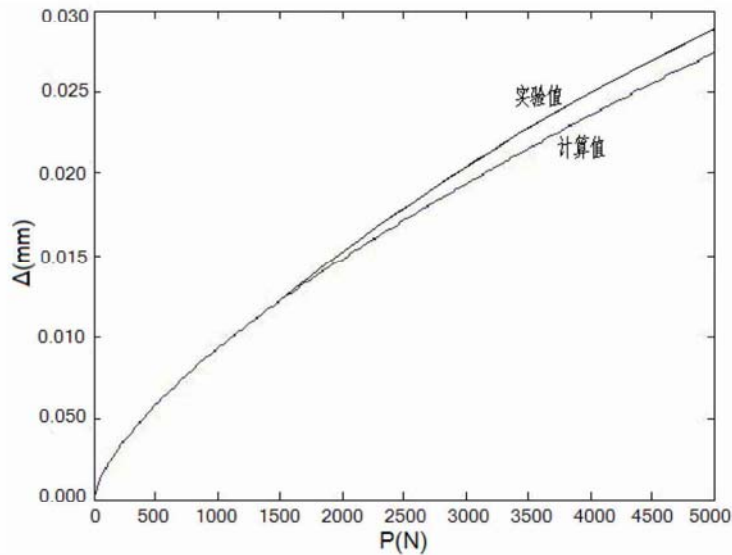


图 3.12 行星滚柱丝杠副组件的轴向变形与载荷关系

由图 3.12 可以看出行星滚柱丝杠副的轴向静刚度计算数值相比同载荷的实验数值相对要小些，由此可以看出，采用分形理论所计算的数值会更精确些。

### 3.3 行星滚柱丝杠轴向总静刚度

行星滚柱丝杠来的轴向总静刚度为丝杠轴向静刚度与行星滚柱丝杠副组件的轴向刚度等之和，则其表达式为：

$$K = dF / d\chi + dF_1 / d\Delta \quad (3.29)$$

综合式 (3.8)、(3.28)、(3.29)，可得行星滚柱丝杠副的刚度曲线图如 3.13 所示：

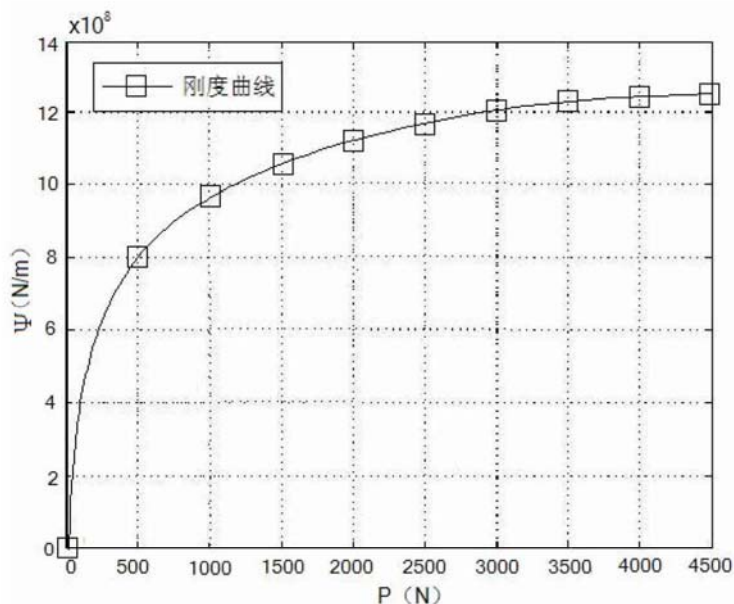


图 3.13 行星滚柱丝杠副的轴向静刚度曲线图

由图 3.13 可知，行星滚柱丝杠副的轴向静刚度当载荷为 1000N 以下时，其刚度变化很大，当载荷为 6000N 以上时，轴向静刚度变化较缓慢。

### 3.4 行星滚柱丝杠副刚度影响因素

#### 3.4.1 接触角

接触角是行星滚柱丝杠副的重要结构参数之一，一般用符号  $\beta$  表示。在行星滚柱丝杠副的丝杠副法向剖面中滚柱轮廓的假想球与螺纹接触点的连线与通过假想球中心点且垂至于滚柱中心线的直线之间的夹角为法向接触角，如图 3.14 所示。当行星滚柱丝杠副承受 4500N 的轴向载荷时，其法向接触角与变形曲线关系如图 3.15 所示。



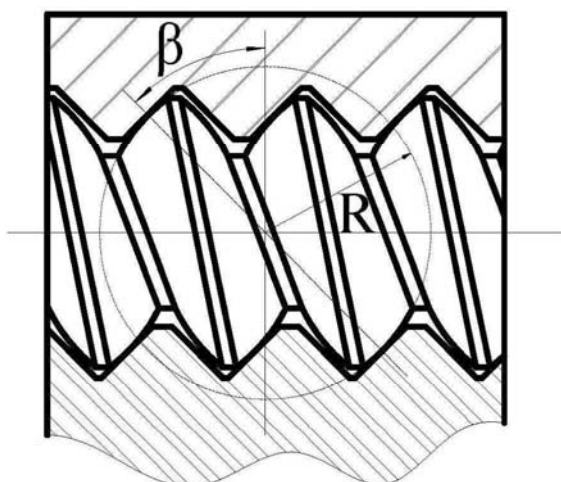


图 3.14 行星滚柱丝杠副滚柱接触角

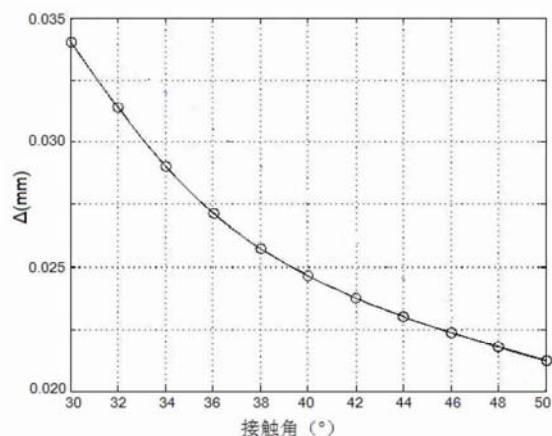


图 3.15 接触角与轴向刚度的关系曲线

由图 3.15 可知，当法向接触角在  $30^\circ \sim 50^\circ$  之间变化时，接触角越大，变形量越小，则其承载能力愈强，刚度愈大，使用寿命越长。但是接触角过大时，则使得接触部分的螺纹斜度很陡，带来一定的加工困难，得不到较好的加工精度和表面粗糙度，同时还会使螺纹槽边缘部分过薄，摩擦磨损加剧；接触角过小时，会使丝杠的径向负载分量增大，对滚柱的挤压就越大，从而大大降低了丝杠的使用寿命<sup>[53]</sup>。

综上所述，选择合理的接触角对行星滚柱丝杠副的承载能力、传动效率以及使用寿命来说，都有着至关重要的作用。目前国内外所采用的标准接触角为  $45^\circ$ ，但也有厂商所采用的接触角小于  $45^\circ$ 。

### 3.4.2 预紧方式及大小

#### a. 预紧力施加方式

依据行星滚柱丝杠副不同的结构特点和工作性能要求，常用的预紧力施加方式有双螺母垫片式、弹性垫圈式、双螺母齿差式、双螺母螺纹式<sup>[54, 55]</sup>等几种。

##### (1) 双螺母垫片式

该方式的工作原理为：通过添加不同厚度的垫片来调整两螺母之间的轴向间距，从而实现对行星滚柱丝杠副的调隙和预紧的作用。

如图 3.16 (a) 所示，对于双螺母圆柱式行星滚柱丝杠副，可将其放在一端带有螺纹的套筒里，通过在两螺母之间添加不同厚度的垫片来调整间隙，通过端部的旋入螺母来实现预紧力的施加；如图 3.16 (b) 所示，对于双螺母单法兰式行星滚柱丝杠副，可将两螺母放置在套筒里，通过在两螺母之间添加不同厚度的垫片来调整间隙，通过预紧法兰端面的螺钉来实现预紧力的施加；如图 3.16 (b) 所示，对于双螺母双法兰式行星滚柱丝杠副，可通过在两法兰之间添加不同厚度的垫片来调整间隙，通过对法兰



上螺栓的预紧来实现预紧力的施加<sup>[56]</sup>。

其特点是结构简单、拆装方便、可靠性好、可施加较大的预紧力、刚性好；采用该方式预紧的行星滚柱丝杠承载能力强、运行平稳、噪声振动较小。一般适用于重载且有较高定位要求的传动系统，目前大多数的行星滚柱丝杠副采用此方式进行预紧。

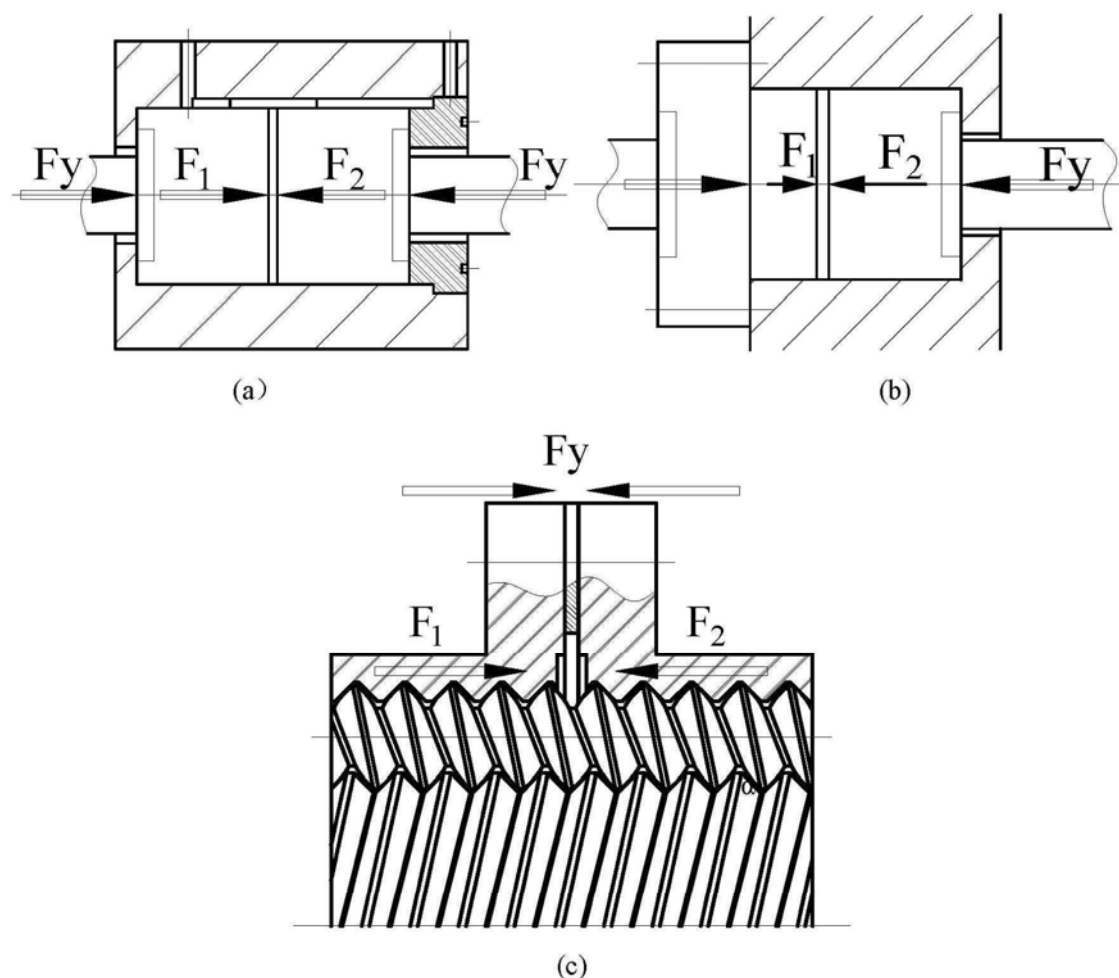


图 3.16 双螺母垫片式预紧方式

## (2) 双螺母弹性垫圈式

双螺母弹性垫圈式的工作原理为：通过两螺母之间添加垫片来调整两螺母的间距，在套筒与螺母端部之间添加不同规格的弹性垫圈，通过垫圈的恢复力来实现对行星滚柱丝杠副的调隙和预紧力的作用<sup>[57]</sup>。

如图 3.17 (a)、(b) 分别为双螺母单法兰式、双螺母圆柱式的行星滚柱丝杠副预紧方式图，由图中可知，该方式与双螺母垫片式相比，端部具有弹性垫圈，其预紧力相比双螺母垫片式更大，调整范围更广，但是安装较为麻烦，且预紧精度较难控制，因此适用于预紧力要求较大，但是精度不是很高的场合。

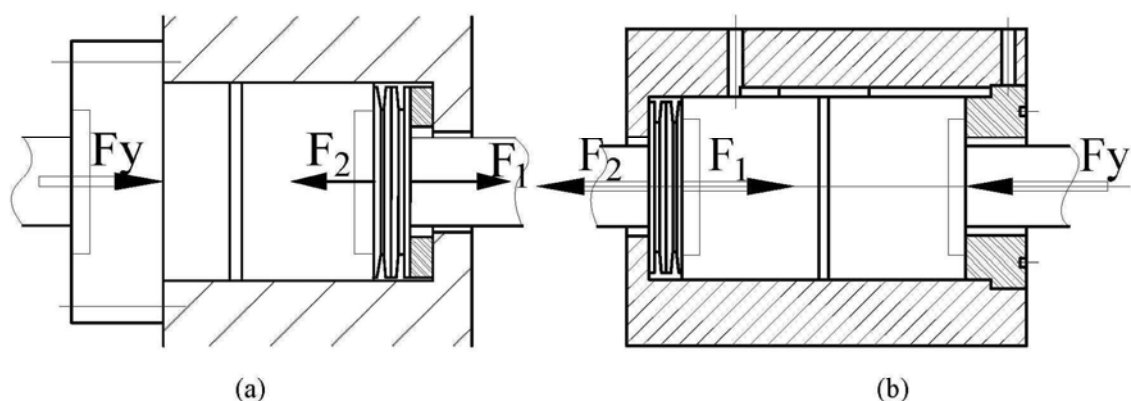


图 3.17 双螺母弹性垫圈式预紧结构图

### (3) 双螺母齿差式

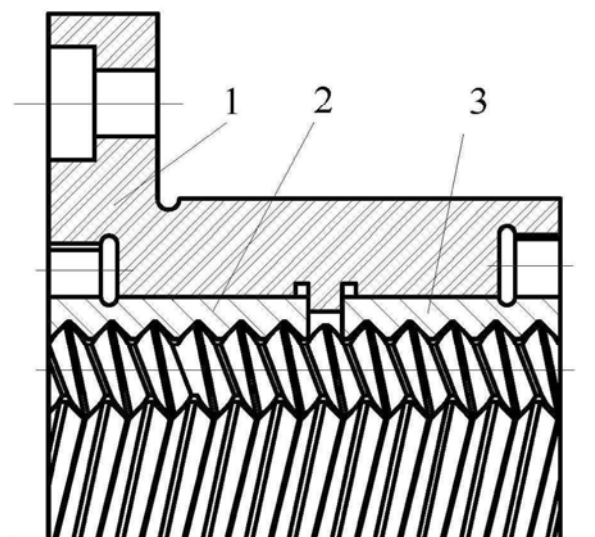


图 3.18 双螺母齿差式结构示意图

1—套筒；2—螺母 1（齿数  $Z_1$ ）；3—螺母 2（齿数  $Z_2$ ）

双螺母齿差式的工作原理为：如图 3.18 所示，在螺母 1 与螺母 2 的凸缘上分别切有外齿轮，齿数差为 1，将两个螺母装入带有法兰与齿轮的套筒 1 中，使其分别与套筒中相对应的内齿轮啮合。由于两齿轮齿数不同，因此在圆周上的相位存在一定的错动，当两螺母同向转过 1 个齿时，其轴向相对位移即调隙量  $\Delta S$  为<sup>[49]</sup>：

$$\Delta S = \left( \frac{1}{Z_1} - \frac{1}{Z_2} \right) P = \frac{P}{Z_1 Z_2} \quad (3.30)$$

式 (3.30) 中：

$P$ —丝杠副的导程； $Z_1$ —螺母 1 的齿数； $Z_2$ —螺母 2 的齿数

当仅有一个螺母旋转时，其调隙量 $\Delta S$ 为：

$$\Delta S = P / Z \quad (3.31)$$

式(3.31)中： $Z$ —所选择的螺母齿数

在实际生产中，一般根据所需要调整的轴向间隙 $\delta$ 来确定所需要选择的齿数 $n$ 。

当两螺母同时旋转时： $n = Z_1 Z_2 \delta / P$ ；当仅旋转一个螺母时： $n = Z \delta / P$

该方式调隙精度高，可实现 $0.002mm$ 以下的精密调节，且预紧精确可靠，方便调整，适用于要求准确预紧力的精密传动系统，其缺点是结构尺寸大、加工工艺性差。

#### (4) 双螺母螺纹式

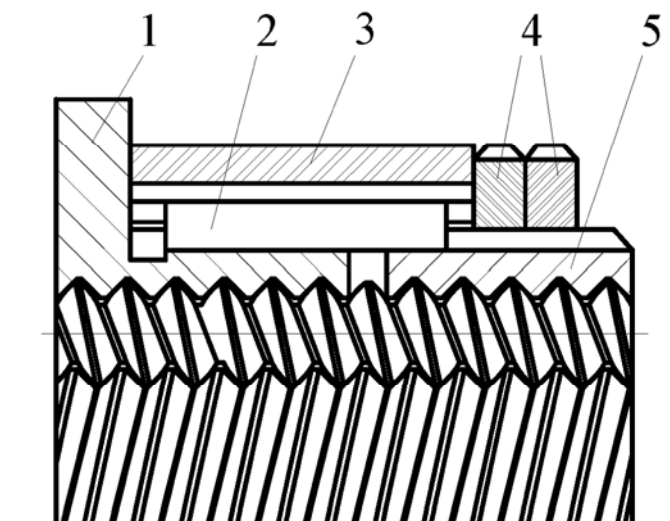


图 3.19 双螺母螺纹式预紧结构图

1—工作螺母 1（有凸缘）；2—键；3—套筒；

4—双螺母；5—预紧螺母 2（带外螺纹）

该方式的工作原理为：如图 3.19 所示，螺母 1 的外端部有凸缘，螺母 2 的外圈带有普通螺纹；以螺母 1 的凸缘端部为基准，在两螺母外部装入套筒，并通过键将其周向固定，然后从螺母 2 的端部旋入双螺母，通过拧紧两螺母来达到调整轴隙的作用。其工作特点为仅调节螺母的轴向间距，相对相位角确不发生变化，结构简单，方便可调，缺点是预紧力需人为操作，不易控制，且易松动。该方式仅适用于对刚度的要求不是很严格，仅需一般消除轴隙或需要随时调节预紧力大小的传动系统。

#### b. 预紧力大小

对行星滚柱丝杠副进行预紧，可提高其定位精度和轴向刚度。当行星滚柱丝杠外外载荷较小时，刚度主要由预紧力决定；而当外载荷较大时，刚度主要由外载荷决定。因而可以通过控制预紧力的大小来提高其整体刚度，但是如果施加的预紧力过小，虽

可以消除轴隙，但并不一定会提高刚度；如果过大，虽然很好得消除了由弹性接触所导致的轴向变形，但摩擦阻力却随之增大，加剧了滚柱与螺纹滚道之间的疲劳与磨损，缩短了工作寿命，降低了传动效率。因此，在设计时必须选择合适的预紧力。

当行星滚柱丝杠副承受轴向工作载荷小于  $F_a$  时，工作螺母 1 与预紧螺母 2 在预紧力  $F_y$  的作用下产生的弹性变形量为  $\delta_x$ ，当其轴向工作载荷大于等于  $F_a$  时，工作螺母 1 的弹性变形量增加了  $\delta_F$ ，同时预紧螺母 2 的由于材料的弹性恢复作用，减少了  $\delta_F$ 。如图 3.20 所示为行星滚柱丝杠的轴向载荷与变形关系<sup>[58]</sup>。

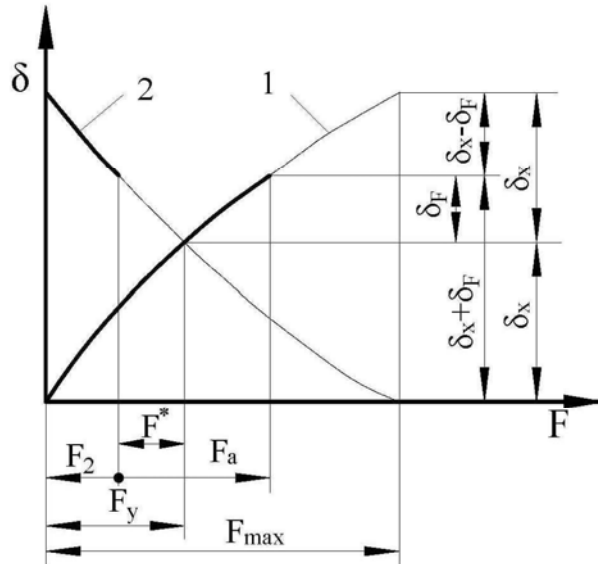


图 3.20 行星滚柱丝杠副的预紧力与变形关系图  
1—工作螺母 1，2—预紧螺母 2

由图 3.20 可知，工作螺母 1 与预紧螺母 2 在轴向载荷  $F_a$  和预紧载荷  $F_y$  作用下的变形  $\delta_1$ 、 $\delta_2$  分别为：

$$\begin{cases} \delta_1 = \delta_x + \delta_F \\ \delta_2 = \delta_x - \delta_F \end{cases} \quad (3.32)$$

假设  $F^*$  为预紧螺母 2 所产生的弹性恢复力，则在预紧力  $F_y$  作用下，两个螺母的轴向力  $F_{a1}$ 、 $F_{a2}$  分别为：

$$\begin{cases} F_{a1} = F_a + F_y - F^* \\ F_{a2} = F_y - F^* \end{cases} \quad (3.33)$$

如果继续增加轴向工作载荷，当预紧螺母 2 的弹性恢复力  $F^*$  等于预紧力  $F_y$  时，预紧螺母 2 虽然仍与滚柱保持接触，但其预紧弹性变形量完全消失；此时工作螺母 1 所承受的载荷为最大轴向载荷  $F_{\max}$ 。如果轴向工作载荷继续增大，则预紧螺母 2 将会出现轴向间隙，这将会使其传动精度和轴向静刚度均降低。因此  $F_{\max}$  为所施加的轴向载荷极限。

由赫兹弹性接触理论可知接触变形量  $\delta_{Fy}$  与预紧载荷  $F_y$  的关系为：

$$\delta_{Fy} = CF_y^{2/3} \quad (3.34)$$

则当轴向载荷为最大轴向载荷时，工作螺母 1 的接触变性  $\delta_p$  与轴向载荷  $F_{\max}$  的关系为：

$$\delta_1 = 2\delta_{Fy} = CF_{\max}^{2/3} \quad (3.35)$$

从而有：

$$CF_y^{2/3} = 0.5CF_{\max}^{2/3} \quad (3.36)$$

那么：

$$F_y = \frac{1}{\sqrt{8}} F_{\max} \quad (3.37)$$

因此有：行星滚柱丝杠的预紧力  $F_y$  与最大轴向载荷  $F_{\max}$  的关系为  $F_y \approx \frac{1}{3} F_{\max}$ ，所以当预紧力  $F_y$  取最大轴向工作载荷（取最大拉力和最大压力的较大者为最大轴向工作载荷）的三分之一时比较可靠，且此时可使行星滚柱丝杠的轴向静刚度提高约 2 倍。下图 3.21 为行星滚柱丝杠在预载与无预载时，行星滚柱丝杠副的轴向载荷与变形曲线。

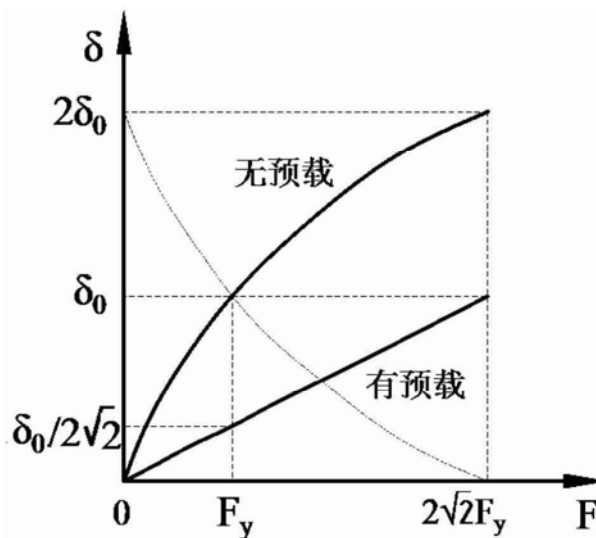


图 3.21 行星滚柱丝杠副在预紧和无预紧状态下的轴向载荷与变形量关系图

但现实中由于工作环境条件的不同，最高转速、使用寿命以及环境温度等各方面因素的差异，因此不能笼统的按照最大工作载荷的三分之一作为预紧力的大小，而要根据实际情况选取，通常有如下几种情况：

(1) 对轴向刚度要求高的场合，预紧力的大小主要根据所要求的轴向刚度来决定，此种情况将预紧力定为额定动载荷的 0.1 至 0.13 倍。

(2) 在不允许有反向轴隙，对轴向刚度也有较高要求的场合，此时预紧力为最大轴向载荷的三分之一。

(3) 在轻载或高速运转的场合，仅要求消除反向轴隙，此时预紧力使丝杠略有过盈即可。

### 3.4.3 载荷施加方向

常见的行星滚柱丝杠副所受轴向载荷组合方式如表 3.2 所示：

表 3.2 行星滚柱丝杠副的轴向力组合方式

|      | 第一种方式 (a) | 第二种方式 (b) | 第三种方式 (c) | 第四种方式 (d) |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 丝杠受力 | 拉力        | 压力        | 拉力        | 压力        |
| 螺母受力 | 压力        | 拉力        | 拉力        | 压力        |

在这四种受力方式中，(a) 和 (b) 可归为同一种情况，为拉—压状态，如图 3.22 (a) 所示，该方式为受力集中度最大端的螺纹处承受载荷为最大值，在另一端螺纹处所承受的载荷也为极大值，因此两端为应力最大处，而中间为应力最小处；(c) 和 (d) 可归为同一种情况，为拉—拉状态，如图 3.22 (b) 所示，该方式为在受力端的螺纹处承载为最大值，到另一端螺纹的承载力大小呈递减曲线，因此受力端为应力最大处。本文主要针对方式二进行探讨。



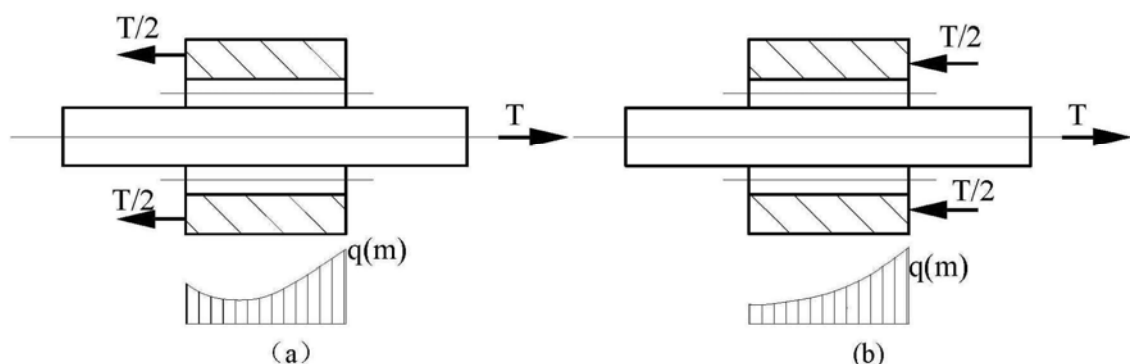


图 3.22 丝杠副轴向载荷方向与滚柱的承载分布曲线关系图

### 3.4.4 螺旋升角

随着当今机械产品的高速重载、高效智能化发展，数控加工中心、工业机器人、重型连铸设备等高速进给驱动的需求，行星滚柱丝杠副的导程也有着不断增大的趋势，这就意味着行星滚柱丝杠副螺旋升角的增加。因此，需要进一步研究行星滚柱丝杠副螺旋升角的变化与其接触特性的联系。由式（3-52）可知，行星滚柱丝杠副的接触刚度随螺旋升角的变化而变化<sup>[59]</sup>。

如图 2.23 所示，为在轴向载荷  $F=4500\text{N}$  时，行星滚柱丝杠副的接触刚度随螺旋升角变化的曲线图。

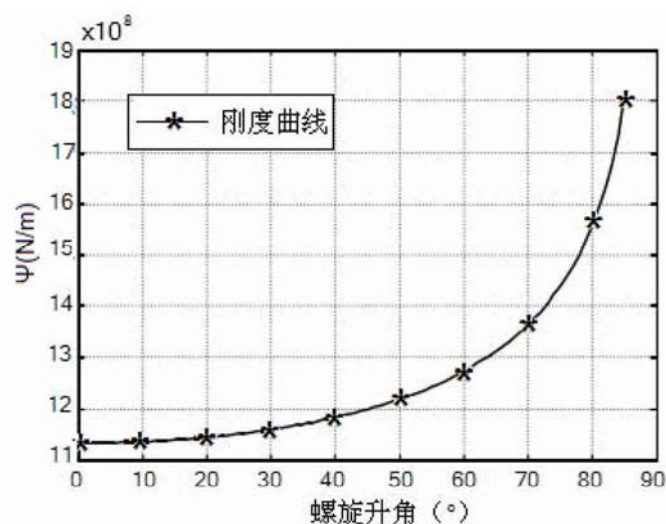


图 3.23 轴向刚度与螺旋升角的关系曲线

由图 3.23 可知，行星滚柱丝杠副的轴向接触刚度随螺旋升角的增大而增大，当螺旋升角在  $0\sim 30^\circ$  之间时，其轴向接触刚度较稳定，当螺旋升角大于  $30^\circ$  时，其轴向接触刚度随螺旋升角的增大而迅速增加。因此，可以通过增加螺旋升角，也就是加大导程，来提高行星滚柱丝杠副的轴向接触刚度。

### 3.4.5 滚柱上螺纹长度

随着当今机械产品的高速重载、高效智能化发展,数控加工中心、工业机器人、重型连铸设备等高速进给驱动的需求,行星滚柱丝杠副的导程也有着不断增大的趋势,这就意味着行星滚柱丝杠副螺旋升角的增加。因此,需要进一步研究行星滚柱丝杠副螺旋升角的变化与其接触特性的联系。由式(3-52)可知,行星滚柱丝杠副的接触刚度随螺旋升角的变化而变化,且随着滚柱上螺纹长度的增大,其承载能力增大,轴向静刚度也随之增强。

### 3.4.6 滚柱个数

由图 3.24 可知,滚柱个数与行星滚柱丝杠副的轴向刚度近似呈线性关系。因此,增大滚柱个数可以提高行星滚柱丝杠副的承载能力进而增加其轴向刚度,同时也可提高其运动的平稳性;但是如果滚柱个数过多,其所带来的摩擦力矩越大,因此滚柱个数应该保持在一定范围内。一般情况下取行星滚柱丝杠副的滚柱个数为 7—12 个。

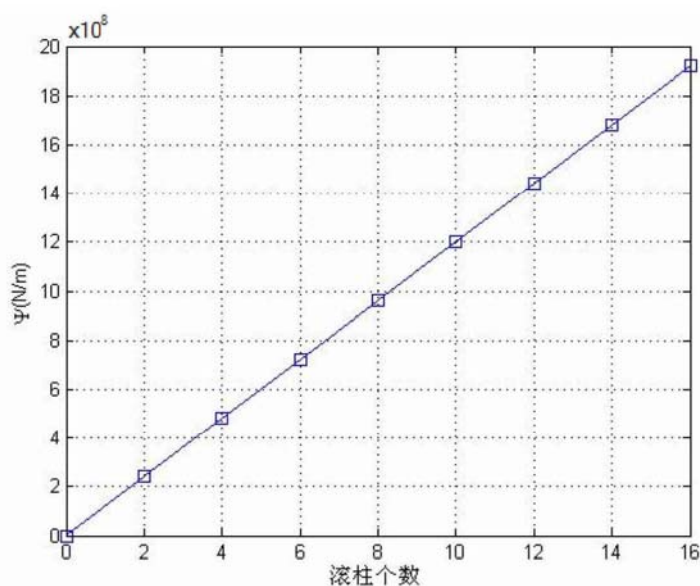


图 3.24 滚柱个数与轴向刚度的关系曲线

## 3.5 本章小结

行星滚柱丝杠副的轴向静刚度主要包含丝杠与组件两种轴向变形刚度,而丝杠轴向变形刚度又分为扭转与轴向拉压两种情况,组件分为轴向拉压变形、接触变形和螺纹变形三种情况。

本章首先对行星滚柱丝杠副丝杠的轴向变形与扭转变形分别进行了数值分析,并

对两者的变形情况进行了比较，得到了丝杠的综合变形曲线；然后对行星滚柱丝杠副组件的承载分布建立了数学模型，并分析了组件的轴向拉压变形、接触变性以及螺纹变形，得出了行星滚柱丝杠副的总轴向变形曲线与刚度曲线；最后对影响行星滚柱丝杠副刚度的各种主要因素进行了分析，如：接触角、预紧力方式及大小、螺旋升角、滚柱个数及其螺纹长度等，为行星滚柱丝杠副的结构设计及参数优化提出了一定的借鉴价值。

## 4. 行星滚柱丝杠副摩擦力与效率分析

### 4.1 摩擦力分析

行星滚柱丝杠副的摩擦力是指在各种因素的作用下对行星滚柱丝杠副螺旋传动所产生的阻力，它是行星滚柱丝杠副的重要性能参数之一，在结构设计时经常被作为目标函数。由于摩擦力的形成因素很多，从而致使其具有复杂性和随机性。只有在深入研究其产生机理，找出其主要影响因素，才能准确得分析计算出其精确数值；而分析出其主要影响因素，也可为行星滚柱丝杠的结构优化设计提供参考。

#### 4.1.1 摩擦力产生机理分析

行星滚柱丝杠副的摩擦力比同规格的滚珠丝杠要小，主要包含滚动摩擦、滑动摩擦等，其摩擦力的大小不仅与材料、使用条件等有关，还与其结构、运动关系有很大关联。从其结构特点和运动关系来看，其摩擦的各种影响因素如下：

##### a. 材料弹性滞后

滚柱在螺纹槽中滚动时，在外载荷作用下，接触处应产生弹性变形，但是逐渐卸载直到载荷为零时，接触变形仍有一部分未恢复；且在加载阶段承受与卸载阶段相同的载荷时，所产生的变形总是小于卸载时，这一现象称之为材料弹性滞后。反映出整个过程中存在能量损失，该损失的能力主要造成滚柱与螺纹槽间的滚动摩擦阻力矩。

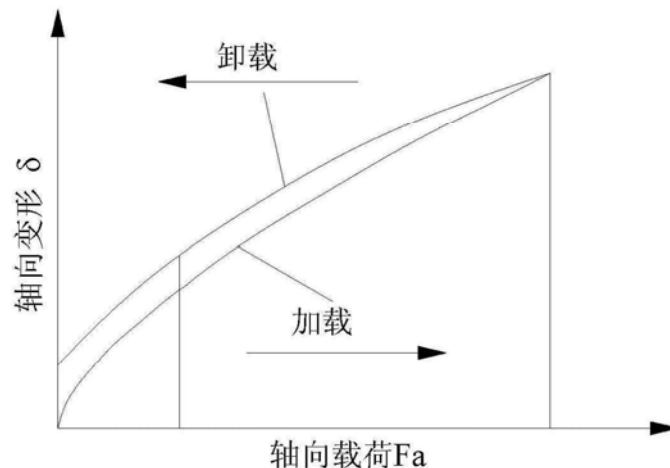


图 4.1 轴向加载与卸载时刚度曲线图

参考文献<sup>[27]</sup>，可知整个行星滚柱丝杠副由弹性滞后所引起的滚柱与丝杠、螺母间的摩擦力矩分别为：

$$\begin{cases} M_{f1} = Z \sum_{i=1}^{\tau} \frac{3Bm_{b1}\chi}{8} \sqrt[3]{\frac{3F_i^4(1-\mu^2)}{E\Sigma\rho_1}} \\ M_{f2} = Z \sum_{i=1}^{\tau} \frac{3Bm_{b2}\chi}{8} \sqrt[3]{\frac{3F_i^4(1-\mu^2)}{E\Sigma\rho_2}} \end{cases} \quad (4.1)$$

式 (4.1) 中:

$\chi$ —能量损失系数, 其数值与材质有关, 一般轴承钢取 0.007~0.009。

综上所述, 选择合适的材料对降低滚动摩擦阻力矩起着重要的作用, 或者在螺纹槽及滚柱表层涂抹先进的 PVD 涂层, 该涂层可使丝杠副中高速运转时的摩擦力矩降低 10% 左右, 并降低温升, 提高高速运转的平稳性。

#### b. 滚柱与螺纹槽的自旋滑动

由于行星滚柱丝杠副存在着接触角, 其滚柱在沿着螺纹滚道切线方向运动过程的同时还会绕接触点的公法线产生自旋滑动, 而该自旋滑动量对滚柱与螺纹槽间的接触面润滑油膜的形成以及摩擦力矩有着非常重要的影响。当滚柱的自旋运动角速度与滚动角速度的比值越小时, 自旋滑动程度越弱。由于滚柱与丝杠、螺母接触时曲率不同, 且滚柱与丝杠螺纹滚道接触时的变形要大于与螺母螺纹滚道接触时的变形。因此, 可初步确定自旋滑动主要发生在滚柱与螺母螺纹滚道接触处<sup>[60]</sup>。

由自旋滑动所引起的摩擦力大小为:

$$\begin{cases} M_{b1} = Z \sum_{i=1}^{\tau} \iint f_n \frac{3Q_i}{2\pi a_1 b_1} \sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a_1^2} - \frac{y^2}{b_1^2}} dx dy \\ M_{b2} = Z \sum_{i=1}^{\tau} \iint f_s \frac{3Q_i}{2\pi a_2 b_2} \sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a_2^2} - \frac{y^2}{b_2^2}} dx dy \end{cases} \quad (4.2)$$

由式 (4.2) 可以看出, 在一定载荷下, 所产生的摩擦力矩与接触处的摩擦滑动系数及接触椭圆的相关参数有关。式中  $f_s$ 、 $f_n$  为滑动摩擦系数, 且  $f_s=f_n=0.05$ 。

#### c. 滚柱与螺纹槽的差动滑动

由于预紧力及外加载荷的作用, 当滚柱在螺纹槽中滚动时, 发生弹性接触变形, 从而产生由滚动差动滑动和自转差动滑动所带来的差动滑动摩擦。如果预紧力或外加载荷愈大, 则滚柱与螺纹槽接触面上的差动滑动愈大, 滑动摩擦也就随之增大。该摩擦与接触点处的曲率半径、接触材料的摩擦系数、接触面特性参数及滚柱的等效直径有关。但是只有当滚柱与螺纹槽接触面积较大时, 差动滑动摩擦才起显著效果, 参考

相关文献,得知只有当滚柱的等效半径与螺纹槽接触处的曲率半径比值大于 0.6 时,差动滑动所产生的影响才比较显著,但是由于行星滚柱丝杠中丝杠与螺母均为三角形螺纹,因而其曲率半径 $\rightarrow\infty$ ,从而使差动滑动对行星滚柱丝杠所引起的影响很小。

#### d.表面粗糙度

随着传动系统的高精密、长寿命要求,表面粗糙度对其使用性能和寿命的影响越来越显著,其数值大小影响着整个系统的摩擦阻力大小、传动效率甚至是传动系统的精度与灵敏度等等。一般情况下表面粗糙度越小,则所产生的摩擦阻力越小,但是如果表面粗糙度过小,将会带来制造成本的上升以及性能的反下降,因此对于表面粗糙度的选择应该在合适的摩擦阻力要求下,取较高值。

行星滚柱丝杠副作为一种高精密传动的零部件,按照要求其表面粗糙度应严格控制在  $R_a \leq 0.2\mu m$ ,而表面粗糙度的大小与磨削进给量、磨削速度、砂轮质量以及机床精度等因素有关,因此在机床确定的情况下,选择合适的砂轮机磨削工艺参数对行星滚柱丝杠副的表面粗糙度有着相当重要的影响。

#### e.表面粘滞力

由于行星滚柱丝杠副是在高速、重载下运动,其温升和扭矩很大,因此不得不考虑润滑剂的表面粘滞力所带来的摩擦力矩。帕姆格林曾经通过大量的摩擦力矩实验,总结出了由润滑剂粘滞力所产生的摩擦力  $M_b$  的经验公式:

$$M_b = 10^{-7} f_0 (vn)^{2/3} d^3 \quad (4.3)$$

式 (4.3) 中:

$f_0$ —为摩擦系数,该系数与润滑方式和行星滚柱丝杠副类型有关。

由式 (4.3) 可知,在一定的行星滚柱丝杠副结构与润滑条件下,由润滑剂的粘滞力所产生的摩擦力矩  $M_b$ ,与丝杠转速  $n$  呈幂级关系,随着丝杠转速  $n$  的提高,该摩擦力矩也随之增加。但是以 2 号基润滑脂的行星滚柱丝杠副为类,当丝杠转速为 2000r/min 时,参考式 (4.3),可知该摩擦力矩所占总摩擦比重并不大。

### 4.1.2 影响因素分析

#### a.预紧载荷

为了消除行星滚柱丝杠副的反向轴隙,一般情况下要给丝杠副施加预紧载荷,而该预紧载荷会给丝杠副造成一定的摩擦力矩。如果减小预紧力,可使滚柱与螺纹槽之



间的摩擦力减小,系统发热量减小、磨损变少以及疲劳寿命增加,但却使丝杠副的间隙变大,当丝杠副反向转动时将产生空回误差,从而使丝杠副的传动精度和系统刚度变小。因此在合理的系统刚度要求范围内,应适当减小预紧力或者采用可调控预紧力的预紧方式,这样可以减小系统的摩擦阻力<sup>[61]</sup>。

#### b.加工制造误差

##### (1) 螺纹槽接触处曲率

当行星滚柱丝杠副的螺母轴向固定,而丝杠旋转时,容易使滚柱与丝杠、螺母的接触点产生滑动,从而导致行星滚柱丝杠副的自旋运动,而自旋运动会加大摩擦力矩的波动,该波动程度与行星滚柱丝杠副螺纹滚道的曲率及滚柱轮廓的圆度有关。

行星滚柱丝杠副必须保证丝杠、螺母螺纹槽左右两侧的曲率半径一致,但是由于加工精度及磨削因素导致左右两侧的主曲率均有差异,从而致使行星滚柱丝杠副出现摩擦力矩的波动。由于该丝杠属于细长杆类且承受重载,因此很容易发生弯曲变形,该变形会使反向间隙发生变化,从而使丝杠的中心轴向与螺母的不平行,更加剧了摩擦力矩的波动。为了减弱该因素的影响,一般在加工时需要将丝杠、螺母的圆柱度公差减小为一般的0.3—0.5倍,其曲率半径也相应缩减一半。尤其是由于该公差对摩擦力矩的波动产生显著影响时更应该严格控制。

##### (2) 行星滚柱丝杠副的齿形误差

如果行星滚柱丝杠副丝杠与螺母的齿形误差过大,则会使滚柱与其接触角不能有效的保持为 $45^\circ$ ,在预紧力一定的情况下,如果接触角小于 $45^\circ$ ,其轴向刚度将相应减小,则有可能达不到设计要求。为了确保有足够的刚度,则预紧力就必须增大,这就会使摩擦力矩随之增大。再则,如果接触角不对称,则行星滚柱丝杠副正反力矩差变大。因此,必须采用合理的加工工艺手段,使齿形误差保证在合理的范围内。

##### (3) 滚柱质量的影响

滚柱的表面硬度、滚柱上螺纹与铣削的齿轮轴同心度等均会影响滚柱运动的流畅性,如果硬度达不到要求,则容易加快滚柱的摩擦磨损,出现表皮掉落或破裂,从而可能将行星滚柱丝杠副卡死;如果同心度不好,则容易使行星滚柱丝杠副的噪声振动增大、运动的不平稳性增加,摩擦阻力加剧,更有甚者将毁坏行星滚柱丝杠副。虽然这种情况不是很多,但是在实际生产中仍需认真分析该质量对行星滚柱丝杠副产品综合性能的潜在影响,使滚柱精度与质量和丝杠、螺母相匹配,并严格保证该指标。

#### c.速度与润滑特性

由于行星滚柱丝杠副在高速高载下工作,其温升和驱动力矩相比在低速工作时明显提高,因而必须选择合理的润滑剂进行润滑,润滑剂的作用主要有:可以减少滚动

表面间产生的摩擦；可以消散由摩擦所产生的热量，防止局部高温；可以防锈和防腐蚀；可以在接触表面形成油膜，从而部分吸收脉冲力，起到隔振减噪的作用。

润滑剂对丝杠摩擦的影响在高速与低速时性质有所不同，在起动或低速时，一般油润滑的摩擦力相比脂润滑要大，但是随着速度的增大，若采用脂润滑，则其摩擦力矩随之呈直线性增长，而若采用油润滑，其摩擦力矩仍可在一定范围内保持较好的稳定。另外，在相同负载下，润滑剂的粘度对丝杠副动态转矩的速度特性起着相当重要的影响，对粘度高的润滑脂或润滑油，其在高速下粘度增大，致使摩擦力矩增大，温度提升，导致丝杠的热变形增大，因此在高速下更应该注意选用合理的润滑剂，同时还得考虑润滑剂的添加方式和加入量。一般情况，当回转速度超过 500r/min，线速度超过 3m/min 时，采用油润滑相对来说摩擦力矩较小。

## 4.2 传动效率分析

传动效率是行星滚柱丝杠副的重要工作性能指标之一，它牵涉到行星滚柱丝杠副是否可以在预定要求下进行工作，以及能耗的高低、温升的快慢、工作寿命的长短等一系列现场问题，在对传动部件进行结构优化设计时，其经常为目标函数。本文主要针对行星滚柱丝杠副的正传动效率进行分析并对其结构影响因素进行了探讨，为行星滚柱丝杠副的结构优化及产品系列化设计提供一定的基础。

### 4.2.1 正传动效率

效率为输出功率与输入功率之比，当在相同时间内亦为输出功与输入功之比。对于行星滚柱丝杠副其输入动力为电机所提供的转矩，其输出为驱动螺母往复直线运动的轴向力，可表示如下：

$$\eta = -\frac{W_3}{W_1} = -\frac{F_a(-\theta_s S / 2\pi)}{M\theta_s} = \frac{SF_a}{2\pi M} \quad (4.4)$$

式 (4.4) 中：

$F_a$  为驱动螺母直线运动的轴向力， $M$  为丝杠的驱动力矩；

$\theta_s$  为丝杠的旋转角度， $S$  为丝杠导程。

假设忽略行星滚柱丝杠副运动过程中的摩擦力，那么有：

$$F_a = -N \cos \gamma \sin \beta, \quad M = -r_s N \sin \gamma \sin \beta \quad (4.5)$$

可计算得：总效率为： $\eta = 1$ 。

但是在实际运动过程中，摩擦力对其运动特性产生重要的影响，致使其效率小于1。根据行星滚柱丝杠副的结构特点，其摩擦角的表达式表述为：

$$\tan \phi = f_r / (R \sin \beta) \quad (4.6)$$

式 (4.6) 中：

$\phi$ —当量摩擦角， $f_r$ —库仑摩擦系数， $R$ —滚柱的当量滚珠半径。

$$F_a = -N \cos \gamma \cos \phi \sin \beta - f_s (\sin \gamma \cos \phi + \cos \gamma \sin \phi \sin \beta) \quad (4.7)$$

在考虑存在有滚动摩擦及自旋滑动时的效率可描述如下<sup>[18]</sup>：

$$\eta = \frac{r_s \tan \gamma [\cos \gamma \cos \phi \sin \beta - f_s (\sin \gamma \cos \phi + \cos \gamma \sin \phi \sin \beta)]}{r_s (\cos \phi \sin \gamma \sin \beta + \sin \phi \cos \gamma) + R(1 - \cos \phi)(\sin \phi + \cos \phi) \cos \gamma \cos \beta} \quad (4.8)$$

式 (4.8) 中：

$f_s$ —为接触点处摩擦系数， $r_s$ —为丝杠公称直径。

当 $f_r$ 取 $f_r = 1 \times 10^{-5}$  m， $f_k$ 取 $f_k = 0.555$ ， $r_s$ 取 $r_s = 30 \times 10^{-3}$  m时，采用 Matlab 进行计算<sup>[62]</sup>，可得如图 4.2 所示的效率随螺旋升角及接触角变化关系。

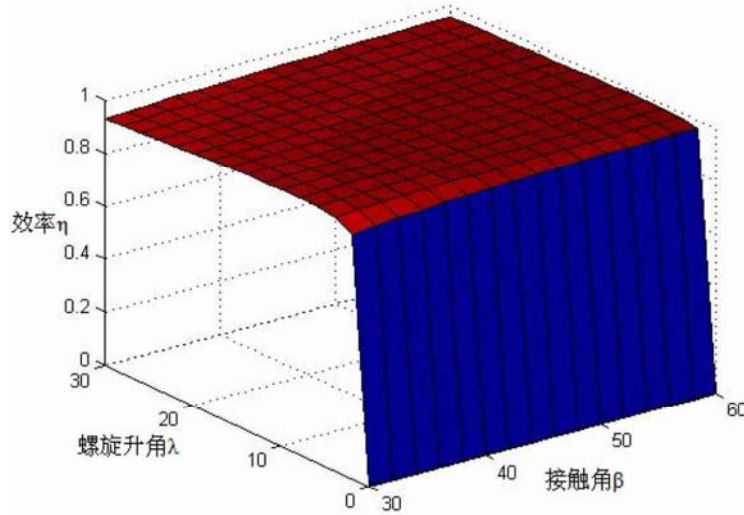


图 4.2 接触角和螺旋升角与效率的关系图

从而可知：行星滚柱丝杠副的效率与丝杠的导程及接触角有着较大的影响。

## 4.2.2 影响因素分析

### a. 螺旋升角

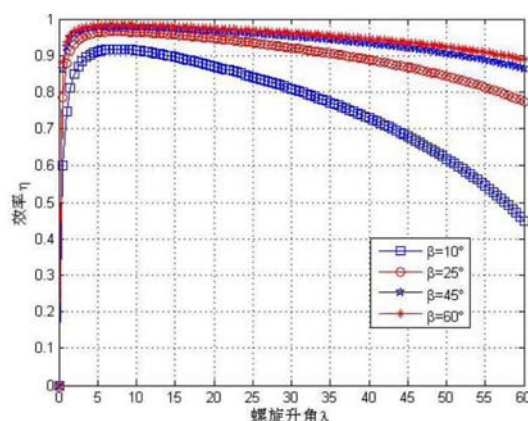


图 4.3 螺旋升角与效率的关系

从图 4.3 中可以看出，当螺旋升角在  $10^\circ$  以内，效率随着螺旋升角的增大而增大，而当螺旋升角大于  $20^\circ$  时，效率随着螺旋升角的增大而减小。同时，效率随着接触角的增大其稳定性愈好。这是由于，当螺旋升角较小时，滚柱丝杠副的反向间隙减少，那么传动效率较高；而当螺旋升角过大，则所带来的摩擦力随之增大，从而导致传动效率降低。因此，一般选择螺旋升角的大小为  $5^\circ$  左右。

螺旋升角与行星滚柱丝杠副的导程直径比呈一定关系，导程直径比越大，螺旋升角越大。从而可知，当直径不变，而导程增大时，其螺旋升角相应变大。而从图 4.3 中可知，行星滚柱丝杠副的传动效率并不是随螺旋升角的增大而一直增大的。因此，在当前高速高效率直线传动的需求形势下，不能一味的通过增大导程来实现高速。

### b. 接触角

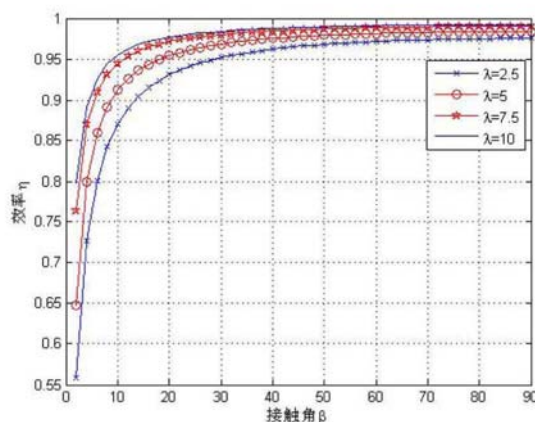


图 4.4 接触角与效率的关系图

从图 4.4 中，可以看出当行星滚柱丝杠副的效率随接触角的增大而增大，最后趋

于平稳，且随螺旋升角的增大而增大。当 $\lambda=2.5$ 时，其效率趋于稳定值时接触角 $\beta$ 大约在 $60^\circ$ 左右，同时在一定范围内随着螺旋升角 $\lambda$ 的增大，其趋于稳定值的接触角 $\beta$ 越小。因此，一般选择行星滚柱丝杠副的接触角为 $45^\circ$ 左右。

### 4.3 本章小结

本章首先对摩擦力的各种产生机理进行了分析研究如：材料的弹性滞后，滚柱与螺纹槽的自旋滑动、差动滑动，表面粗糙度以及表面粘滞力等，建立了相应的计算方程，并对摩擦力矩进行了数值计算，然后对影响摩擦力的各种因素进行了分析研究，如：预紧载荷、加工制造误差、速度润滑特性等；最后对行星滚柱丝杠副的正效率进行了分析计算，绘制了效率曲线，并对其结构影响因素如螺旋升角、接触角、速度等进行了探讨。对行星滚柱丝杠副的设计、生产制造及使用提供了一定的借鉴与参考。

## 5.总结与展望

### 5.1 总结

行星滚柱丝杠副具有高速、重载、高精度、长寿命、高效率、高刚度、运行平稳等特点，因而被广泛的应用于数控机床、加工中心、注塑机、高精尖机电设备、冶金设备、武器和航空航天等领域，随着高速切削技术的发展，将逐步取代滚珠丝杠副成为精密仪器及大推力直线传动设备的关键零部件。但是国内外对其基础理论研究还很薄弱，尤其是对轴向静刚度、摩擦力、效率等为衡量行星滚柱丝杠副的重要性能指标的理论研究至今仍无较大的进展，本文的主要工作及结论如下：

1) 分别采用赫兹理论和分形理论对行星滚柱丝杠副的接触变形进行了分析，并对计算结果进行了比较，可以看出分形理论在考虑粗糙度、机加工等因素的情况下，计算结果更加准确。其中将分形理论应用到行星滚柱丝杠副的刚度分析计算尚属首次。

2) 在对行星滚柱丝杠副轴向静刚度进行分析计算的过程中，考虑了丝杠的扭转变形与轴向拉压变形、丝杠副组件的轴向拉压变形、接触变形、螺纹变形等因素，对其承载分布进行了数学建模及计算，并对影响轴向静刚度的各种因素如预紧力的施加方式及大小、螺旋升角、接触角等进行了探讨分析。

3) 对行星滚柱丝杠副的摩擦力产生机理进行了分析研究，对其影响因素如预紧载荷、加工制造误差、润滑特性等进行了分析探讨，同时对其效率进行了数学建模及计算，并对其主要影响因素如螺旋升角、接触角等进行了分析。为产品的研制奠定了一定的理论基础。

总体来说，全文是在新的理论研究方法的基础上，对行星滚柱丝杠副的基础理论进行了分析与数值计算。对行星滚柱丝杠副的产品研制及深入的理论研究提供了一定的理论基础。

### 5.2 展望

随着对行星滚柱丝杠副相关基础理论研究的深入，以及加工制造水平的发展，行星滚柱丝杠副在工业领域的应用越来越广泛。采用行星滚柱丝杠副作为高速重载直线传动已经成为精密数控机床及重型动力驱动设备的重要趋势。本文虽然对行星滚柱丝杠副的轴向静刚度、摩擦力、效率等进行了建模及计算，并对其影响因素进行了分析，但还只能说是对行星滚柱丝杠副基础理论的初步探讨，还有很多工作需要做进一步的



深入研究:

1) 本文采用赫兹理论与分形理论分别对行星滚柱丝杠副的接触变形进行建模研究时均进行了不同程度的简化, 与实际情况尚存在一定的差异。

2) 对行星滚柱丝杠副的轴向总静刚度进行分析时, 仍有些实际因素为考虑进去, 如行星滚柱丝杠副中两端齿轮对总体结构的刚度及摩擦、效率的影响尚未考虑, 还需进一步探讨研究。

3) 由于行星滚柱丝杠副是在高速重载下运行, 在润滑良好、载荷一定的情况下, 摩擦力矩的大小与结构参数有关, 在实际中应该有针对性的进行结构参数优化, 并通过大量的实验来找到适合高速重载行星滚柱丝杠副的结构参数。

4) 行星滚柱丝杠副的效率非结构参数影响因素如: 润滑剂、速度等还需进一步理论研究与分析, 从而使得计算结果更加精确。

5) 行星滚柱丝杠副螺纹滚道的加工误差对其综合性能影响较大, 应该深入研究其测量技术, 并通过在线测量与控制, 从而提高产品的加工质量。

6) 本文主要针对行星滚柱丝杠副的静态性能进行分析研究, 其动态特性如行星滚柱丝杠副的固有频率等还需进一步的分析研究。

## 致谢

本文是在导师杨家军教授的精心指导下完成的。在两年半的硕士生活中，导师渊博的学识和开阔的视野以及积极进取的工作作风都给我极大的影响，引导和激励我探求现代科学技术的未知领域。感谢导师两年来对我的信任与栽培，提供给我多个实际项目的锻炼机会，从中使我接触到很多先进的技术与设备，提高了我的实践能力与理论水平。学生所取得的每一点进步无不倾注了导师大量的心血，在此成文之际，谨向我慈爱的导师致以崇高的敬意和真诚的感谢。

衷心感谢孙建利老师对我在行星滚柱丝杠副基础理论研究过程中给予的无私指导和帮助；感谢程远雄老师对我直线电机项目的指导，让我对最新型的直线传动结构有了一定的认知与了解；感谢田红亮博士在分形理论的应用及参数选择方面的耐心解答，使我对分形理论有了更深层次的认识；感谢博士研究生郜能、刘文威，硕士研究生杨保哲、刘伟方、苏昭群、于婷、余震、奚斌、赵翔等 D1-301 全体成员两年来对我的帮助和一贯支持，一起学习和生活的日子给我留下了美好的回忆；感谢机硕 0803 班的全体同学，我们一起度过了一段精彩而难忘的研究生生活。

特别感谢我的亲人在我完成学业的过程中所给予的无私的奉献、关怀、支持和鼓励。在我艰苦求学的过程中，他们付出了太多太多艰辛的劳动与伟大的爱，感谢他们一直以来对我的付出与关爱。

感谢一路走过的同窗好友，和你们在一起的时光是我一生中最美好的回忆！

最后，谨向所有关心、帮助过我的老师、师兄（姐）、师弟（妹）、同学、朋友们表达最诚挚的感谢！

韦振兴

二〇一一年元月于喻园

## 参考文献

- [1] Kuhn Dietmar. 滚柱丝杠[J]. 现代制造. 2003(25): 62-64.
- [2] 张佐营. 高速滚珠丝杠副动力学性能分析及其实验研究[D]. 山东大学, 2008.
- [3] 古晓明, 古纯效. 一种新型的差动式滚柱丝杠螺母机构[J]. 机床. 1991(4): 45.
- [4] 朱诗威. 新型永磁直线电动机动态性能分析与研究[D]. 华中科技大学, 2009.
- [5] Rosenberg G, Snyder A, Weiss W, et al. A roller screw drive for implantable blood pumps[J]. Trans Am Soc Artif Intern Organs. 1982, 28: 123-126.
- [6] SKF 公司推出高精密滚柱丝杠[J]. 现代制造. 2006(7): 11.
- [7] Rollvis Swiss 公司. Catalogue ROLLVIS 2000 (Roller screw)[Z].
- [8] 于兆勤, 张伯霖. 一种新型的高速进给传动机构——行星滚柱丝杠[J]. 机械开发. 1996(2): 14-18.
- [9] May Ken, Yang Jason. 滚珠丝杠还是滚柱丝杠?[J]. 现代制造. 2005(9): 40.
- [10] 史百锁. 介绍一种滚柱丝杠[J]. 机床. 1988(1): 6.
- [11] 李良福. 滚柱丝杠传动副的特点[J]. 上海机床. 1991(3): 34-36.
- [12] Exlar 公司. PRS 技术选型手册[Z].
- [13] Kazuo Fujita. Rotating Shaft of Roller Screw Structure and Its Driven DeviceUS4541297[P].
- [14] Olver Saari. Anti-Friction Nut Screw DriveUS4576057[P].
- [15] William W. Carson. Apparatus for Converting Rotational Motion to linear MotionUS4648285[P].
- [16] Skf 公司. 滚柱丝杠技术选型手册[Z].
- [17] Plerre C Lemor. The roller screw, an efficient and reliable mechanical component of electro-mechanical actuators[J]. IECEC 96 Proceedings of the 31st Intersociety. 1996(1): 215-220.
- [18] Velinsky S A. Kinematics and Efficiency Analysis of the Planetary Roller Screw Mechanism[J]. Journal of Mechanical Design. 2009, 131(1): 11011-11016.
- [19] Yousef Hojjat, M Mahdi Agheli. A comprehensive study on capabilities and limitations of roller - screw with emphasis on slip tendency[J]. Mechanism and Machine Theory. 2009, 44: 1887-1899.
- [20] 魏龙, 顾伯勤, 冯飞, 等. 粗糙表面接触模型的研究进展[J]. 润滑与密封. 2009(7): 112-117.

- [21] A Majudar, B Bhushan. Fractal Model of Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces[J]. Journal of Tribology. 1991, 113(1): 1-11.
- [22] A Majudar, B Bhushan. Role of Fractal Geometry in Roughness Characterization and Contact Mechanics of Surfaces[J]. Journal of Tribology: April 1990. 1990, 112: 205-216.
- [23] S Wang, K Komvopoulos. A Fractal Theory of the Temperature Distribution at Elastic Contacts of Fast Sliding Surfaces[J]. Journal of Tribology. 1995, 117(203-215).
- [24] 山东博特精工股份有限公司. 博特产品技术手册[Z]. 2008.
- [25] 陈芳. 两级行星滚柱丝杠传动设计与精确度研究[D]. 南京理工大学, 2009.
- [26] 南京优励聂夫科技有限公司. 优励聂夫产品技术手册[Z]. 2008.
- [27] 靳谦忠. 行星式滚柱丝杠副的基础理论研究及结构设计[D]. 华中科技大学, 1992.
- [28] 孙健利, 靳谦忠. 行星式滚柱丝杠副的静刚度研究[J]. 湖北工学院学报. 1993, 8(2): 24-29.
- [29] 靳谦忠, 杨家军, 孙健利. 行星式滚柱丝杠副的运动特性及参数选择[J]. 制造技术与机床. 1998(5).
- [30] 靳谦忠, 杨家军, 孙健利. 行星式滚柱丝杠副的摩擦机理研究[J]. 华中理工大学学报. 1998(6): 83-84.
- [31] 靳谦忠, 杨家军, 孙健利. 滚珠丝杠副和行星式滚柱丝杠副静刚度的比较研究[J]. 机械科学与技术. 1999(2): 62-64.
- [32] 赵英, 倪洁, 等. 滚柱丝杠副的啮合计算[J]. 机械设计. 2003, 20(3): 34-36.
- [33] 陈曼龙. 差动丝杠机构的传动性能[J]. 机械传动. 2008(1): 98-100.
- [34] 陈曼龙. 滚柱丝杠副的结构形式及选用[J]. 机械工程师. 2007(10): 112-113.
- [35] University F W Y D, Xiangtan, China. CAGE-RING PLANET ROLLER SCREW[C]. 中国江苏无锡: 1996.
- [36] Hertz Heinrich. Über Die Berührung Fester Elastischer Körper (On the Contact of Elastic Solids)[J]. Reine und Angewandte Mathematik. 1881, 92: 156-171.
- [37] K L Johnson. 接触力学[M]. 高等教育出版社, 1992.
- [38] 徐顺. 基于分形理论的齿轮接触模型的研究[D]. 合肥工业大学, 2008.
- [39] 陈奇, 赵韩, 黄康, 等. 分形理论在齿轮接触应力分析中的应用研究[J]. 中国机械工程. 2010(9): 1014-1017.
- [40] 陈海燕, 王成国. 分形理论及其在摩擦学研究中的应用[J]. 材料导报. 2002(12): 6-8.

- [41] 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 156-180.
- [42] 陈锦江, 任成祖, 徐燕申. 混合陶瓷球轴承接触应力和变形的数值求解[J]. 机械设计. 2004(1): 10-12.
- [43] 陈锦江, 任成祖, 徐燕申. 数值计算赫兹接触问题的新方法[J]. 机床与液压. 2004(1): 42-43.
- [44] 易学平. 圆柱滚子轴承力学特性分析及其数值模拟[D]. 哈尔滨工程大学, 2009.
- [45] 施祖康, 张超鹏, 程光仁. 滚珠螺旋传动设计基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987: 80-82.
- [46] 温淑花, 张学良, 武美先, 等. 结合面法向接触刚度分形模型建立与仿真[J]. 农业机械学报. 2009(11): 197-202.
- [47] 董霖. 基于分形理论的弹塑性接触及磨合磨损预测模型的研究[D]. 四川大学, 2000.
- [48] 尹明, 公丽萍, 李强. 丝杠扭转变形对传动刚度影响的条件[J]. 制造技术与机床. 2008(6): 155-157.
- [49] 吴长宏. 滚珠丝杠副轴向接触刚度的研究[D]. 吉林大学, 2007.
- [50] 山本晃. 螺纹连接的理论与计算[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1984: 50-120.
- [51] 黄志东, 任继文, 卢怀亮, 等. 滑动螺旋传动中螺牙应力和工作压力的研究[J]. 锻压技术. 2004(2): 56-59.
- [52] 张申林, 冯守卫. 关于螺栓联接强度计算中的几个问题[J]. 机械科学与技术. 1998(3): 378-382.
- [53] 黄浩, 张鹏顺, 温建民. 高速圆柱滚子轴承的刚度研究[J]. 中国机械工程. 2001(11).
- [54] Sasaki Y, Chikazawa G, Nogawa M, et al. Ex vivo evaluation of a roller screw linear muscle actuator for an implantable ventricular assist device using trained and untrained latissimus dorsi muscles[J]. Artif Organs. 1999, 23(3): 262-267.
- [55] Weule H, Golz H U. Preload-Control in Ball Screws -- A New Approach for Machine Tool Building[J]. CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1991, 40(1): 383-386.
- [56] 尹慧博, 毕海峰, 姜洪权, 等. 提高滚珠丝杠传动刚度的几种方法[J]. 机械工程师. 2009(9): 50-52.
- [57] Takatani S, Takami Y, Nakazawa T, et al. Double chamber ventricular assist device with a roller screw linear actuator driven by left and right latissimus dorsi muscles[J].

- ASAIO J. 1995, 41(3): M475-M480.
- [58] 许向荣, 宋现春, 姜洪奎, 等. 单螺母滚珠丝杠副轴向刚度的分析研究[J]. 武汉理工大学学报. 2009(24): 54-57.
- [59] Ivantsov A I. Problem of measuring threads with a large helix angle[J]. Measurement Techniques. 1966, 9(11): 1409.
- [60] Ro P I, Shim W, Jeong S. Robust friction compensation for submicrometer positioning and tracking for a ball-screw-driven slide system[J]. Precision Engineering. 2000, 24(2): 160-173.
- [61] Wei C C, Lin J F, Horng J. Analysis of a ball screw with a preload and lubrication[J]. Tribology International Special Issue: 35th Leeds-Lyon Symposium. 2009, 42(11-12): 1816-1831.
- [62] 陈杰. Matlab 宝典[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006: 224-364.



## 硕士期间完成的论文

- [1] 杨家军, 韦振兴, 朱继生, 杜伟. 行星滚柱丝杠副载荷分布及刚度计算[J]. 华中科技大学学报(自然科学版). 2011(5). (已录取)
- [2] 韦振兴, 杨家军, 朱继生, 杨保哲, 杜伟. 行星滚柱丝杠副的结构参数优化分析[J]. 机械传动. 2011(6). (已录取)