

分类号

密级

UDC 注 1



南京理工大学
NANJING UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

硕士 学位 论文

精密滚珠（柱）丝杠副的承载与 传动效率研究

（题名和副题名）

徐子杰

（作者姓名）

指导教师姓名 祖莉 教授

学 位 类 别 工学硕士

专 业 名 称 机械电子工程

研 究 方 向 新型机械传动技术及检测

论 文 提 交 时 间 2021.12

注 1：注明《国际十进分类法 UDC》的类号

摘要

滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载性能是研究其他性能的基础，而传动效率是二者服役性能的重要指标。本课题以实验室与中船重工某研究所的合作项目为支撑，对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载与传动效率进行理论及试验研究，为国产丝杠副的设计、生产、使用和改进提供理论基础和试验依据。具体研究内容如下：

(1) 将工艺误差加入到滚珠丝杠副滚珠与丝杠滚道及螺母滚道的变形协调关系中，得到更符合实际情况的承载模型，进而分析在不同轴向负载、工艺误差情况下滚珠丝杠副的承载情况，并且将工艺误差代入到运动关系中，最终得到滚珠丝杠副的承载与运动情况。

(2) 将工艺误差加入到行星滚柱丝杠副滚柱螺纹牙与丝杠螺纹及螺母螺纹的变形协调关系中，得到更符合实际情况的承载模型，进而分析在不同轴向负载、工艺误差情况下行星滚柱丝杠副的承载情况，并且最终得到行星滚柱丝杠副的承载与运动情况。

(3) 根据赫兹接触理论和弹流润滑理论，结合滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载与运动情况，分析在弹性流体动力润滑情况下，不同工况下滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副接触面的润滑情况，进而得到摩擦系数和摩擦力矩模型。针对传动效率传统模型的局限性，建立起新的传动效率模型，将新旧模型进行计算和对比分析，并分析不同的轴向负载、转速、工艺误差和润滑剂粘度对传动效率的影响。

(4) 通过设计试验方案并进行传动效率试验，得到不同工况下滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率试验数据，将试验数据、新模型计算数据以及传动模型计算数据进行对比，指出传统数学模型的局限性，验证新模型的有效性与合理性，并找出新模型的不足之处。最终分析且总结在不同工况下传动效率变化的规律。

关键词：滚珠丝杠副，行星滚柱丝杠副，承载分析，传动效率模型，试验研究

Abstract

The load-bearing performance of the ball screw mechanism and planetary roller screw mechanism is the basis for studying other properties, and the transmission efficiency is an important indicator of the service performance of the two. This subject is supported by a cooperation project between the laboratory and a research institute of China Shipbuilding Industry Corporation, and conducts theoretical and experimental research on the bearing and transmission efficiency of the ball screw mechanism and planetary roller screw mechanism. It is the design and production of the domestic screw mechanism, Use and improve to provide theoretical basis and experimental basis. The specific research content is as follows:

- (1) The process error is added to the deformation coordination relationship between the ball of the ball screw, the screw raceway and the nut raceway to obtain a bearing model that is more in line with the actual situation, and then analyze the ball screw under different axial loads and process errors. The bearing capacity of the ball screw is determined, and the process error is substituted into the motion relationship, and finally the bearing capacity and motion of the ball screw are obtained.
- (2) The process error is added to the deformation coordination relationship between the roller thread of the planetary roller screw, the screw thread and the nut thread, so as to obtain a bearing model that is more in line with the actual situation, and then analyze the situation under different axial loads and process errors. The bearing condition of the lower planetary roller screw, and the process error is substituted into the motion relationship, and finally the bearing and motion condition of the planetary roller screw is obtained.
- (3) According to the Hertzian contact theory and the elastohydrodynamic lubrication theory, combined with the load-bearing and motion conditions of the ball screw and the planetary roller screw, analyze the ball screw and the planetary roller screw. The lubrication condition of the contact surface is obtained, and then the friction coefficient and friction torque model are obtained. Aiming at the limitations of the traditional model of transmission efficiency, a new transmission efficiency model is established, the new and old models are calculated and compared, and the influence of different axial loads, rotational speeds, process errors and lubricant viscosity on transmission efficiency is analyzed.

- (4) By designing the test plan and carrying out the transmission efficiency test, the transmission efficiency test data of the ball screw and the planetary roller screw under different working conditions are obtained, and the experimental data, the calculation data of

the new model and the calculation data of the transmission model are compared, and it is pointed out that The limitations of traditional mathematical models, verify the validity and rationality of the new model, and find out the shortcomings of the new model. Finally, the law of transmission efficiency changes under different working conditions is analyzed and summarized.

Key word: Ball screw, Planetary roller screw, Load analysis, Transmission efficiency model, Experimental research.

目 录

1 绪论.....	1
1.1 课题背景及研究意义.....	1
1.2 研究现状.....	2
1.2.1 精密滚珠(柱)丝杠副承载与运动研究现状.....	2
1.2.2 精密滚珠(柱)丝杠副摩擦系数、摩擦力矩和传动效率模型研究现状	3
1.2.3 精密滚珠(柱)丝杠副摩擦系数、摩擦力矩及传动效率试验研究现状	4
1.2.4 当前研究不足之处.....	7
1.3 论文主要研究内容.....	7
1.4 论文技术路线.....	8
2 滚珠丝杠副承载与运动分析	10
2.1 滚珠丝杠副承载分析.....	10
2.1.1 滚珠丝杠副承载模型的建立.....	10
2.1.2 影响滚珠丝杠副承载情况因素的分析	15
2.2 滚珠丝杠副运动分析.....	22
2.3 本章小结	25
3 行星滚柱丝杠副承载与运动分析	26
3.1 行星滚柱丝杠副承载分析	26
3.1.1 行星滚柱丝杠副承载模型的建立.....	26
3.1.2 影响行星滚柱丝杠副承载情况因素的计算与分析	29
3.2 行星滚柱丝杠副运动分析	33
3.2.1 行星滚柱丝杠副角速度分析.....	34
3.2.2 运动速度分析	35
3.3 本章小结	38
4 精密滚珠(柱)丝杠副传动效率模型的建立与分析.....	39
4.1 弹性流体动力润滑分析.....	39
4.1.1 赫兹接触应力计算.....	39
4.1.2 润滑粘度与油膜厚度计算.....	42
4.2 精密滚珠(柱)丝杠副摩擦力矩分析.....	44
4.2.1 滚珠丝杠副摩擦力矩分析	44
4.2.2 行星滚柱丝杠副摩擦力矩分析	46
4.3 精密滚珠(柱)丝杠副传动效率模型的建立.....	48
4.3.1 精密滚珠(柱)丝杠副传动效率的传统数学模型	48

4.3.2 滚珠丝杠副传动效率模型.....	51
4.3.3 行星滚柱丝杠副传动效率模型.....	52
4.4 传动效率模型的计算与分析	52
4.4.1 新传动模型与传统传动效率模型的对比	52
4.4.2 滚珠丝杠副传动效率计算与分析.....	55
4.4.3 行星滚柱丝杠副传动效率计算与分析	58
4.5 本章小结	60
5 精密滚珠(柱)丝杠副传动效率试验研究.....	62
5.1 试验设备	62
5.2 试验方案设计	63
5.2.1 试验基本条件	63
5.2.2 试验流程	63
5.3 传动效率试验数据	64
5.3.1 滚珠丝杠副试验数据	64
5.3.2 行星滚柱丝杠副试验数据	66
5.4 传动效率模型验证与对比分析	67
5.4.1 滚珠丝杠副传动效率模型验证与对比分析	67
5.4.2 行星滚柱丝杠副传动效率模型验证与对比分析	70
5.5 传动效率试验数据分析	72
5.5.1 滚珠丝杠副试验数据分析	72
5.5.2 行星滚柱丝杠副试验数据分析	74
5.6 本章小结	76
6 总结	77
6.1 论文的研究成果	77
6.2 创新点	78
6.3 展望	78
参考文献	80

1 绪论

1.1 课题背景及研究意义

精密滚珠丝杠副和精密行星滚柱丝杠副都属于精密螺旋传动，传动方式是输入旋转运动输出直线运动^[1]。滚珠丝杠副与行星滚柱丝杠副的区别在于：滚珠丝杠由丝杠、螺母、滚珠、双向器等组成，是通过使滚珠沿着回珠曲线循环运动来起到传动作用的螺旋传动机构^{[2][3]}，具有运行平稳、传动精度高、使用寿命长、同步性好等优点^[4]；行星滚柱丝杠副由丝杠、螺母、滚柱、内齿圈等组成，滚柱同时与丝杠螺纹及螺母螺纹啮合接触，滚柱的两端类似齿轮，与螺母的内齿圈啮合，螺母的内齿圈起到行星架的作用，因此滚柱绕着丝杠做行星运动，滚柱既有与螺母啮合的纯滚动，也有与丝杠接触产生的滑滚运动，多点啮合、结构紧凑，与滚珠丝杠副相比具有更佳的承载能力、刚度、使用寿命和更低的噪声^{[5][6]}。滚动体的种类、滚动体啮合接触的方式和滚动体的运动情况是二者的主要区别之处。

滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副广泛应用于数控机床、医疗器械、航空航天、核电、新能源汽车、机器人、印刷设备等行业^{[7]-[13]}。



图 1.1 滚珠丝杠副

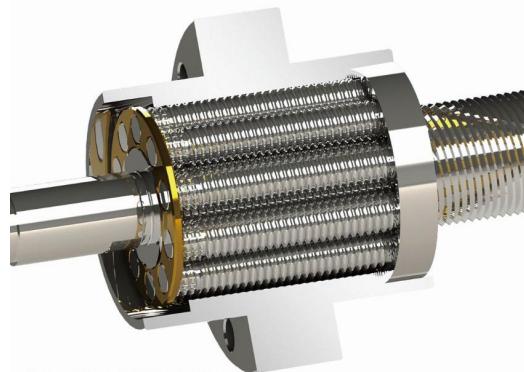


图 1.2 行星滚柱丝杠副

承载情况是分析滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副其他性能的基础与前提，传动效率是衡量滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副传动性能的重要指标，传动性能越高，表示传动过程中产生的摩擦力矩越小，这有利于滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副保持传动精度和延长使用寿命。然而目前对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副承载的研究中考虑到实际存在的工艺误差的比较少，而传动效率方面的研究比较不足，并且多集中于理论分析和仿真计算，对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率试验研究也多不具备普遍性。因此，研究滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载与传动效率，建立更符合实际情况的传动效率理论模型，对影响传动效率的因素加以分析，并且通过试验得到传动效率变化规律，能够为滚

珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的设计、生产制造、使用和改进提供理论基础和试验依据。

国内针对行星滚柱丝杠副的性能分析和试验研究较少，承载性能是分析其他性能的基础，而传动效率可以直接表现产品的传动性能，也能间接表征不同工况下产品的摩擦力矩，同时与产品在使用过程中产生的能量损失有直接的联系，因此对产品的承载与传动效率进行理论与试验研究，能够为提升国内产品自主开发能力打下坚实基础。

本课题与国内中船重工某研究所展开合作，对行星滚柱丝杠副的各种性能进行了性能分析与试验研究，并将传动效率定为行星滚柱丝杠副评价体系的重要指标之一。通过国内外行星滚柱丝杠副的传动效率的对比，找到国产丝杠副的不足之处，并提出优化与改进的建议，填补相关方面的技术空白。

1.2 研究现状

本课题研究精密滚珠（柱）丝杠副的承载与传动效率，研究滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载与运动情况是题中应有之义，而研究滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率也要得到符合实际的各零件承载及运动情况，然后根据得到的承载及运动情况来分析零件接触表面产生的摩擦润滑情况，最终得到摩擦力矩和传动效率模型，并通过设计实验来验证模型的有效性和合理性。因此，对于滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率研究，要关注以下几个方向：承载与运动研究，摩擦系数、摩擦力矩和传动效率模型研究，摩擦力矩或传动效率试验研究。

1.2.1 精密滚珠（柱）丝杠副承载与运动研究现状

滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副承载与运动情况是研究其他性能的基础与前提，因此传动效率的研究离不开对其内部载荷分布和各零件间运动关系的研究，不同的轴向负载和不同的输入转速下，滚珠（柱）与丝杠和螺母的接触状态存在差异，接触状态的差异导致产生的摩擦系数和摩擦力矩的变化，进而影响到传动效率。在运动情况方面，基本分析理论和求解方法近些年来变化不大，而在承载情况方面，早期对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的研究一般假设各滚珠或同一滚柱上各螺纹牙受载均匀，而后逐渐发展出载荷分布计算模型以及考虑到工艺误差的载荷分布模型。

滚珠丝杠副方面，Lin 等^{[14][15]}采用拟静力学和运动学理论，假设各滚珠受载均匀，建立多个坐标系以描述滚珠丝杠副各零件之间的位置关系和运动关系，通过不同坐标系之间的坐标变换，得到滚珠丝杠副的运动特性，通过受力分析得到滚珠丝杠副的传动效率模型。Wei 等^{[16][17]}基于 Lin 的研究，在各滚珠受载均匀的基础上分析了滚珠受到的离心力和惯性力矩，通过坐标变换的方法得到滚珠丝杠副各零件的运动情况。张佐营^[18]分析了滚珠丝杠副内滚珠的自旋运动和滑移运动。Zhen 等^[19]使用载荷分布方法计算了滚珠丝杠副的疲劳寿命。刘畅等^[20]提出了螺母副的载荷分布计算方法。南京理工大学的

周长光^[21]采用“外圈滚道控制”理论建立了考虑滚珠离心力和惯性力矩的双螺母预紧滚珠丝杠副的载荷分布模型，分析了结构参数和工况对丝杠侧和螺母侧的法向接触载荷及接触角的影响。分析滚珠丝杠副的载荷分布时也应当考虑加工误差的对滚珠丝杠副接触状态的影响，Mei^[22]得到了考虑加工误差的滚珠丝杠副载荷分布模型，祖莉等^[23]得到了考虑导程误差的双螺母预紧滚珠丝杠副的载荷分布模型与计算方法。

在行星滚柱丝杠副方面，南京理工大学的濮建荣^[24]利用斜面滑块的原理建立了行星滚柱丝杠副的传动效率模型，未能对行星滚柱丝杠副的载荷分布进行分析。华中科技大学的韦振兴^[25]采用赫兹和分形两种接触理论来建立接触变形的模型，然而也未能针对行星滚柱丝杠副的载荷分布进行分析。燕山大学的黄守县^[26]分析了行星滚柱丝杠副受载时滚柱、丝杠和螺母之间的变形协调关系，然而未能将载荷分布结果与传动效率研究结合起来。周先辉等^[27]基于有限元方法得到了螺纹牙载荷分布模型。马尚君等^{[28][29]}先后得到了考虑制造误差以及误差-磨损-温度耦合的行星滚柱丝杠副载荷分布模型，认为负的误差更有利于载荷均匀分布，磨损加剧载荷分布不均，而温度变化会增大单个螺纹承载量。西北工业大学的张文杰^[30]将各种加工误差统一转化成轴向误差，得到了包含轴向误差的变形协调关系，并且针对螺距误差对载荷分布的影响进行了试验分析。华中科技大学的汪佳丽^[31]得到了考虑滚珠节圆偏移的相对滑动速度计算模型，付晓军等^[32]建立了行星滚柱丝杠副各零件的曲面方程，根据啮合曲面的连续相切接触条件得到接触半径和接触偏角的求解方程，他在文献^[33]中研究了行星滚柱丝杠副的啮合特性，得到了各零件的位置关系，进而得到了考虑零件偏心、位置误差和螺纹分度误差的行星滚柱丝杠副运动学模型。南京理工大学的程远^[34]也对行星滚柱丝杠副的运动特性进行了研究。

1.2.2 精密滚珠（柱）丝杠副摩擦系数、摩擦力矩和传动效率模型研究现状

滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副传动效率的研究离不开对摩擦系数和摩擦力矩的研究，不同结构参数和工作条件下的摩擦系数和摩擦力矩存在着差异，这些差异进一步影响到传动效率。摩擦系数和摩擦力矩方面的研究经过了几个阶段：从假设滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副受到摩擦系数为恒定值的库伦摩擦或滚动摩擦，后来考虑到滚柱同时存在滚动和滑动的情况从而分析了自旋滑动摩擦和差动滑动摩擦以及弹性滞后滚动摩擦，以及借鉴滚动轴承的理论而考虑到粘滞摩擦，再到使用弹性流体动力润滑理论来分析滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的摩擦情况。

滚珠丝杠副方面，Lin 等^{[14][15]}假设滚珠丝杠副在传动过程中只受到库伦摩擦并且库伦摩擦系数为定值，得到了传动效率理论模型。魏进忠^[35]在库伦摩擦的基础上加入了粘滞摩擦理论，得到了单螺母滚珠丝杠副和双螺母预紧滚珠丝杠副的传动效率模型。徐楠楠^[36]和陈勇将^[37]等认为滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触时产生的摩擦不能简单地使用库伦摩擦模型来解释，他们使用蠕滑分析得到新的摩擦模型。周长光^[21]和赵哲等^[38]通过设计预紧力可调滚珠丝杠副并进行摩擦力矩试验，得到滚珠丝杠副的摩擦系数变化规律：

摩擦系数大约在 0.0032~0.0045 之间；转速升高，摩擦系数上升；轴向负载越大，摩擦系数越大。Zhou 等^[39]类比滚动轴承提出修正的滚珠丝杠副摩擦力矩和传动效率模型。以上的摩擦力矩和传动效率研究中，对粘滞摩擦力矩的分析大多是参考滚动轴承的摩擦力矩模型。Oh 等^[40]和 Cao 等^[41]使用了弹性流体动力润滑理论来计算滚珠丝杠副的摩擦力矩，假设润滑剂是牛顿流体，使用 Hamrock 等^[42]的理论得到最小油膜厚度，再通过牛顿流体的摩擦剪应力计算公式得到滚珠丝杠副的摩擦力矩。Carlo 等^[43]采用多体动力学以及弹流润滑理论来得到滚珠丝杠副的摩擦力矩模型，他将利用 Eyring 模型来计算摩擦剪应力，但最终结论缺乏实验验证。

行星滚柱丝杠副方面，Otsuka 等^[44]曾通过实验测得行星滚柱丝杠副的摩擦系数大约为 0.015。靳谦忠等^[45]研究了行星滚柱丝杠副的自旋滑动摩擦以及弹性滞后滚动摩擦。马尚君等^[46]得到了自旋滑动摩擦力矩和弹性滞后摩擦力矩的计算方法，并借用 Olaru 等^[47]的滚珠丝杠副粘滞摩擦力矩计算公式，得到总摩擦力矩模型，以此建立了传动效率模型，并得到弹性滞后滚动摩擦可以忽略的结论。以上研究对自旋滑动摩擦系数和差动滑动摩擦系数视作常数，未能研究不同润滑状态下的滑动摩擦系数。乔冠^[48]在分析自旋滑动摩擦系数和差动滑动摩擦系数时，借用了滚珠丝杠副摩擦系数的经验公式，得到了随润滑状态变化的滑动摩擦系数。濮建荣^[24]借鉴滚珠丝杠副差动滑动摩擦力矩的经验公式推导出行星滚柱丝杠副差动滑动摩擦力矩计算公式。解志杰等^[49]采用了拉格朗日方法，得到了包含自旋滑动摩擦力矩、差动滑动摩擦力矩和粘滞摩擦力矩的总摩擦力矩，并进一步得到行星滚柱丝杠副的动态传动效率，但对各种摩擦系数没有进行深入研究。Zhou^[50]等研究了行星滚柱丝杠副在瞬时混合弹流润滑的润滑特性，计算了油膜厚度分布情况，并分析了低转速阶段行星滚柱丝杠副的混合润滑状态下等效摩擦系数变化情况，在转速接近 0 时，接触表面的等效摩擦系数为 0.15，在低速阶段随着转速的增加，等效摩擦系数逐渐下降至 0.06~0.08。

1.2.3 精密滚珠（柱）丝杠副摩擦系数、摩擦力矩及传动效率试验研究现状

滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副传动效率的研究离不开对摩擦系数、摩擦力矩和传动效率模型的试验研究与验证。试验研究与验证可分为两个方面：试验台的设计搭建，摩擦系数、摩擦力矩和传动效率试验研究。

（1）试验台的设计搭建

测量滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的试验台应当具备以下几种要素：能够实现轴向加载功能，能够实现测量加载情况下的摩擦力矩或总输入力矩，能够安装不同型号不同规格的丝杠副。

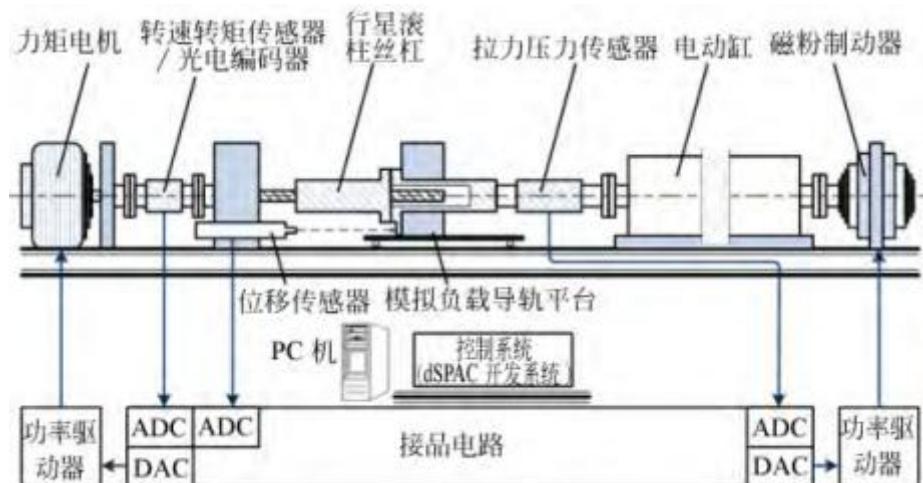


图 1.3 行星滚柱丝杠副传动机构实验测试平台

李凯等^[51]设计了一种能够测试行星滚柱丝杠副传动精度和传动效率的试验台。如图 1.3 所示, 该试验台采用旋转电机驱动、磁粉制动器加载, 通过安装在模拟负载导轨平台与电缸之间的拉压力传感器测量螺母受到的轴向负载 F_a , 通过转矩转速传感器来测量总输入力矩 M_{input} 以及转速 ω , 通过位移传感器测量螺母直线移动距离和线速度 v , 这样可以得到传动效率为

$$\eta = \frac{F_a L}{M_{input} 2\pi} = \frac{F_a v}{M_{input} \omega} \quad (1.1)$$

式中, L 是导程。该试验台通过磁粉制动器被动加载, 因此只能实现正传动加载, 不能测试逆传动状态下的传动效率, 并且测试得到的总输入力矩也包含了电缸内部产生的摩擦力矩。

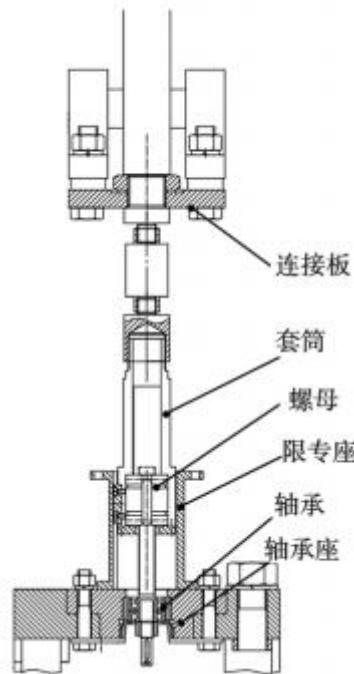


图 1.4 行星滚柱丝杠传动效率试验台

刘柱等^[52]也研制了传动效率试验台,如图 1.4 所示。该试验台采用液压伺服系统通过连接套筒对样件轴向加载,样件采用竖直安装方式安装在轴承座上,使用变频电机驱动样件转动,使用安装在连接套筒上的应变片来测量轴向负载,使用转速转矩传感器来测量总的输入力矩和转速,测量得到的参数按照式(1.1)可得到样件的传动效率。该试验台存在这样的问题:液压加载不安全,立式结构的试验台对测试样件的长度有限制,不能实现逆传动测试。

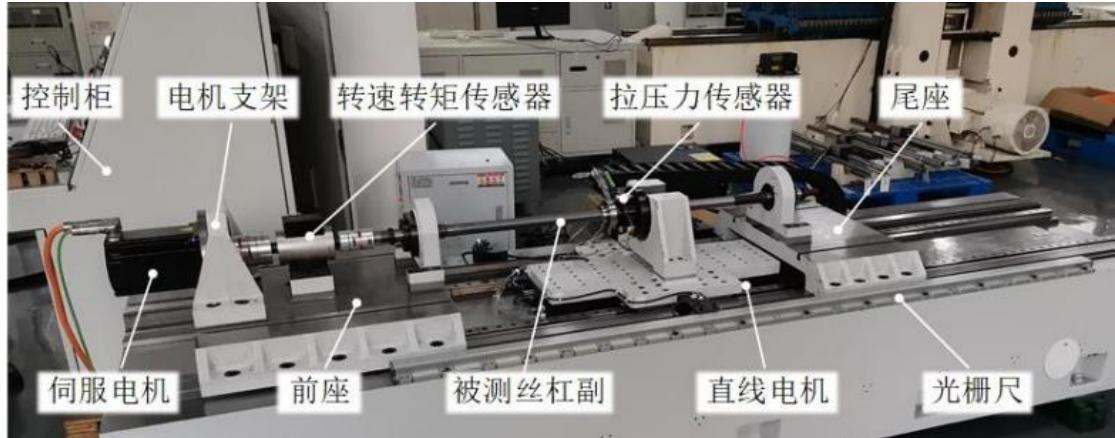


图 1.5 滚珠丝杠副传动效率试验台

潘承莹^[53]设计了滚珠丝杠副传动效率试验台,如图 1.5 所示,该试验台可实现正逆传动加载,正传动时以旋转电机驱动,直线电机加载,逆传动时反之。该试验台能够安装测试不同规格、不同行程的样件,通过连接在螺母和工装之间的拉压力传感器测量轴向载荷,通过光栅尺测量直线速度,通过转矩转速传感器测量总输入力矩和转速,用式(1.1)得到传动效率。该试验台基本具备上文列出的三个要素。

(2) 摩擦系数、摩擦力矩和传动效率试验研究

由于滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副在传动过程中产生的摩擦力矩组成成分很复杂,并且接触面上的摩擦润滑情况很难解释和分析,因此针对摩擦系数、摩擦力矩和传动效率研究有很多是通过试验进行的。上文提到,如 Otsuka^[44]通过试验测得行星滚柱丝杠副的摩擦系数,赵哲^[38]测得滚珠丝杠副的摩擦系数以及随负载转速变化的规律,但转速和负载变化范围不大。Zhang 等^[54]利用预紧力可调装置测量不同转速、负载以及润滑方式下 4010 型滚珠丝杠副的摩擦系数,将滚珠丝杠副受到的摩擦分为三种组成成分:库伦摩擦、粘滞摩擦以及 stribbeck 摩擦,根据试验数据得到不同转速、负载以及润滑方式下的摩擦系数和总摩擦力矩。Kuo 等^[55]是得到存在未知参数的摩擦力表达式,然后开展摩擦力矩试验,根据实验数据得到表达式的参数,从而得到该型号丝杠副的摩擦力矩模型。潘承莹^[53]针对不同负载下 4010 型滚珠丝杠副的传动效率进行了试验研究,但并未对不同转速的传动效率以及摩擦系数进行理论与试验研究。以上的试验研究给后续的研究提供了摩擦系数选取范围和摩擦力矩的参考模型,但基本上是针对特定型号样件进行的试

验研究，得到的结论不具有普遍性。

1.2.4 当前研究不足之处

当前对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副承载和传动效率的研究存在以下几点不足：

(1) 很多承载方面的研究都假设各滚珠或滚柱上各螺纹牙受载均匀，而使用载荷分布模型来分析各接触点处接触状态（法向接触载荷、接触角和赫兹接触变形量等）的研究较少，在载荷分布模型中加入工艺误差影响的研究更少。

(2) 对摩擦力矩的研究大多通过将摩擦系数视作常数来计算和分析摩擦力矩，并不考虑工况对摩擦系数的影响，而针对摩擦系数的研究也多局限于对某种型号样件进行试验研究，得到的结论不具有普遍性。

(3) 在摩擦力矩的研究中使用到弹流润滑理论的较少。

(4) 部分研究缺乏试验验证。

1.3 论文主要研究内容

研究滚珠（柱）丝杠副的承载情况是研究其他性能的基础与前提，而要研究符合实际情况的滚珠（柱）丝杠副的传动效率，就必须要考虑到润滑剂带来的润滑作用对摩擦系数和摩擦力矩的影响，对于滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副，要使用弹性流体动力润滑理论来研究这种影响，这也就需要对各滚珠滚柱上的承载情况以及各零件的运动情况进行深入分析，同时为了更加贴合实际使用情况，需要在分析的过程中考虑到工艺误差带来的影响。因此，本课题首先要研究更符合真实情况的滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载与运动情况，然后根据得到的承载与运动情况进一步得到接触面的摩擦润滑状态，从而得到包含了轴向负载、转速、润滑方式和工艺误差等因素的摩擦系数与摩擦力矩模型，针对传动效率传统数学模型的局限性，将摩擦力矩模型与承载运动情况结合起来，建立起新的传动效率模型，通过试验来测得滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率数据，验证建立的传动效率模型，并将新模型与传统模型进行对比，再分析试验数据中体现的传动效率随工况变化的规律。则论文的主要研究内容如下：

(1) 滚珠丝杠副承载与运动分析

构建包含工艺误差的滚珠丝杠副承载模型，得到更符合实际情况的滚珠丝杠副承载情况；分析轴向负载、导程误差、中径误差、导程误差与中径误差耦合以及二者与轴向负载耦合对滚珠丝杠副接触载荷和接触角的影响；最后使用滚珠丝杠副的实际结构参数来分析各零件的运动情况。

(2) 行星滚柱丝杠副承载与运动分析

构建包含工艺误差的行星滚柱丝杠副承载模型，得到更符合实际情况的行星滚柱丝杠副的承载情况；分析轴向负载、螺距误差、以及二者耦合对行星滚柱丝杠副接触载荷

和接触变形量的影响；最后分析各零件的运动情况。

（3）精密滚珠（柱）丝杠副传动效率模型的建立与分析

利用弹性流体动力润滑理论及计算方法，将滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载和运动情况结合接触面的接触应力分布情况来得到润滑油膜的厚度分布和润滑剂的粘度，再进一步分析滚珠丝杠副在低速和中高速时接触表面的摩擦应力和摩擦系数，从而得到滚珠丝杠副的摩擦力矩模型。相比滚珠丝杠副，行星滚柱丝杠副的自旋滑动摩擦力矩及差动滑动摩擦力矩不可忽视，因此先得到行星滚柱丝杠副的不同润滑状态下的自旋滑动摩擦力矩以及差动滑动摩擦力矩，再使用求解滚珠丝杠副粘滞力矩的方法来得到行星滚柱丝杠副粘滞摩擦力矩，最终得到行星滚柱丝杠副的摩擦力矩模型。分析滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副传动效率传统数学模型的局限性，将丝杠副承载与运动情况以及摩擦力矩模型结合起来，建立滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率模型，将新旧模型进行对比分析，并且分析轴向负载、转速及工艺误差对传动效率的影响。

（4）滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副传动效率试验研究

介绍试验设备，设计试验方案，并使用传动效率试验台对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副进行传动效率试验，得到二者的传动效率数据，将试验数据分别与本课题得到的传动效率新模型的计算数据以及传统数学模型的计算数据进行模型验证与对比分析，通过试验数据与新旧模型计算数据的对比分析来指出传统数学模型的局限性，验证本课题建立的新模型的有效性与合理性，并找到新模型的不足之处。最终分析总结在不同轴向负载和转速的条件下，滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副传动效率的变化规律。

1.4 论文技术路线

本课题的技术路线如图 1.6 所示。

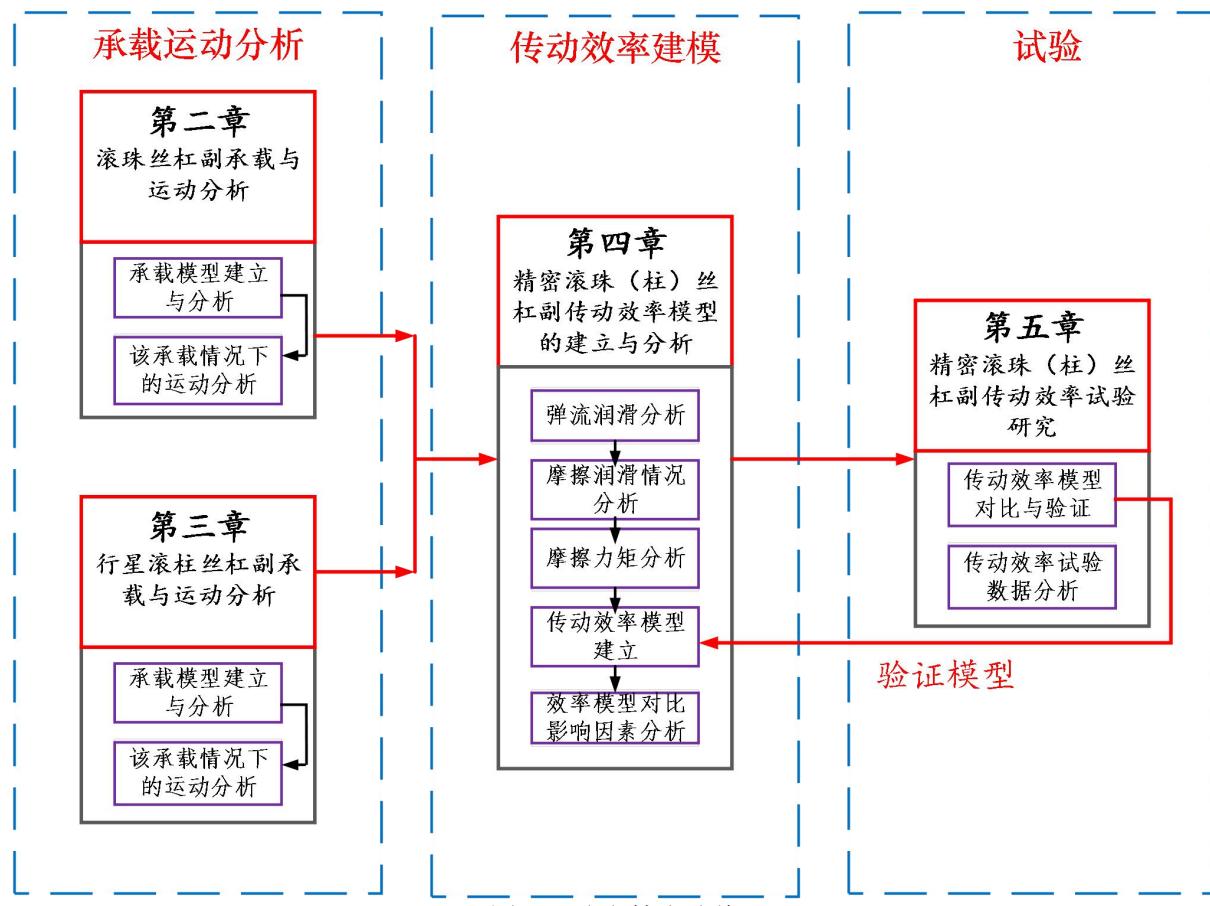


图 1.6 论文技术路线

2 滚珠丝杠副承载与运动分析

2.1 滚珠丝杠副承载分析

2.1.1 滚珠丝杠副承载模型的建立

当滚珠丝杠副受到外部的负载和传动时，滚珠与丝杠滚道及螺母滚道之间接触产生的法向接触载荷及接触角会发生变化，而丝杠副的工艺误差也会对滚珠与丝杠及螺母之间的接触状态产生影响。因此要在分析滚珠丝杠副的承载与运动情况的过程中，考虑到工艺误差带来的影响。

在加工过程中不可避免产生工艺误差，而工艺误差的两个重要指标是导程误差和中径误差，二者直接影响丝杠、滚珠和螺母之间的啮合传动关系，进而影响到滚珠与丝杠滚道和螺母滚道表面的法向接触载荷和接触角。

(1) 导程误差

导程误差是滚珠丝杠在生产加工过程中不可避免产生的一种工艺误差。导程误差使丝杠与螺母之间存在相对偏移，致使滚珠的接触状态发生改变。导程误差为滚珠丝杠导程的实际长度与导程理论长度之间的差值，即 $\Delta P_h = P'_h - P_h$ 。由于同一根丝杠上不同滚道的导程误差不同，因此需要用到平均导程误差。滚珠丝杠副的螺母和丝杠均存在导程误差，而丝杠远长于螺母，因此丝杠的导程误差更为重要。

P_h 是丝杠的导程，平均每圈滚道的导程误差为 ΔP_h ， Z 是丝杠上一圈滚道能够承载的滚珠数量，则在滚珠丝杠上同一圈滚道的相邻滚珠之间的导程误差 δP_h 为

$$\delta P_h = \frac{\Delta P_h}{Z} \quad (2.1)$$

在螺母承受轴向载荷的情况下，当滚珠丝杠存在导程误差 ΔP_h （通常 $\Delta P_h < 0$ ）时，丝杠滚道相对螺母滚道之间产生轴向的位移，这个位移由两部分组成：刚性垫片提供载荷产生的螺母相对丝杠的轴向位移和导程误差。同时，由于导程误差 ΔP_h 的存在，导程角也发生改变。

(2) 中径误差

中径误差 Δd_m 是实际中径尺寸 D'_{pw} 与理想中径尺寸 D_{pw} 之间的偏差，可表示为：

$$\Delta d_m = D'_{pw} - D_{pw} \quad (2.2)$$

中径误差 Δd_m 综合反映了滚珠丝杠副的精度，影响着滚珠丝杠副的传动性能和承载性能。中径误差 Δd_m 能够使丝杠滚道曲率中心和滚珠中心的位置发生变化，同时使一些结构参数发生改变，从而影响到滚珠与滚道接触表面的接触角和法向接触载荷。

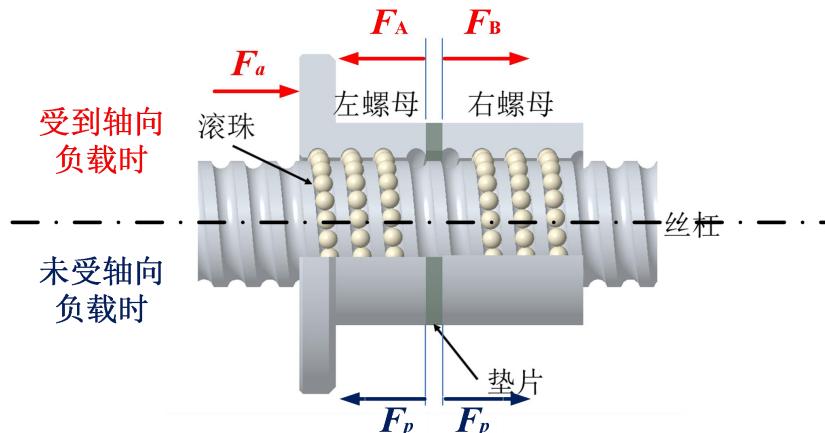


图 2.1 双螺母预紧滚珠丝杠副受力示意图

现在双螺母预紧式滚珠丝杠副得到广泛的应用，因此以双螺母滚珠丝杠副为例进行分析。如图 2.1 所示，双螺母预紧滚珠丝杠副的预紧力为 F_p ，在受到轴向负载 F_a 时，同时两个螺母受到不同的轴向载荷 F_A 和 F_B 。为了使滚珠丝杠副工作处于正常状态并拥有正常寿命，应当保证 $0 \leq F_a \leq 2.82F_p$ 。各螺母受到的轴向载荷可由下面方程式得到：

$$\begin{cases} F_A - F_B = F_a \\ F_A^{\frac{2}{3}} + F_B^{\frac{2}{3}} = 2F_p^{\frac{2}{3}} \end{cases} \quad (2.3)$$

根据赫兹接触理论^[56]，螺母内每个滚珠与丝杠滚道或螺母滚道接触产生的法向接触载荷和产生的形变之间的关系为：

$$\begin{cases} Q_i = K\delta_i^{3/2} \\ K = (c_k c_E^2)^{-\frac{3}{2}} \end{cases} \quad (2.4)$$

式中， Q_i 为第 i 个滚珠受到的法向接触载荷， δ_i 为滚珠因接触产生的赫兹接触变形， K 为赫兹接触刚度， c_k 是求取赫兹接触刚度的丝杠几何参数， c_E 是轴承钢的材料常数。

$$\begin{cases} c_k = Y_s \cdot \sqrt[3]{\sum \rho_s} + Y_n \cdot \sqrt[3]{\sum \rho_n} \\ c_E = 0.4643 \end{cases} \quad (2.5)$$

当存在导程误差和中径误差时，导程角 λ' 和丝杠中径 D_{pw} 和其他一些参数发生变化，根据文献^[21]得：

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda' = \tan^{-1} \frac{P_h + \Delta P_h}{\pi D_{pw}} \\ D_{pw} = D_{pw} + \Delta d_m \\ Y_s = 1.282 \left[-0.154 (\sin \tau_s)^{1/4} + 1.348 (\sin \tau_s)^{1/2} - 0.194 \sin \tau_s \right] \\ Y_n = 1.282 \left[-0.154 (\sin \tau_n)^{1/4} + 1.348 (\sin \tau_n)^{1/2} - 0.194 \sin \tau_n \right] \\ \tau_s = \arccos \left(\left(\frac{1}{f_{rs} D_w} - \frac{2 \cos \lambda'}{D_{pw} - D_w \cos \lambda'} \right) \cdot \frac{1}{\sum \rho_s} \right) \\ \tau_n = \arccos \left(\left(\frac{1}{f_{rn} D_w} - \frac{2 \cos \lambda'}{D_{pw} + D_w \cos \lambda'} \right) \cdot \frac{1}{\sum \rho_n} \right) \\ \sum \rho_s = \frac{4}{D_w} - \frac{1}{f_{rs} D_w} + \frac{2 \cos \lambda'}{D_{pw} - D_w \cos \lambda'} \\ \sum \rho_n = \frac{4}{D_w} - \frac{1}{f_{rn} D_w} + \frac{2 \cos \lambda'}{D_{pw} + D_w \cos \lambda'} \end{array} \right. \quad (2.6)$$

其中， λ' 是存在导程误差情况下的导程角， Y_s 和 Y_n 是求赫兹接触椭圆第一类积分和第二类积分的辅助值， $\sin \tau_s$ 和 $\sin \tau_n$ 是求取 Y_s 和 Y_n 的辅助值， $\sum \rho_s$ 和 $\sum \rho_n$ 分别是滚珠与丝杠及螺母接触点处的主曲率和， D_w 是滚珠直径， D_{pw} 是丝杠实际中径， f_{rs} 和 f_{rn} 是丝杠和螺母滚道半径的适应比。

将双螺母预紧滚珠丝杠副视作两个不同轴向载荷的单螺母滚珠丝杠副，分析处于T-C状态（即丝杠受拉、螺母受压状态）的单螺母滚珠丝杠副在考虑导程误差和中径误差时的承载情况。将两个相邻滚珠各自的接触点之间的丝杠部分视为一个单元，此单元在轴向的长度为 ΔL_{si} ，第*i*个单元的受到的轴向载荷 F_{si} 和 F_{ni} 为：

$$F_{si} = F_a - \sum_{j=1}^{i-1} F_{aj} = F_{ni} \quad (2.7)$$

丝杠和螺母的轴向变形可表示为：

$$\begin{aligned} \Delta s_i &= \frac{F_{si} \Delta L_{si}}{E_s A_s} \\ \Delta n_i &= \frac{F_{ni} \Delta L_{ni}}{E_n A_n} \end{aligned} \quad (2.8)$$

式中， E_s 、 E_n 分别为丝杠和螺母的弹性模量， A_s 和 A_n 为丝杠和螺母的横截面积。在各螺母轴向载荷的作用下，丝杠、滚珠和螺母均产生变形。

根据文献^[21]，不考虑导程误差和中径误差时，滚珠丝杠副在轴向负载作用下第*i*个单元处的变形协调关系为：

$$\Delta s_i = \left(\frac{\delta_i}{\sin \alpha_{i-1}} - \frac{\delta_{i-1}}{\sin \alpha_i} \right) \cdot \frac{1}{\cos \lambda} - \Delta n_i \quad (2.9)$$

式中, δ_{i-1} 和 δ_i 分别是第 $i-1$ 和 i 个滚珠与滚道接触面间的法向接触变形量。

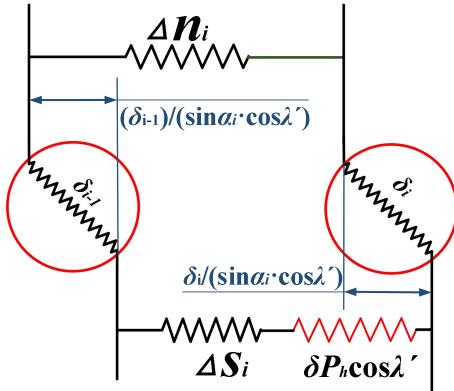


图 2.2 考虑导程误差时的变形协调关系

若考虑导程误差, 如图 2.2 所示, 根据文献^[23], 变形协调关系发生如下的变化:

$$\Delta s_i = \left(\frac{\delta_i}{\sin \alpha_{i-1}} - \frac{\delta_{i-1}}{\sin \alpha_i} \right) \cdot \frac{1}{\cos \lambda} - \Delta n_i - \delta P_h \cos \lambda' \quad (2.10)$$

整理可得:

$$\begin{cases} F_a = \left(\frac{\delta_i}{\sin \alpha_{i-1}} - \frac{\delta_{i-1}}{\sin \alpha_i} + \delta P_h \cos \lambda' \right) \cdot \frac{1}{C_1} + \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\delta_j}{c_k c_E} \right)^{3/2} \sin \alpha_j \cos \lambda' \\ C_1 = \left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_n A_n} \right) \cdot \frac{P_h \cos \lambda}{Z_b} \end{cases} \quad (2.11)$$

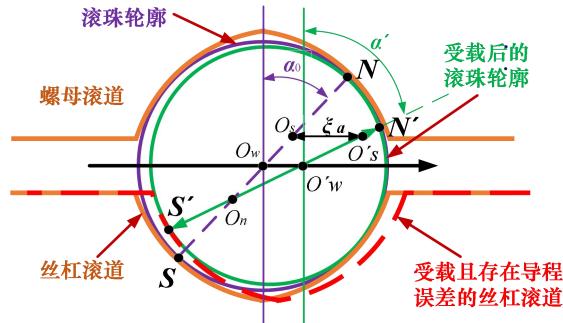


图 2.3 初始接触状态和受载后的接触状态

如图 2.3 所示, 当不存在导程误差和中径误差时, 螺母滚道曲率中心 O_n 、滚珠中心 O_w 和丝杠滚道曲率中心 O_s 共线, 滚珠与丝杠滚道及螺母滚道之间形成接触点 S 和 N , \overline{SN} 与 $\overline{O_s O_n}$ 共线, 初始接触角为 α_0 。 $\overline{O_s O_n}$ 的长度 L 是:

$$L = \overline{O_s O_n} = (f_{rs} + f_{rs} - 1) D_w \quad (2.12)$$

在螺母承受轴向载荷的情况下, 当存在导程误差 δP_h 而中径误差 $\Delta d_m = 0$ 时, 将螺母滚道曲率中心 O_n 视为固定, 丝杠滚道曲率中心 O_s 水平移动到 O'_s 位置, 则移动距离 ξ_{ai} 为:

$$\xi_{ai} = \sigma_a + [a + (i-1)\delta P_h] \cos \lambda' \quad (2.13)$$

其中, σ_a 是垫片厚度增加导致的螺母轴向偏移量, a 是第一个丝杠曲率中心的轴向偏移量。根据文献^[23]可知, σ_a 不会随导程误差的改变而发生变化, 而第一个丝杠曲率

中心的轴向偏移量 a 是第一个滚珠所在滚道距离左右螺母接触面处的跨过的滚道数目 n 与导程误差 ΔP_h 的乘积，因此式（2.20）可化简为

$$\xi_{ai} = \frac{F_{ka}}{K_d} + [n\Delta P_h + (i-1)\delta P_h] \cos \lambda' \quad (2.14)$$

式中， K_d 是垫片刚度， $k=A$ 或 B ，代表A和B螺母， F_{ka} 表示螺母承受的轴向负载。

此时滚珠中心 O_w 也移动到 O'_w ，此时滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触产生新的接触点 S' 和 N' ，形成新的接触角 α' ，是由轴向负载和导程误差带来的新的接触角。接触角 α' 和法向接触变形量 δ_{n1} 为：

$$\begin{cases} L = \overline{O'_s O'_n} = \sqrt{(L \cos \alpha_0)^2 + (L \sin \alpha_0 + \xi_a)^2} \\ \sin \alpha'_0 = \frac{L \sin \alpha_0 + \xi_a}{L} \\ \delta_{n1} = L - L \end{cases} \quad (2.15)$$

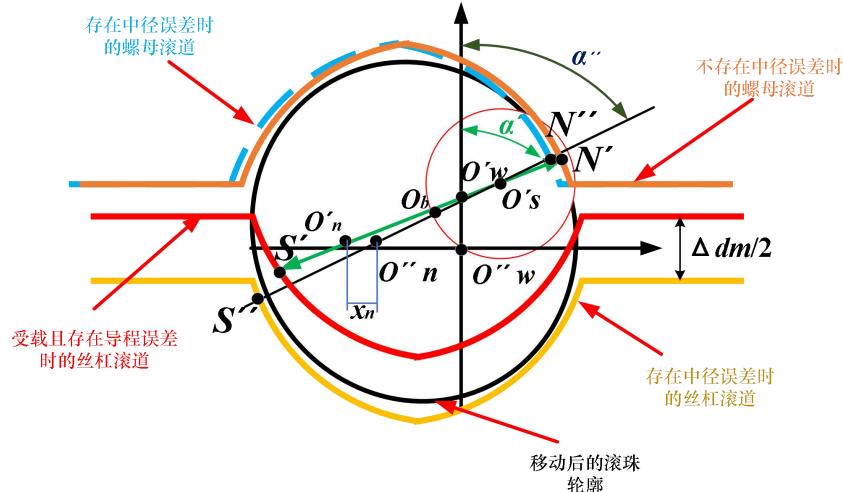


图 2.4 存在中径误差时的接触状态

当存在中径误差时，假设 $\Delta d_m < 0$ ，如图 2.4 所示，将丝杠滚道曲率中心视作固定，实际丝杠滚道向下移动 $\Delta d_m / 2$ 大小的距离，滚珠中心也向下移动这个距离到 O'_w 的位置。由于滚珠向下移动，导致无法与螺母滚道接触，因此螺母滚道也应当在轴向移动以使滚珠能够同时与丝杠滚道和螺母滚道接触，移动距离为 x_n ，而滚珠移动导致滚珠中心位置继续发生变化。此时螺母滚道曲率中心轴向移动到 O''_n 位置，则新的滚珠中心 O_b 也位于 $\overline{O'_s O''_n}$ 线上，可以根据 $\overline{O'_s O_b} = \overline{O'_s O'_w}$ 来找到 O_b 的位置。这样滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触形成新的接触点 S' 和 N' ，也形成新的初始接触角 α'' 。若以 O'_w 为原点，滚珠丝杠轴向为x轴方向，垂直x轴方向为y轴，可以得到各点的坐标。

O''_w 是由 O'_w 向下移动 $\Delta d_m / 2$ 大小的距离得到的，因此 O'_w 的坐标为：

$$\begin{cases} X_{O_w'} = 0 \\ Y_{O_w'} = \left| \frac{\Delta d_m}{2} \right| \end{cases} \quad (2.16)$$

O_s' 与 O_w' 之间的距离未发生变化，则 O_s' 的坐标为：

$$\begin{cases} X_{O_s'} = (r_s - r_w) \sin \alpha' \\ Y_{O_s'} = (r_s - r_w) \cos \alpha' \end{cases} \quad (2.17)$$

O_n' 的坐标为：

$$\begin{cases} X_{O_n'} = -(r_n - r_w) \sin \alpha' \\ Y_{O_n'} = -\Delta d_s / 2 - (r_n - r_w) \cos \alpha' \end{cases} \quad (2.18)$$

O_n'' 的坐标为：

$$\begin{cases} X_{O_n''} = -(r_n - r_w) \sin \alpha_0' - x_n \\ Y_{O_n''} = -\Delta d_s / 2 - (r_n - r_w) \cos \alpha_0' \end{cases} \quad (2.19)$$

因此，新的接触角 α_0'' 和法向接触变形量 δ_{n2} 为：

$$\begin{cases} L'' = \sqrt{(X_{O_s'} - X_{O_n''})^2 + (Y_{O_s'} - Y_{O_n''})^2} \\ \delta_n = L'' - L \\ \sin \alpha'' = \frac{L' \cos \alpha'}{L''} \end{cases} \quad (2.20)$$

因此可以得到第*i*个滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触产生的法向接触载荷 Q_i ：

$$Q_i = K \delta_{ni}^{3/2} \quad (2.21)$$

此时的 Q_i 是考虑了导程误差和中径误差时根据变形协调关系得到的各滚珠的法向接触载荷。以下用 α 代替考虑导程误差和中径误差的接触角 α'' 。

2.1.2 影响滚珠丝杠副承载情况因素的分析

本节以4010型单螺母滚珠丝杠副为例进行计算和仿真分析，该滚珠丝杠副的参数如表2.1所示

表2.1 4010型单螺母滚珠丝杠副参数

参数	代号	数值	单位
公称直径	d_m	40	mm
滚珠直径	D_w	5.953	mm
适应比	f_{rs}, f_m	0.555	/
导程	P_h	10	mm
导程角	λ	4.55	°

初始接触角	α_0	45	°
滚珠数	N	63	/
泊松比	σ	0.3	/
弹性模量	E	2.07×10^5	MPa

2.1.2.1 轴向负载对承载情况的影响

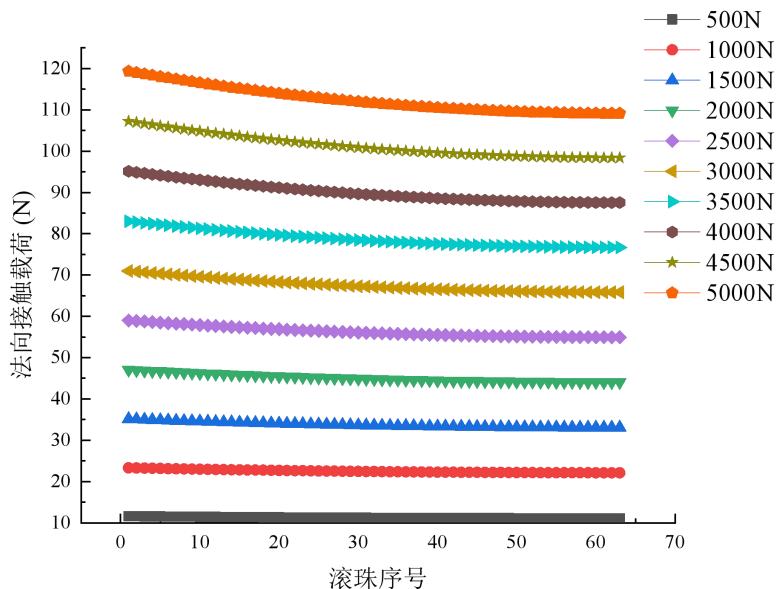


图 2.5 不同轴向载荷下各滚珠的法向接触载荷

不同的轴向负载 F_a 对滚珠丝杠副的法向接触载荷 Q_i 及接触角 α_i 有很大的影响，而且由于变形协调关系的存在，各滚珠承受的法向载荷和接触角不均匀，这个不均匀情况与轴向载荷的大小有直接关系。图 2.5 是在不同轴向负载的情况下，4010 型滚珠丝杠副各滚珠的法向接触载荷分布情况。可以看出，随着轴向负载的增加，滚珠受到的法向接触载荷也在变大，并且各滚珠之间载荷分布越来越不均匀。在不同轴向载荷下，都是第一颗滚珠受到的法向接触载荷最大，最后一颗滚珠受到的法向接触载荷最小，这里的第一颗滚珠指的是最靠近轴向负载作用面的滚珠，最后一颗滚珠指的是最远离轴向负载作用面的滚珠。

为了更好地描述不同轴向负载下各滚珠受载的不均匀程度，用相对不均匀度 $(Q_i - Q_{\min}) / Q_{\min}$ 来表示这种不均匀程度，而且同一轴向负载下第一颗滚珠的相对不均匀度最大，因此可以用来清晰表示这种不均匀程度。

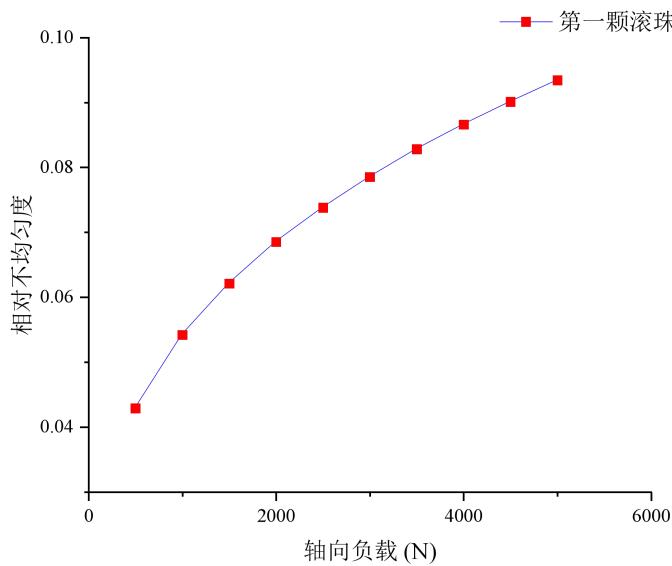


图 2.6 不同轴向负载下第一颗滚珠的相对不均匀度

由图 2.6 可以看出, 随着轴向负载 F_a 的增大, 滚珠法向接触载荷的第一颗滚珠的相对不均匀度逐渐上升, 并且随着轴向负载的增加, $(Q_i - Q_{\min}) / Q_{\min}$ 增加的速度减缓。当轴向负载达到 5000N 时, $(Q_i - Q_{\min}) / Q_{\min}$ 能够达到 0.095, 说明第一颗滚珠受到的法向接触载荷是最后一颗滚珠的 1.095 倍, 因此不能简单认为各滚珠受载均匀。

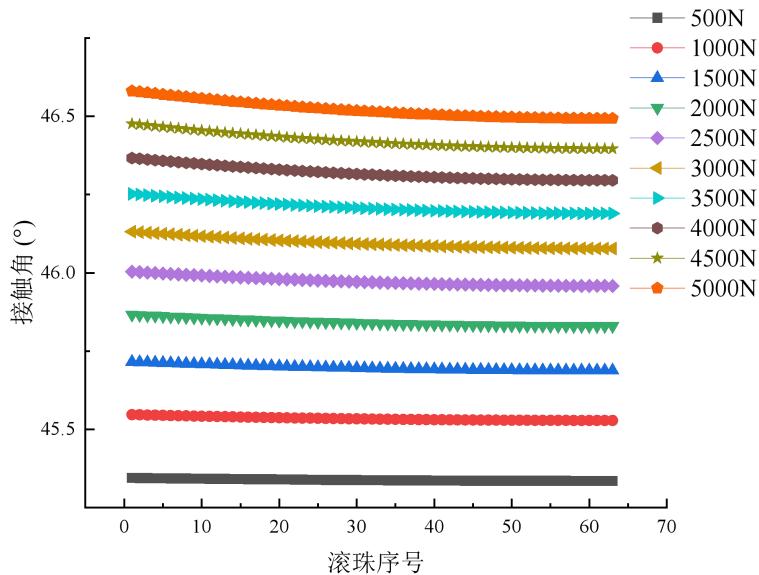


图 2.7 不同轴向负载下各滚珠的接触角分布情况

图 2.7 是不同负载下的接触角分布情况, 可以看出, 随着轴向负载的增大, 各滚珠的接触角 α 逐渐增大, 并且在不同的轴向负载下, 接触角 α 最大的都是第一颗滚珠, 当轴向负载 F_a 达到 5000N 时, 接触角能够达到 46.5° 以上, 因此进行理论分析和数值计算时, 不能简单用初始接触角 α_0 代替接触角 α 。

2.1.2.2 工艺误差对承载情况的影响

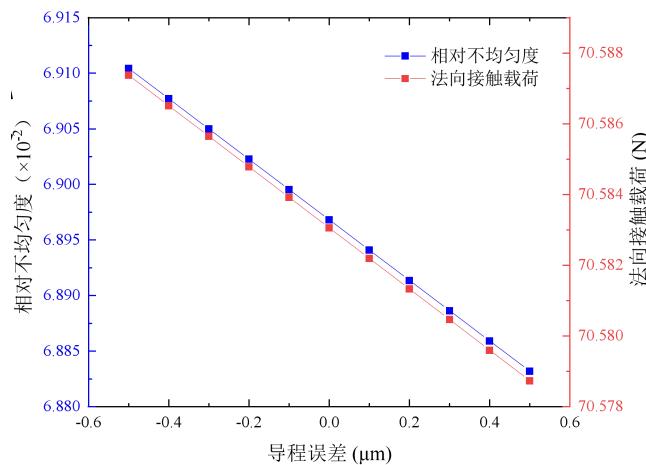


图 2.8 不同导程误差下第一颗滚珠的相对不均匀度和法向接触载荷

图 2.8 是只考虑导程误差 ΔP_h 不考虑中径误差 Δd_m 时, 第一颗滚珠相对不均匀度和法向接触载荷的变化情况。可见, 导程误差 ΔP_h 选择为 $-0.5\mu\text{m} \sim 0.5\mu\text{m}$ 范围, 随着导程误差从 $-0.5\mu\text{m}$ 到 0 再到 $0.5\mu\text{m}$ 变化, 第一颗滚珠的相对不均匀度和法向接触载荷逐渐下降, 说明各滚珠的载荷分布更为均匀。与不存在导程误差时相比, 负的导程误差使滚珠载荷分布变得更加不均匀, 这是因为实际导程小于理想导程, 导致与丝杠滚道接触的滚珠受到挤压, 而且随着滚珠序号的增加, 滚道逐渐累积的轴向偏移量越来越大, 导致滚珠受到更多挤压, 这使各滚珠的法向接触载荷分布更加不均匀。

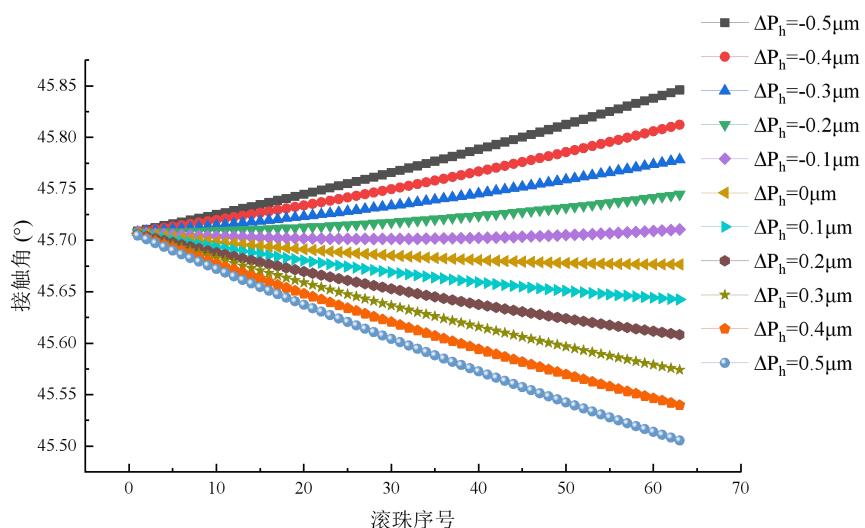


图 2.9 不同导程误差下各滚珠接触角分布情况

图 2.9 是只考虑导程误差不考虑中径误差时, 各滚珠接触角的分布情况。可以看出, 负的导程误差下, 各滚珠的接触角分布随着滚珠序号增长而上升, 这与不考虑导程误差时的接触角分布情况不同; 正的导程误差下, 各滚珠的接触角分布随着滚珠序号增长而

下降；随着导程误差的绝对值的减小，各滚珠接触角分布不均匀的情况得到改善。不同导程误差下第一颗滚珠的接触角相差不大，而随着滚珠序号的变化开始体现出差异，这也是因为随着序号增加，因导程误差产生的累积轴向偏移量增大，致使接触角的分布偏离无导程误差时的分布情况，表现出更多的上升或下降趋势。

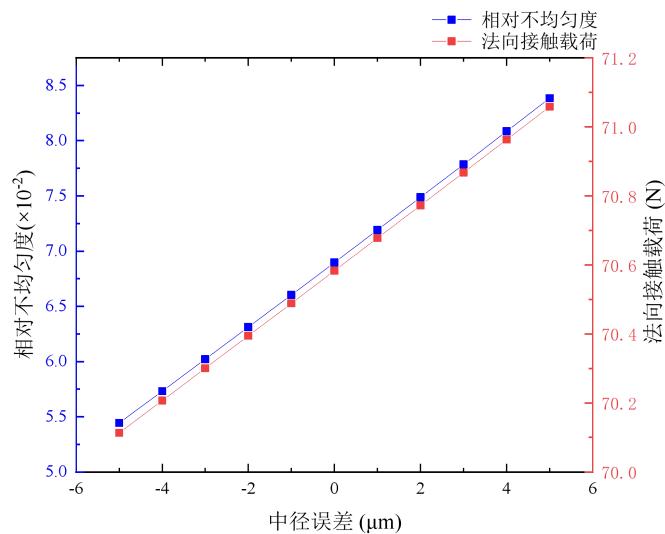


图 2.10 不同中径误差下第一颗滚珠的相对不均匀度和法向接触载荷

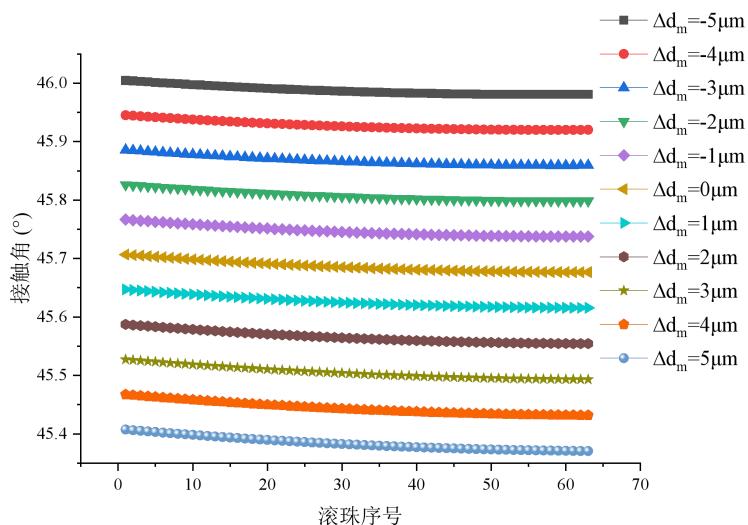


图 2.11 不同中径误差下各滚珠接触角分布情况

图 2.10 和 2.11 分别是考虑中径误差 Δd_m 而不考虑导程误差 ΔP_h 时，在轴向负载为 3000N 的条件下，中径误差 Δd_m 的范围为 $-5 \sim 5 \mu\text{m}$ 时，法向接触载荷和接触角的变化情况。可见，随着中径误差从 $-5 \mu\text{m}$ 到 $5 \mu\text{m}$ 的逐渐变化，第一颗滚珠的相对不均匀度和法向接触载荷变得越来越大，说明载荷分布越来越不均匀。负中径误差时的载荷分布比正中径误差时的载荷分布更均匀，这是因为当中径误差 $\Delta d_m \leq 0$ 时，丝杠的实际中径小于理想中径，这导致滚珠中心在向着丝杠轴线的方向产生移动，迫使螺母产生轴向位移以使

滚珠能够同时与丝杠滚道及螺母滚道接触，产生的新接触角必然大于理想中径情况下的接触角，同时这也减缓了滚珠受到的挤压，因此各滚珠的法向接触载荷和接触角变得更加均匀。

表 2.2 是同时考虑导程误差和中径误差时，在轴向负载为 3000N 的条件下，第一颗滚珠的相对不均匀度和法向接触载荷的变化情况。导程误差 ΔP_h 选择为 $-0.1\mu\text{m}$ 、 $-0.2\mu\text{m}$ 、 $-0.3\mu\text{m}$ ，中径误差 Δd_m 选择为 $-3\mu\text{m}$ 、 $-6\mu\text{m}$ 、 $-9\mu\text{m}$ 。可以看出，当导程误差和中径误差耦合时，在相同的导程误差下，随着中径误差从 $-3\mu\text{m}$ 到 $-9\mu\text{m}$ 变化，第一颗滚珠的相对不均匀度和法向接触载荷会下降，说明载荷分布更加均匀；在相同的中径误差下，随着导程误差从 $-0.3\mu\text{m}$ 到 $0.3\mu\text{m}$ 变化，第一颗滚珠的相对不均匀度和法向接触载荷下降，说明载荷分布更加均匀，这符合单独考虑导程误差或中径误差时的变化规律。并且，在不同中径误差下，第一颗滚珠的相对不均匀度随导程误差变化产生的增量未发生显著变化，大体上可以说明：在法向接触载荷分布情况方面，导程误差和中径误差之间不存在相互影响的作用。

表 2.2 导程误差和中径误差耦合时第一颗滚珠的相对不均匀度和法向接触载荷

导程误差(μm) 中径误差(μm)	相对不均匀 度($\times 10^{-2}$)	法向接触 载荷(N)	导程误差(μm) 中径误差(μm)	相对不均匀 度($\times 10^{-2}$)	法向接触 载荷(N)
$-0.3\mu\text{m}$, $-3\mu\text{m}$	6.0292	70.3031	$0.1\mu\text{m}$, $-6\mu\text{m}$	5.1555	70.0191
$-0.2\mu\text{m}$, $-3\mu\text{m}$	6.0265	70.3022	$0.2\mu\text{m}$, $-6\mu\text{m}$	5.1528	70.0183
$-0.1\mu\text{m}$, $-3\mu\text{m}$	6.0238	70.3014	$0.3\mu\text{m}$, $-6\mu\text{m}$	5.1501	70.0174
$-0.0\mu\text{m}$, $-3\mu\text{m}$	6.0211	70.3005	$-0.3\mu\text{m}$, $-9\mu\text{m}$	4.3158	69.7441
$0.1\mu\text{m}$, $-3\mu\text{m}$	6.0184	70.2996	$-0.2\mu\text{m}$, $-9\mu\text{m}$	4.3132	69.7432
$0.2\mu\text{m}$, $-3\mu\text{m}$	6.0157	70.2988	$-0.1\mu\text{m}$, $-9\mu\text{m}$	4.3105	69.7424
$0.3\mu\text{m}$, $-3\mu\text{m}$	6.0130	70.2979	$-0.0\mu\text{m}$, $-9\mu\text{m}$	4.3079	69.7415
$-0.3\mu\text{m}$, $-6\mu\text{m}$	5.1662	70.0226	$0.1\mu\text{m}$, $-9\mu\text{m}$	4.3052	69.7407
$-0.2\mu\text{m}$, $-6\mu\text{m}$	5.1635	70.0217	$0.2\mu\text{m}$, $-9\mu\text{m}$	4.3026	69.7398
$-0.1\mu\text{m}$, $-6\mu\text{m}$	5.1608	70.0208	$0.3\mu\text{m}$, $-9\mu\text{m}$	4.2999	69.7389
$-0.0\mu\text{m}$, $-6\mu\text{m}$	5.1582	70.0200			

由图 2.12 可知，相同导程误差时，中径误差的从 $-3\mu\text{m}$ 到 $-9\mu\text{m}$ 变化，接触角增大；相同中径误差时，导程从 $-0.3\mu\text{m}$ 到 $0.3\mu\text{m}$ 变化，接触角随滚珠序号增加而上升的趋势减缓直至变成下降。这都符合单独考虑导程误差或中径误差时的变化趋势。并且，在不同中径误差下，接触角随导程误差变化的增量未发生显著变化，大体上可以说明：在接触角分布情况方面，导程误差和中径误差之间不存在相互影响的作用。

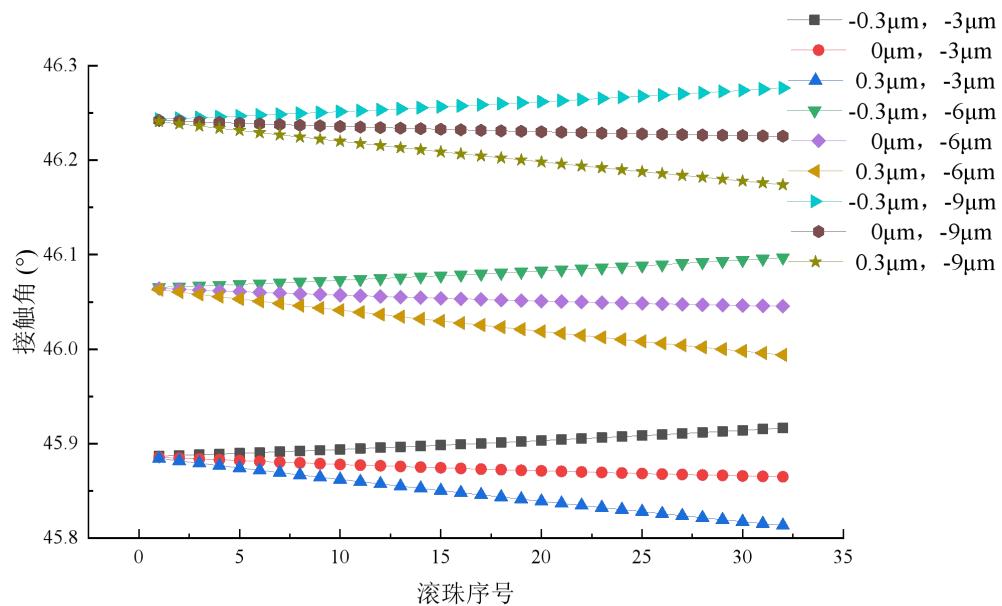


图 2.12 导程误差和中径误差耦合时各滚珠接触角分布情况

2.1.2.3 轴向负载和工艺误差耦合对滚珠丝杠副承载情况的影响

表 2.3 轴向负载和工艺误差耦合的接触状态相对不均匀度

轴向负载、导程误差 和中径误差	$\frac{Q_1 - Q_{\min}}{Q_{\min}} \times 100\%$	$\frac{\alpha_1 - \alpha_{\min}}{\alpha_{\min}} \times 100\%$
3000N, -0.2μm, -3μm	6.0265	-0.088
4000N, -0.2μm, -3μm	6.8798	-0.066
5000N, -0.2μm, -3μm	7.5742	-0.045
3000N, -0.4μm, -3μm	6.0319	-0.233
4000N, -0.4μm, -3μm	6.8843	-0.210
5000N, -0.4μm, -3μm	7.5780	-0.188
3000N, -0.2μm, -6μm	5.1635	-0.096
4000N, -0.2μm, -6μm	6.1626	-0.074
5000N, -0.2μm, -6μm	6.9528	-0.053
3000N, -0.4μm, -6μm	5.1689	-0.240
4000N, -0.4μm, -6μm	6.1670	-0.217
5000N, -0.4μm, -6μm	6.9566	-0.194

表 2.3 是轴向负载和工艺误差耦合时第一颗滚珠的法向接触载荷和接触角的相对不均匀度变化情况。此时可以看出，在同一导程误差 ΔP_h 和中径误差 Δd_m 时，随着轴向负载的增加，法向接触载荷的分布更加不均匀，而接触角的分布变得更加均匀；在同一轴

向负载和中径误差时，随着导程误差绝对值的增大，载荷分布变得不均匀，接触角的分布也是变得更加不均匀；在同一轴向负载和导程误差时，随着中径误差绝对值的增大，载荷分布变得均匀，接触角的分布变得不均匀。

随着轴向负载的增大，由中径误差 Δd_m 变化带来的载荷相对不均匀度的增量减小，由导程误差 ΔP_h 变化带来的载荷相对不均匀度的增量基本不变，说明轴向负载 F_a 的提高能够抑制中径误差 Δd_m 对载荷分布的影响；由中径误差 Δd_m 变化带来的接触角相对不均匀度的增量基本不变，由导程误差 ΔP_h 变化带来的接触角相对不均匀度的增量基本不变，说明轴向负载的提高难以抑制导程误差和中径误差对接触角分布的影响。

2.2 滚珠丝杠副运动分析

在不同的承载情况下，滚珠丝杠副有不同的接触角 α ，并且由于导程误差与中径误差的影响，滚珠丝杠副的结构参数发生了改变。接触角 α 、导程角 λ 、中径 D_{pw} 的变化必然带来运动关系的变化。接下来分析滚珠丝杠副承载时的运动情况。

在滚珠丝杠副中，滚珠的运动方式十分复杂，因此为了描述滚珠在丝杠滚道中的运动状况，需要建立合理的坐标系：全局坐标系（X，Y，Z）、旋转坐标系（X'，Y'，Z'）、Frenet-Serret坐标系（t，n，b）和接触坐标系（x，y，z）。

如图 2.13 和图 2.14 所示，全局坐标系（X，Y，Z）在空间固定，Z轴与丝杠的轴心重合；旋转坐标系（X'，Y'，Z'）是全局坐标系（X，Y，Z）绕Z轴旋转一定角度 Ω 得到的；Frenet-Serret坐标系（t，n，b）的原点固定在滚珠中心，其t轴方向是滚珠在滚道中的运动轨迹的切线方向，n轴与t轴垂直并成一定角度指向Z轴，b轴垂直t轴和n轴，与Z轴之间的夹角即导程角 λ' ；接触坐标系（x，y，z）的原点是滚珠与丝杠滚道或螺母滚道的接触点A或B，其y轴平行于t轴，z轴方向是从接触点指向球心的方向，因此可见x轴位于n-b平面内，并且与滚珠在n-b平面内的轮廓曲线相切。 ω 是滚珠丝杠的旋转速度， $\omega = \dot{\Omega}$ ； ω_m 是滚珠相对于丝杠轴线旋转的公转角速度； ω_R 是滚珠自转的角速度。

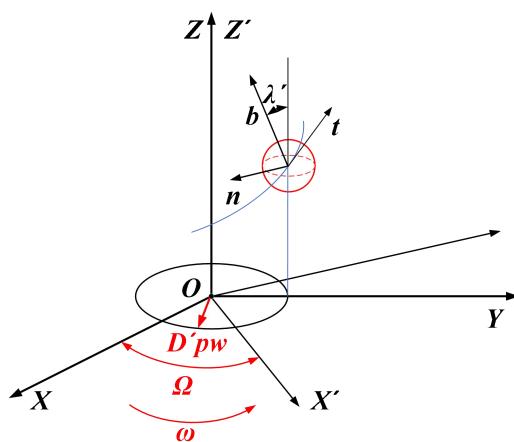


图 2.13 滚珠丝杠副坐标系

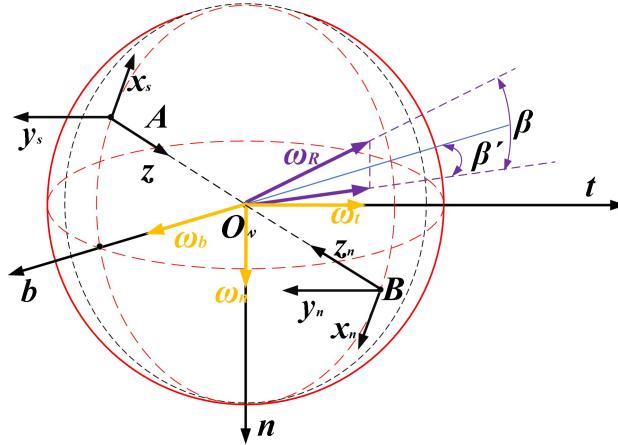


图 2.14 自转速度在 Frenet-Serret 坐标系上的分量

ω 在Frenet-Serret坐标系上有三个分量 ω_t 、 ω_n 和 ω_b ，分别是 ω 在t轴、n轴和b轴上的分量。自转角速度 ω_R 在t-b平面内的投影与b轴的反向成 β' 角，自转角速度 ω_R 与投影的夹角为 β ，称 β 和 β' 为自旋角。根据文献^[35]可以得到 ω_t 、 ω_n 和 ω_b 为：

$$\begin{cases} \omega_t = \omega_R \cos \beta \sin \beta' \\ \omega_n = -\omega_R \sin \beta \\ \omega_b = -\omega_R \cos \beta \cos \beta' \end{cases} \quad (2.22)$$

根据文献^[41]，自旋角 β' 相对 β 很小，可忽略不计，则自旋角 β 的计算公式为

$$\beta = \arctan^{-1} \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \gamma'} \right) \quad (2.23)$$

其中， γ' 为

$$\gamma' = \frac{D_w}{D_{pw}} \quad (2.24)$$

根据文献^[21]，滚珠的公转角速度 ω_m 为

$$\omega_m = \frac{\omega}{1 + \frac{(1 + \gamma' C_\alpha)(C_\alpha + T_\beta S_\alpha)}{(1 - \gamma' C_\alpha)(C_\alpha + T_\beta S_\alpha)}} \quad (2.25)$$

自转角速度 ω_R 为

$$\omega_R = \frac{-\omega_m C_\alpha (1 + \gamma' C_\alpha)}{\gamma' (C_\beta C_\alpha + S_\beta S_\alpha)} \quad (2.26)$$

滚珠中心的运动速度 V_w 为

$$V_w = \begin{bmatrix} \frac{D_{pw}}{2 \cos \lambda'} (\omega_m - \omega) + \frac{D_{pw}}{2} \omega \cos \lambda' \\ 0 \\ -\frac{D_{pw}}{2 \cos \lambda'} \omega \sin \alpha \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

根据文献^[35], 滚珠在与丝杠滚道接触的接触点S处的运动速度 V_{ws} 为

$$V_{ws} = V_w + \omega \times \vec{R}_{ws} = \begin{bmatrix} \frac{D'_{pw}}{2\cos\lambda'}(\omega_m - \omega) + \frac{D'_{pw}}{2}\omega\cos\lambda' + \frac{D_w}{2}(\omega_b \cos\alpha - \omega_n \sin\alpha) \\ 0 \\ -\frac{D_w}{2}\omega\cos\alpha \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

滚珠在与螺母滚道接触的接触点N的运动速度 V_{wn} 为

$$V_{wn} = V_w + \omega \times \vec{R}_{wn} = \begin{bmatrix} \frac{D'_{pw}}{2\cos\lambda'}(\omega_m - \omega) + \frac{D'_{pw}}{2}\omega\cos\lambda' + \frac{D_w}{2}(\omega_b \cos\alpha - \omega_n \sin\alpha) \\ 0 \\ -\frac{D'_{pw}}{2}\omega\sin\lambda' \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

根据文献^[14], 丝杠滚道的运动速度 V_{sc} 为

$$V_s = \frac{\omega}{2} \begin{bmatrix} (D'_{pw} - D_w \cos\alpha) \cos\lambda' \\ -D_w \sin\alpha \sin\lambda' \\ (D'_{pw} - D_w \cos\alpha) \sin\lambda' \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

螺母滚道的运动速度 V_{nu} 为

$$V_s = \frac{\omega}{2} \begin{bmatrix} -D'_{pw}\omega\sin\lambda' \tan\lambda' \\ 0 \\ -D'_{pw}\omega\sin\lambda' \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

因此滚珠与丝杠滚道接触点处的相对滑动速度 V_s 为

$$V_s = V_{ws} - V_{sc} = \begin{bmatrix} \frac{D'_{pw}}{2\cos\lambda'}(\omega_m - \omega) - \frac{D_w}{2}[(\omega_b - \omega\cos\lambda')\cos\alpha - \omega_n \sin\alpha] \\ -\frac{D_w}{2}(\omega_t - \omega\sin\lambda')\sin\alpha \\ -\frac{D_w}{2}(\omega_t - \omega\sin\lambda')\cos\alpha \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

滚珠与螺母滚道接触点处的相对滑动速度 V_N 为

$$V_N = V_{wn} - V_{nu} = \begin{bmatrix} \frac{D'_{pw}}{2\cos\lambda'}\omega_m + \frac{D_w}{2}[\omega_b \cos\alpha - \omega_n \sin\alpha] \\ \frac{D_w}{2}\omega_t \sin\alpha \\ -\frac{D_w}{2}\omega_t \cos\alpha \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

接触坐标系 (x, y, z) 中, y轴与Frenet-Serret坐标系 (t, n, b) 中的t轴平行, x轴位于n-b平面内, 是滚珠轮廓曲线的切线方向。滚珠与丝杠滚道及螺母滚道的接触点

是接触坐标系(x, y, z)的原点,因此接触点的相对滑动速度位于x-y平面内,滑动速度在x轴和y轴上有分量。

V_s 在x轴和y轴上的分量为

$$\begin{aligned} V_{sx} &= -\frac{D_w}{2}(\omega_t - \omega \sin \lambda') \\ V_{sy} &= \frac{D_{pw}}{2}(\omega_m - \omega) - \frac{D_w}{2}[(\omega_b - \omega \cos \lambda') \cos \alpha - \omega_n \sin \alpha] \end{aligned} \quad (2.34)$$

V_N 在x轴和y轴上的分量为

$$\begin{aligned} V_{Nx} &= -\frac{D_w}{2}\omega_t \\ V_{Ny} &= \frac{D_{pw}}{2}\omega_m + \frac{D_w}{2}(\omega_b \cos \alpha - \omega_n \sin \alpha) \end{aligned} \quad (2.35)$$

2.3 本章小结

本章将工艺误差(导程误差和中径误差)加入到滚珠丝杠副变形协调关系中,得到了滚珠丝杠副的承载模型,分析了轴向负载、导程误差、中径误差、导程误差-中径误差耦合、轴向负载-导程误差-中径误差耦合对滚珠丝杠副各滚珠的法向接触载荷及接触角分布的影响。将实际结构参数带入到运动关系中,最终得到了滚珠丝杠副承载与运动情况。

3 行星滚柱丝杠副承载与运动分析

3.1 行星滚柱丝杠副承载分析

3.1.1 行星滚柱丝杠副承载模型的建立

分析行星滚柱丝杠副的螺纹牙接触状态，需要研究行星滚柱丝杠副的载荷分布。为了更好地符合实际情况，需要在载荷分布的分析中，考虑到加工误差的影响。行星滚柱丝杠副有很多种加工误差，而螺距误差是核心的加工误差。因此要在载荷分布的分析中将螺距误差考虑进去，得到更符合实际情况的螺纹牙接触情况。

ΔP_h 是螺距误差。因此，实际的螺距为

$$P'_h = P_h + \Delta P_h \quad (3.1)$$

螺距误差的值可通过行程误差得到。行程误差是受到多种因素影响的周期性误差^[57]，可以通过使用测量行程误差的仪器设备来得到行程误差值。通常测量行星滚柱丝杠副的行程误差时，可以分别测量各头螺纹的导程误差 ε_{Lj} ，因此可以得到平均导程误差 $\bar{\varepsilon}_L$ ，再由平均导程误差可以得到螺距误差值和实际的螺距

$$\begin{cases} \Delta P_h = \bar{\varepsilon}_L / n \\ P'_h = P_h + \Delta P_h \end{cases} \quad (3.2)$$

则实际的导程角为

$$\lambda' = \arctan \frac{L'}{2\pi D_{pw}} = \arctan \frac{n P'_h}{2\pi D_{pw}} \quad (3.3)$$

式中， L' 是实际的导程值。

行星滚柱丝杠副分为标准式、循环式和反向式等几个种类，这里选择标准式行星滚柱丝杠副来进行承载与运动分析。

行星滚柱丝杠副的安装方式不同，则内部各螺纹牙的受力与接触状态也不同。常用的安装方式可分为同侧安装和异侧安装。同侧安装指安装时螺母法兰面向丝杠固定端，而异侧安装则相反。文献^[30]中发现，同侧安装方式的行星滚柱丝杠副的丝杠侧载荷与螺母侧载荷比较接近，载荷分布更加均匀，因此这里使用同侧安装方式，在丝杠受拉螺母受压情况下分析接触状态。

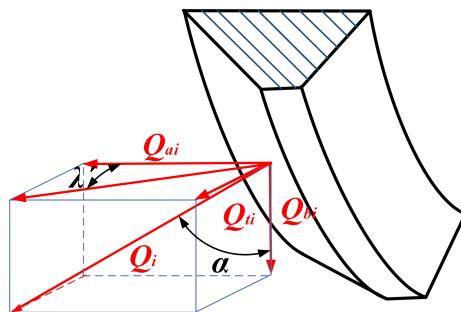


图 3.1 行星滚柱丝杠副螺纹牙受力情况

在行星滚柱丝杠副受到轴向载荷 F_a 作用时, 滚柱螺纹牙与丝杠螺纹及螺母螺纹之间产生法向接触载荷, 根据文献^[24], 法向接触载荷作用在接触面上产生轴向、切向和径向分量为

$$\begin{cases} Q_{ai} = Q_i \sin \alpha \cos \lambda' \\ Q_{ti} = Q_i \sin \alpha \cos \lambda' \\ Q_{bi} = Q_i \sin \alpha \end{cases} \quad (3.4)$$

式中, Q_i 是第 i 个螺纹牙上的法向接触载荷, Q_{ai} 、 Q_{ti} 和 Q_{bi} 分别是该法向接触载荷的轴向、切向和径向分量, λ' 是导程角, α 是接触角。

行星滚柱丝杠副受到的轴向载荷 F_a 需要各螺纹牙的轴向分量形成的合力来平衡, 因此

$$N \sum_{i=1}^k Q_i \cos \lambda' \cos \alpha - F_a = 0 \quad (3.5)$$

式中, N 是滚柱数, k 是单个滚柱上受到法向载荷作用的螺纹牙总数。

因此, 滚柱的第 i 个螺纹牙对应的轴段上, 在与丝杠和螺母接触分别受到的轴向载荷为

$$F_{si} = F_a / N - \sum_{q=1}^{i-1} Q_q \sin \alpha \cos \lambda' = F_{ni} \quad (3.6)$$

当丝杠、螺母和滚柱上螺纹牙受到法向接触载荷时, 会产生各种形式的变形, 有因赫兹接触产生的法向变形, 有螺纹对应轴段的拉压变形, 有螺纹牙的弯曲、剪切变形。

法向的赫兹接触弹性变形

$$\delta_{ni} = C Q_i^{2/3} \quad (3.7)$$

C 是螺纹牙变形系数, 根据文献^[30], 丝杠和螺母的螺纹牙变形系数分别为

$$\begin{cases} C_s = \frac{\delta_s^* \sum \rho_s}{2} \left[\frac{3}{2 \sum \rho_s} \left(\frac{1-\sigma_r^2}{E_r} + \frac{1-\sigma_s^2}{E_s} \right) \right]^{2/3} \\ C_n = \frac{\delta_n^* \sum \rho_n}{2} \left[\frac{3}{2 \sum \rho_n} \left(\frac{1-\sigma_r^2}{E_r} + \frac{1-\sigma_n^2}{E_n} \right) \right]^{2/3} \end{cases} \quad (3.8)$$

式中, δ_s^* 和 δ_n^* 分别是赫兹接触变形参数, $\sum \rho_s$ 和 $\sum \rho_n$ 分别是丝杠及螺母接触面的主曲率和, σ_s 、 σ_n 和 σ_r 分别是丝杠、螺母和滚柱的泊松比, E_s 、 E_n 和 E_r 分别是丝杠、螺母和滚柱的弹性模量。

根据文献^[21], 螺纹牙的法向接触变形量 δ_{ni} 在轴向的分量为

$$\delta_{ai} = \frac{\delta_{ni}}{\sin \alpha \cos \lambda} \quad (3.9)$$

螺纹对应的轴段受到轴向载荷时产生的变形为

$$\begin{cases} \Delta l_{si} = \frac{F_{si} P_h}{E_s A_s} \\ \Delta l_{ni} = \frac{F_{ni} P_h}{E_n A_n} \end{cases} \quad (3.10)$$

式中, A_s 和 A_n 分别是丝杠和螺母的横截面积。

根据文献^[30], 螺纹牙的变形还包括弯曲产生的变形 δ_1 、剪切产生的变形 δ_2 、牙根倾斜产生的变形 δ_3 、牙根剪切产生的变形 δ_4 以及径向力作用产生的变形 δ_5 。其中前四者为

$$\begin{cases} \delta_1 = \frac{3(1-\sigma^2)F_{aj}}{4E} \left\{ [1 - (2 - b/a)^2 + 2 \ln(a/b)] \cot^3 \alpha - 4(c/a)^2 \tan \alpha \right\} \\ \delta_2 = \frac{6(1-\sigma^2)F_{aj}}{5E} \cdot \cot^3 \alpha \ln(a/b) \\ \delta_3 = \frac{12(1-\sigma^2)cF_{aj}}{\pi E a^2} \left(c - \frac{b \tan \alpha}{2} \right) \\ \delta_4 = \frac{2(1-\sigma^2)F_{aj}}{\pi E} \left(\frac{P_h}{a} \ln \left(\frac{P_h + a/2}{P_h - a/2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4P_h^2}{a^2} - 1 \right) \right) \end{cases} \quad (3.11)$$

式中, F_{aj} 是第 j 个滚柱螺纹牙受到的轴向载荷, a 是螺纹牙底厚度, b 是螺纹牙厚, c 是螺纹牙顶厚度。

而径向力作用产生的变形 δ_5 对于丝杠外螺纹和螺母内螺纹是不同的。对于外螺纹:

$$\delta_{5s} = \frac{1}{2}(1-\sigma) \tan^2 \alpha \cdot \frac{d_{ps} \cos \alpha}{P_h E} \quad (3.12)$$

对于内螺纹:

$$\delta_{5n} = \left(\frac{D_{on}^2 + d_{pn}^2}{D_{on}^2 - d_{pn}^2} + \sigma \right) \tan^2 \alpha \cdot \frac{F_{aj}}{2P_h E} \quad (3.13)$$

式中, d_{ps} 和 d_{pn} 分别是外螺纹等效成一个实心圆柱体的直径和内螺纹等效成一个空心圆柱体的直径, D_{on} 则是这个空心圆柱体的外径。

则行星滚柱丝杠副的滚柱螺纹牙承受轴向载荷产生的轴向总变形为

$$\delta_{fa} = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 \quad (3.14)$$

得到螺纹牙赫兹接触变形、螺纹牙对应轴段的拉压变形以及螺纹牙轴向总变形后, 就应当通过变形协调关系来得到载荷分布模型。

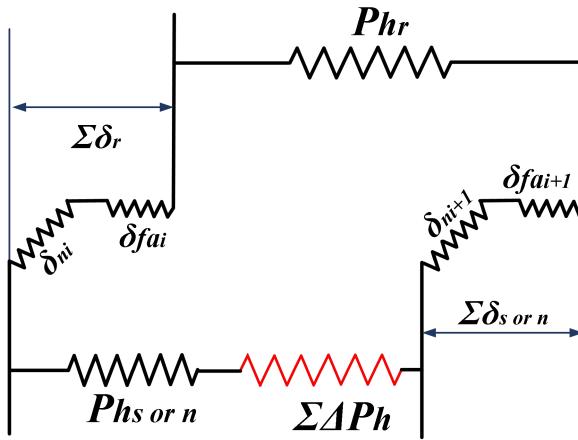


图 3.2 行星滚柱丝杠副变形协调关系

如图 3.2 所示, 上侧表示滚柱侧, 下侧表示丝杠侧或螺母侧。相邻的两个啮合点之间的上下两侧轴段, 其长度应当相同。因此, 上下两侧的真实螺距、螺纹牙赫兹接触变形、螺纹牙轴段拉压变形以及螺纹牙轴向总变形能够组成一个闭环。由此可以得到第 i 个螺纹闭环的变形协调关系为

$$P_{hr} + \sum \delta_r = P_{hs,n} + \sum \delta_{s,n} + \sum \Delta P_h \quad (3.15)$$

式中, P_{hr} 表示滚柱的理论螺距, $P_{hs,n}$ 表示丝杠或螺母的理论螺距, $\sum \delta_r$ 表示第 i 个闭环上滚柱螺纹牙因轴向负载而产生的各种变形的轴向总和, $\sum \delta_{s,n}$ 表示第 i 个闭环上丝杠或螺母螺纹受载产生的各种变形的轴向总和, $\sum \Delta P_h$ 表示第 i 个闭环上螺距误差的总和。可化简为

$$\sum \delta_r = \sum \delta_{s,n} + \sum \Delta P_h \quad (3.16)$$

可以将变形协调关系和丝杠及螺母受力平衡方程结合起来, 求解如下的非线性方程组, 即可得到各螺纹牙的法向接触载荷。

$$\begin{cases} \frac{n(P_h + \delta_r)}{E_s A_s} \sum_{j=i+1}^Z P_j - \left(2 \sum_{j=1}^i P_j - 2 \sum_{j=Z+1}^{Z+i} P_j - P_{Z+i+1} \right) \cdot \frac{1}{2E_r A_r} = C_s (P_i^{2/3} - P_{i+1}^{2/3}) & i = 1, 2, \dots, Z-1 \\ \frac{n(P_h + \delta_r)}{E_n A_n} \sum_{j=i+1}^{2Z} P_j - \left(2 \sum_{j=1}^{i-Z} P_j - 2 \sum_{j=Z+1}^i P_j - P_{i-Z} \right) \cdot \frac{1}{2E_r A_r} = C_n (P_i^{2/3} - P_{i+1}^{2/3}) & i = Z+1, Z+2, \dots, 2Z \\ \sum_{i=1}^Z P_i = \sum_{i=Z+1}^{2Z} P_i = F_a \\ P_i = Q_i / (\sin \alpha \cos \lambda) \end{cases} \quad (3.17)$$

3.1.2 影响行星滚柱丝杠副承载情况因素的计算与分析

本节以某型号行星滚柱丝杠副为例进行计算和分析, 该行星滚柱丝杠副的参数如表 3.1 所示

表 3.1 某型号行星滚柱丝杠副参数

参数	代号	数值	单位
丝杠中径	d_{s0}	19.5	mm
螺距	P_h	1	mm
螺纹头数	n	5	/
导程	L	5	mm
导程角	λ	4.68	°
螺纹牙承载数	Z	28	/
滚柱数	N	11	/
接触角	α	45	°
精度等级	f_a	5	/
泊松比	σ	0.3	/
弹性模量	E	2.11×10^5	MPa

3.1.2.1 轴向负载对承载情况的影响

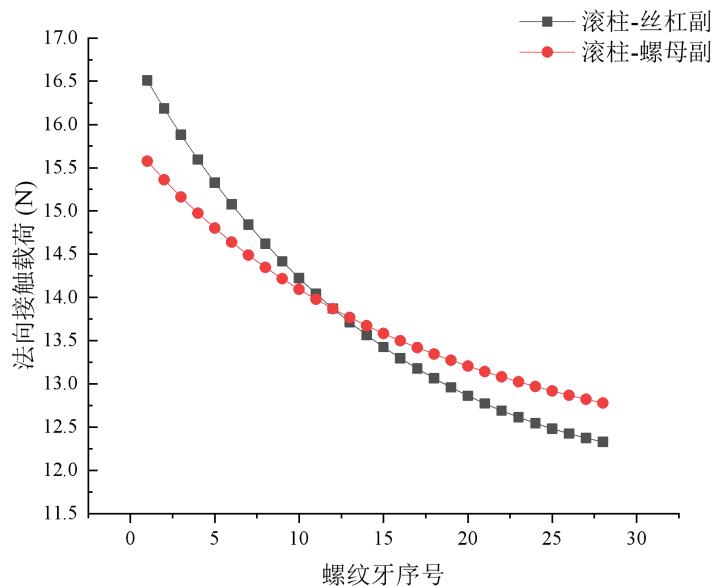


图 3.3 滚柱-丝杠副和滚柱-螺母副上的法向接触载荷分布情况

图 3.3 是在轴向负载 F_a 为 3000N 时, 同一滚柱上各螺纹牙的法向接触载荷分布情况。可以看出, 在轴向负载的作用下, 滚柱-丝杠副和滚柱-螺母副上第一个螺纹牙的法向接触载荷最大 (这里的第一个螺纹牙指的也是最靠近轴向负载作用面的螺纹牙), 随着螺

纹牙序号增加依次递减，因此不能简单认为各螺纹牙受载均匀；滚柱-丝杠副的螺纹牙上法向接触载荷分布比滚柱-螺母副上的法向接触载荷分布更不均匀。在这里仍然用第2章的相对不均匀度来表示各螺纹牙的载荷分布不均匀程度。

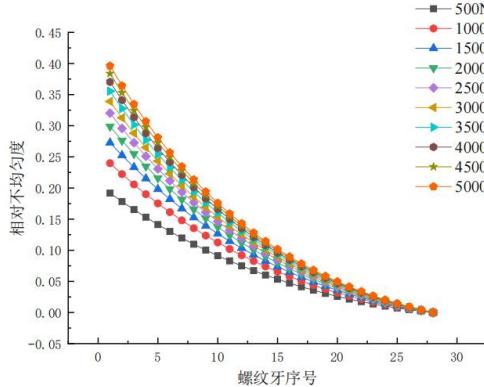


图 3.4.a 不同轴向载荷下滚柱-丝杠副各螺纹牙的相对不均匀度

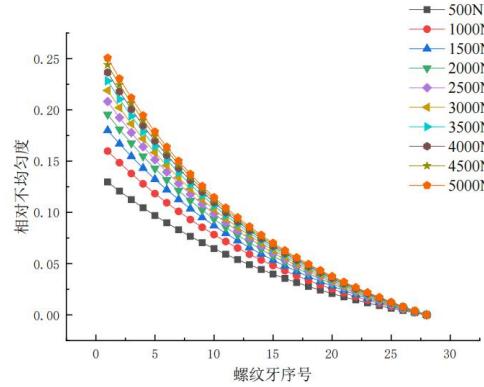


图 3.4.b 不同轴向载荷下滚柱-螺母副各螺纹牙的相对不均匀度

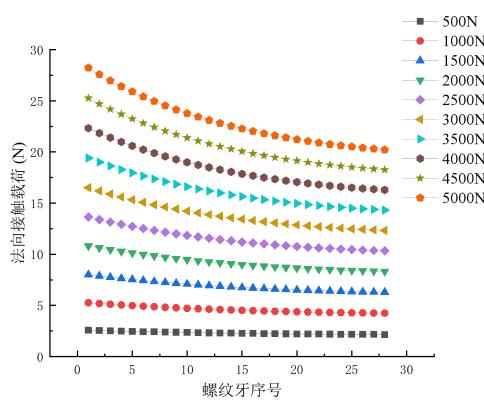


图 3.5.a 不同轴向载荷下滚柱-丝杠副的螺纹牙载荷分布情况

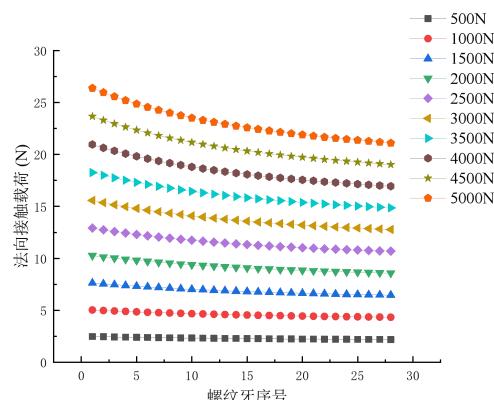


图 3.5.b 不同轴向载荷下滚柱-螺母副的螺纹牙载荷分布情况

图 3.4 和 3.5 分别是轴向负载 F_a 为从 500N 变化到 5000N 时，滚柱-丝杠副和滚柱-螺母副的相对不均匀度和法向接触载荷分布变化情况。可见，在相同的轴向负载下，滚柱-丝杠副的载荷分布比滚柱-螺母副的载荷分布更加不均匀；在滚柱-丝杠副或滚柱-螺母副上，随着轴向负载的增大，相对不均匀度也在增加，即法向接触载荷分布更加不均匀。当达到 5000N 时，第一个螺纹牙上的法向接触载荷是最后一个螺纹牙上的法向接触载荷的 1.4 倍。

图 3.6 是轴向负载 F_a 为从 500N 变化到 5000N 时（步长为 500N），滚柱-丝杠副和滚柱-螺母副的赫兹接触变形量分布情况。可以看到，随着轴向负载的增大，赫兹接触变形量也增大，并且滚柱-丝杠副的赫兹接触变形量大于滚柱-螺母副的赫兹接触变形量，这是因为滚柱-丝杠副的接触刚度小于滚柱-螺母副。

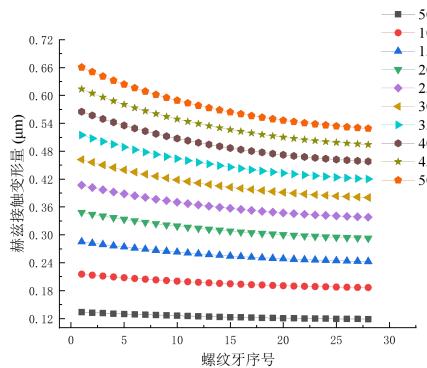


图 3.6.a 不同轴向载荷下滚柱-丝杠副的螺纹牙赫兹接触变形量分布情况

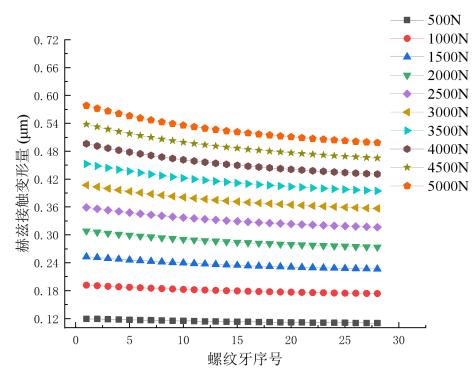


图 3.6.b 不同轴向载荷下滚柱-螺母副的螺纹牙赫兹接触变形量分布情况

3.1.2.2 螺距误差对承载情况的影响

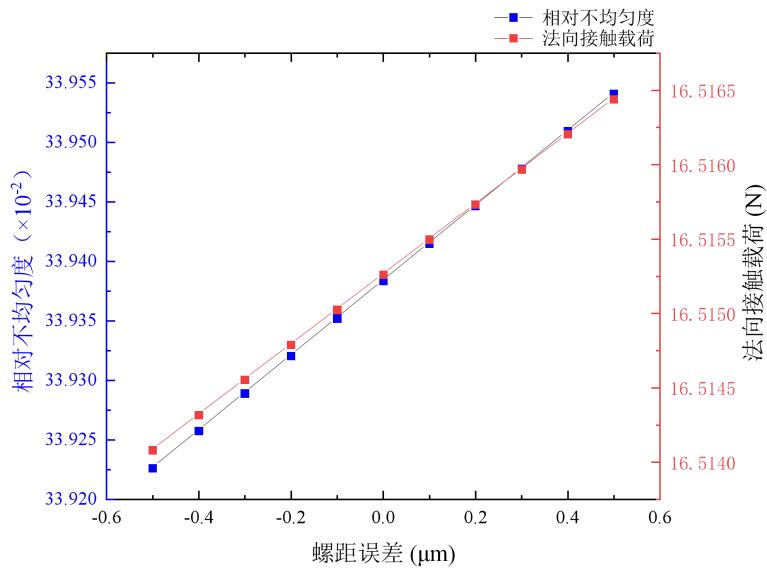


图 3.7 滚柱-丝杠副第一个螺纹牙的相对不均匀度和法向接触载荷

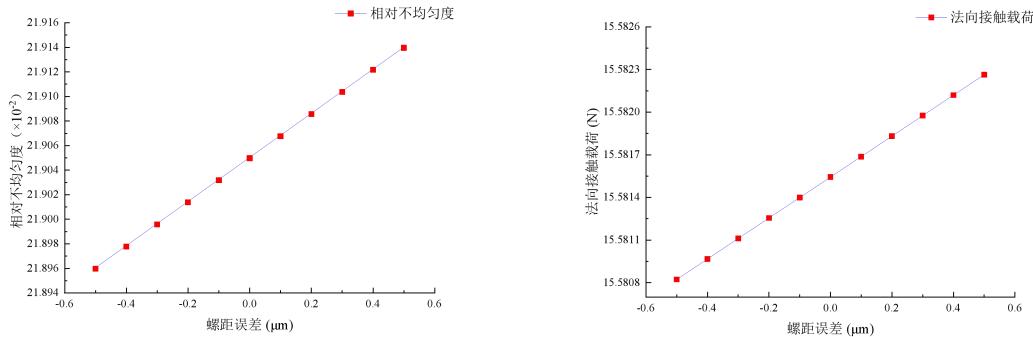


图 3.8.a 不同轴向负载下滚柱-螺母副第一个螺纹牙的相对不均匀度

图 3.8.b 不同轴向负载下滚柱-螺母副第一个螺纹牙的法向接触载荷

图 3.7 和图 3.8 分别是螺距误差在-0.5μm 到 0.5μm 之间变化时, 滚柱-丝杠副和滚柱-螺母副的法向接触载荷相对不均匀度情况。可以看出, 随着螺距误差从-0.5μm 到 0 再

到 $0.5\mu\text{m}$, 滚柱-丝杠副和滚柱-螺母副的第一个螺纹牙的相对不均匀度逐渐上升，并且滚柱-丝杠副的增量大于滚柱-螺母副的增量。

这是因为存在负的螺距误差时，实际螺距和实际导程均小于理想螺距和理想导程，并随着螺纹牙序号的增加，产生的轴向误差逐渐累积，这使滚柱的螺纹牙与丝杠螺纹及螺母螺纹之间更加紧密，使远离轴向负载作用面的螺纹牙能够承担更多的载荷，接近作用面的螺纹牙承担的载荷因此降低，从而使螺纹牙的载荷分布更加均匀，正的螺距误差则相反，这也符合^[29]的结论；而由于滚柱-螺母副的刚度更小，因此螺距误差对滚柱-丝杠副的影响更大。

3.1.2.3 轴向负载和螺距误差耦合对承载情况的影响

从表 3.2 可以看出，滚柱-丝杠副和滚柱-螺母副的第一个螺纹牙的法向接触载荷相对不均匀度情况。可以看出，在相同的轴向负载下，随着螺距误差从 $-0.5\mu\text{m}$ 到 $-0.1\mu\text{m}$ 变化，法向接触载荷的相对不均匀度逐渐上升；在相同的螺距误差下，随着轴向负载的增大，法向接触载荷的相对不均匀度也在逐渐上升。这和单独考虑轴向负载或螺距误差时的变化趋势一致。随着轴向负载的增大，螺距误差带来的影响在增加，即在轴向负载越大时，螺距误差变化相同量使载荷分布更加不均匀。

表 3.2 轴向负载和螺距误差耦合的接触状态相对不均匀度

轴向负载 螺距误差	$\frac{Q_{s1} - Q_{s\min}}{Q_{s\min}} \times 100\%$	$\frac{Q_{n1} - Q_{n\min}}{Q_{n\min}} \times 100\%$
1000N, $-0.5\mu\text{m}$	23.9855	15.9786
1000N, $-0.3\mu\text{m}$	23.9901	15.9814
1000N, $-0.1\mu\text{m}$	23.9947	15.9843
3000N, $-0.5\mu\text{m}$	33.6226	21.8960
3000N, $-0.3\mu\text{m}$	33.9289	21.8996
3000N, $-0.1\mu\text{m}$	33.9352	21.9032
5000N, $-0.5\mu\text{m}$	39.6363	25.0742
5000N, $-0.3\mu\text{m}$	39.6435	25.0781
5000N, $-0.1\mu\text{m}$	39.6506	25.0819

3.2 行星滚柱丝杠副运动分析

得到考虑螺距误差的标准式行星滚柱丝杠副的承载情况后，就要对该承载情况下行星滚柱丝杠副的运动情况进行分析，以得到滚柱的公转角速度、自转角速度以及滚柱和丝杠接触点的相对滑动速度。

3.2.1 行星滚柱丝杠副角速度分析

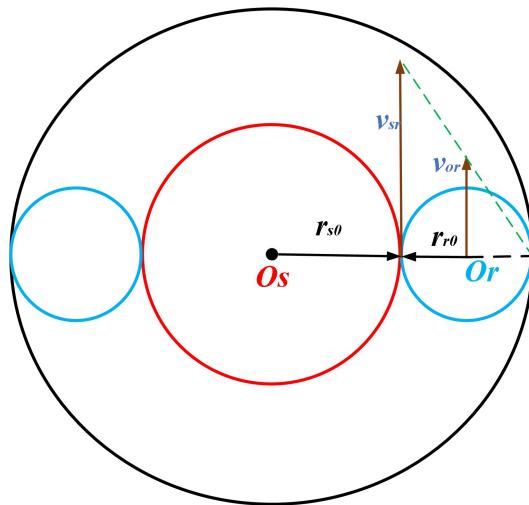


图 3.9 滚柱中心线速度与滚柱-丝杠接触点线速度关系

如图 3.9 所示, 行星滚柱丝杠副的丝杠转速为 ω , 滚柱公转角速度为 ω_r , 自转角速度为 ω_{sp} , 由于螺母与工作台固定, 因此螺母转速为 0。螺母通过保持架与滚柱齿轮啮合, 因此螺母与滚柱之间接触点的相对滑动速度为 0; 丝杠与滚柱通过螺纹啮合, 接触点处既有滚动又有滑动。由于螺母不能转动, 可以认为滚柱与螺母内啮合而纯滚动, 因此将滚柱与螺母接触点视作速度瞬心, 则滚柱轴心处的线速度大小是滚柱与丝杠接触点处线速度的一半, 得到

$$\frac{v_{or}}{v_{sr}} = \frac{\omega_r(r_{s0} + r_{r0})}{\omega r_{s0}} = \frac{1}{2} \quad (3.18)$$

式中, v_{or} 是滚柱轴心的运动的线速度, v_{sr} 是丝杠与滚柱接触点的线速度, r_{s0} 和 r_{r0} 分别是丝杠和滚柱的名义半径。由上式可得到公转角速度 ω_r 与丝杠转速之间的关系为

$$\frac{\omega_r}{\omega} = \frac{r_{s0}}{2(r_{s0} + r_{r0})} \quad (3.19)$$

由于滚柱与螺母之间的保持架起到行星架的作用, 且接触点处为齿轮啮合的纯滚动, 因此可以得到如下运动关系:

$$\frac{-\omega_{sp} - \omega_r}{\omega_n - \omega_r} = \frac{r_{n0}}{r_{r0}} \quad (3.20)$$

式中, ω_{sp} 是滚柱自转角速度。

这样可以得到

$$\frac{\omega_{sp}}{\omega_r} = \frac{r_{n0} - r_{r0}}{r_{r0}} \quad (3.21)$$

由于丝杠、滚柱及螺母啮合存在 $r_{n0} = r_{s0} + 2r_{r0}$ 的关系, 因此可以得到公转角速度、自转角速度分别与丝杠转速的关系为

$$\begin{cases} \omega_r = \omega \cdot \frac{r_{s0}}{2(r_{s0} + r_{r0})} \\ \omega_{sp} = -\omega \cdot \frac{r_{n0}}{2r_{r0}} \end{cases} \quad (3.22)$$

3.2.2 运动速度分析

滚柱-丝杠副的运动状态很复杂，滚柱既公转又自转，滚柱与丝杠接触点处的运动既有滚动又有滑动。

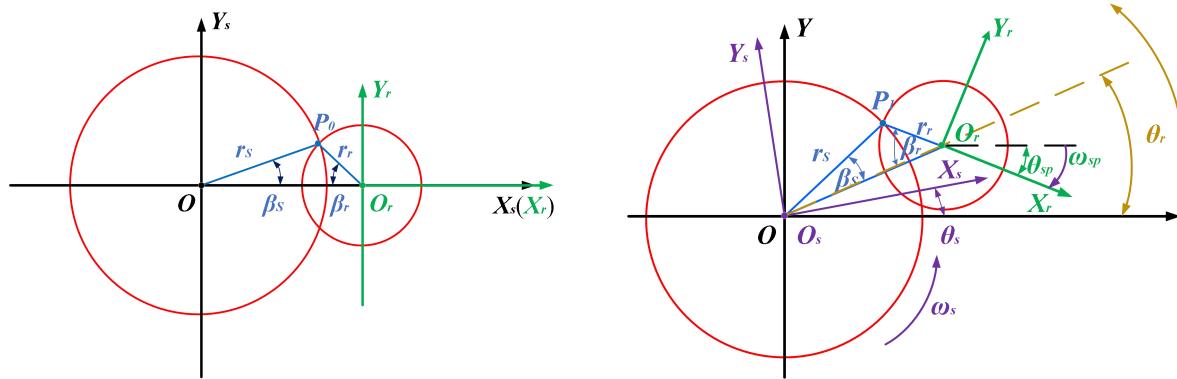


图 3.10.a 初始状态下行星滚柱丝杠副运动关系 图 3.10.b 转动一定角度后下行星滚柱丝杠副运动关系

可以通过研究在垂直于丝杠轴线及滚柱轴线的横截面上丝杠、螺母和滚柱的运动关系，来得到各部件的运动状态。如图 3.4 所示，初始状态下，丝杠与滚珠啮合在 P_0 点，从丝杠轴心 O_s 到 P_0 点的直线与从 O_s 到滚柱轴心 O_r 的直线成 β_s 角，而滚柱轴心 O_r 到啮合点 P_0 的直线与轴心连线成 β_r 角，这个角是由丝杠螺纹面与滚柱螺纹面接触产生的接触偏角。啮合点 P_0 到丝杠轴心 O_s 和滚柱轴心点 O_r 的距离分别是丝杠和滚柱的实际接触半径 r_s 和 r_r 。

当丝杠绕自身轴线逆时针转动某个角度 θ_s ($\theta_s > 0$) 时，由于滚柱存在公转运动和自转运动，可认为滚柱绕丝杠轴线逆时针旋转角度 θ_r ($\theta_r > 0$)，同时绕自身轴线顺时针旋转角度 θ_{sp} ($\theta_{sp} < 0$)，并且在轴向上移动，此时滚柱与丝杠在点 P 喷合。

如果将丝杠轴心当做原点，轴心连线为 x 轴，垂直轴心连线方向为 y 轴，丝杠轴向为 z 轴，建立坐标系 (O_s - x - y - z)。喷合点在丝杠上运动轨迹可以视为绕丝杠轴心以实际接触半径 r_s 旋转，沿 z 轴平移的螺旋线。螺旋线上任意一点到丝杠轴心 O_s 与 x 轴所成角度为 φ_s (如 P_1 点到 O_s 的连线与旋转后的 x_s 轴所成夹角)，这个角与接触偏角 β_s 、滚柱公转角度 θ_r 和丝杠自转角度 θ_s 之间存在这样的几何关系：

$$\varphi_s - \beta_s = \theta_r - \theta_s \quad (3.23)$$

转动后的喷合点到丝杠轴心的连线与初始时刻 x 轴所成角度为 $\varphi_s + \theta_s$ ，则可以得到

丝杠上啮合点轨迹的坐标为

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s \cos(\varphi_s + \theta_s) \\ r_s \sin(\varphi_s + \theta_s) \\ nP_h \varphi_s / 2\pi \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

进而可以转化为

$$\begin{cases} x_s = r_s \cos(\theta_r + \beta_s) \\ y_s = r_s \sin(\theta_r + \beta_s) \end{cases} \quad (3.25)$$

由于在螺旋线任何位置上，啮合点处产生的接触偏角不发生变化，因此将啮合点在丝杠上的运动轨迹对时间求导可得

$$\begin{aligned} v_x^s &= r_s \dot{\theta}_r \sin(\theta_r + \beta_s) \\ v_y^s &= r_s \dot{\theta}_r \cos(\theta_r + \beta_s) \\ v_z^s &= 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

式中， $\dot{\theta}_s$ 是上文的丝杠转速， $\dot{\theta}_r$ 是滚柱公转速度， $\dot{\theta}_{sp}$ 是滚珠自转速度。

若将滚柱轴心视作原点，以 x 轴顺时针转动 θ_r 为 x_r 轴，滚柱轴线方向为 z_r 轴，垂直 x_r 轴和 z_r 轴方向为 y_r 轴，建立坐标系 (O_r - x_r - y_r - z_r)，啮合点到原点的距离为实际接触半径 r_r ，啮合点到原点 O_r 的连线与 x_r 轴所成角度为 φ_r ，这个角与接触偏角、滚柱自转角度和滚柱公转角度之间存在这样的几何关系：

$$\varphi_r + \theta_{sp} = \theta_r + \pi - \beta_r \quad (3.27)$$

转动后啮合点到滚柱轴心 O_r 的连线与初始时刻 x 轴所成角度为 $\varphi_r + \theta_{sp}$ ，则在滚柱上啮合点的运动轨迹为

$$\begin{aligned} x_r &= -r_r \cos(\theta_r - \beta_r) \\ y_r &= -r_r \sin(\theta_r - \beta_r) \\ z_r &= n \left(\frac{\varphi_r P_h}{2\pi} \right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

根据文献^[49]，将这个运动轨迹从坐标系 (O_r - x_r - y_r - z_r) 转换到坐标系 (O_s - x - y - z)，得到

$$\begin{aligned} x_{r-s} &= x_r + (r_{s0} + r_{r0}) \cos \theta_r \\ y_{r-s} &= y_r + (r_{s0} + r_{r0}) \sin \theta_r \\ z_{r-s} &= z_r - n \left(\frac{\theta_s P_h}{2\pi} \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

式中， r_{s0} 和 r_{r0} 分别是丝杠和滚柱的中径。

将这个转换后的坐标对时间求导得到

$$\begin{aligned} v_x^r &= r_r \dot{\theta}_{sp} \sin(\theta_r - \beta_r) - (r_{s0} + r_{r0}) \dot{\theta}_r \sin \theta_r \\ v_y^r &= -r_r \dot{\theta}_{sp} \cos(\theta_r - \beta_r) + (r_{s0} + r_{r0}) \dot{\theta}_r \cos \theta_r \\ v_z^r &= -\dot{\theta}_s \frac{n P_h'}{2\pi} \end{aligned} \quad (3.30)$$

因此，同一啮合点在滚柱和丝杠之间相对滑动速度为

$$\begin{aligned} v_x^r &= r_r \dot{\theta}_{sp} \sin(\theta_r - \beta_r) - (r_{s0} + r_{r0}) \dot{\theta}_r \sin \theta_r - r_s \dot{\theta}_r \sin(\theta_r + \beta_s) \\ v_y^r &= -r_r \dot{\theta}_{sp} \cos(\theta_r - \beta_r) + (r_{s0} + r_{r0}) \dot{\theta}_r \cos \theta_r - r_s \dot{\theta}_r \cos(\theta_r + \beta_s) \\ v_z^r &= -\dot{\theta}_s \frac{n P_h'}{2\pi} \end{aligned} \quad (3.31)$$

由于在平稳运行状态下同一轨迹线上各点的相对滑动速度相等，因此可以将初始时刻 $\theta_r=0$ 带入式中，得到相对滑动速度为

$$\begin{aligned} v_x^{rs} &= -r_r \dot{\theta}_{sp} \sin \beta_r - r_s \dot{\theta}_r \sin \beta_s \\ v_y^{rs} &= -r_r \dot{\theta}_{sp} \cos \beta_r + (r_{s0} + r_{r0}) \dot{\theta}_r - r_s \dot{\theta}_r \cos \beta_s \\ v_z^{rs} &= -\dot{\theta}_s \frac{n P_h'}{2\pi} \end{aligned} \quad (3.32)$$

将 $\dot{\theta}_s$ 、 $\dot{\theta}_r$ 和 $\dot{\theta}_{sp}$ 转化成关于 ω 的函数，在带入到上式得到

$$\begin{aligned} v_x^{rs} &= r_r \frac{\omega r_{n0}}{2r_{r0}} \sin \beta_r - r_s \frac{\omega r_{s0}}{2(r_{s0} + r_{r0})} \sin \beta_s \\ v_y^{rs} &= r_r \frac{\omega r_{n0}}{2r_{r0}} \cos \beta_r + (r_{s0} + r_{r0}) \frac{\omega r_{s0}}{2(r_{s0} + r_{r0})} - r_s \frac{\omega r_{s0}}{2(r_{s0} + r_{r0})} \cos \beta_s \\ v_z^{rs} &= -\omega \frac{n P_h'}{2\pi} \end{aligned} \quad (3.33)$$

根据文献^[33]，可由下式得到啮合半径 r_s 、 r_r 及啮合偏角 β_s 、 β_r ：

$$\begin{cases} r_s \cos \beta_s = -r_r \cos \beta_r + r_{s0} + r_{r0} \\ r_s \sin \beta_s = r_r \sin \beta_r \\ \cos \beta_s \tan \alpha_s + \sin \beta_s \tan \lambda_s = \cos \beta_r \tan \alpha_r + \sin \beta_r \tan \lambda_r \\ \sin \beta_s \tan \alpha_s - \cos \beta_s \tan \lambda_s = -\sin \beta_r \tan \alpha_r + \cos \beta_r \tan \lambda_r \end{cases} \quad (3.34)$$

式中， λ_s 和 λ_r 分别是丝杠啮合螺旋曲线及滚柱在丝杠侧啮合螺旋曲线的螺旋升角， α_r 是滚柱与丝杠之间的接触点上的接触角，求解方法如下：

$$\begin{cases} \tan \lambda_s = \frac{L_s}{2\pi r_s} \\ \tan \lambda_r = \frac{L_r}{2\pi r_r} \\ \tan \alpha_r = \frac{r_r - r_{r0} + r_{PR} \sin \alpha_{r0}}{\sqrt{r_{PR}^2 - (r_r - r_{r0} + r_{PR} \sin \alpha_{r0})^2}} \end{cases} \quad (3.35)$$

式中， r_{PR} 是滚柱螺纹牙的圆弧半径。

3.3 本章小结

本章将工艺误差（螺距误差）加入到行星滚柱丝杠副变形协调关系中，得到了行星滚柱丝杠副的承载模型，并分析了轴向负载、螺距误差、轴向负载-螺距误差耦合对行星滚柱丝杠副滚柱各螺纹牙的法向接触载荷及赫兹接触变形量分布的影响，最后得到了行星滚柱丝杠副的承载与运动情况。

4 精密滚珠(柱)丝杠副传动效率模型的建立与分析

4.1 弹性流体动力润滑分析

滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副想要保证能够稳定正常工作，必须拥有良好的润滑情况，如果润滑不良甚至无润滑，滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的接触面上摩擦系数过高，这样就会加速磨损，降低精度性能、传动性能和使用寿命。良好的润滑需要添加足量的润滑剂，以形成足够厚度的油膜来隔开接触表面，以改善接触面上的摩擦情况。因此，要对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的摩擦力矩和传动效率进行研究，必须考虑到滚珠丝杠副的摩擦润滑情况，从而得到滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副摩擦力矩和传动效率的模型。

滚珠丝杠副的滚珠与丝杠滚道及螺母滚道之间产生赫兹点接触，行星滚柱丝杠副也是如此。接触点处的法向应力很高，常常可以达到 GPa 级别，从而使接触面之间的润滑剂被挤压，形成极薄的润滑油膜，这个油膜的厚度通常为 $0.1\sim1\mu\text{m}$ ，常见的润滑理论难以解释和分析这种情况，需要用到弹性流体动力润滑理论 (EHL) 来解释和分析滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的摩擦润滑情况。

弹性流体动力润滑计算需要将接触体视作弹性体，要得到两接触体的弹性形变，分析点接触条件下接触表面的应力分布情况，从而得到接触面之间的润滑剂的粘度和密度随接触应力和温度变化的规律，以及润滑剂在接触面之间的厚度分布情况。在本课题中，采用经典弹性流体动力润滑理论来分析并做出如下假设：

- (1) 滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副处于等温状态
- (2) 流体速度方向不发生变化

4.1.1 赫兹接触应力计算

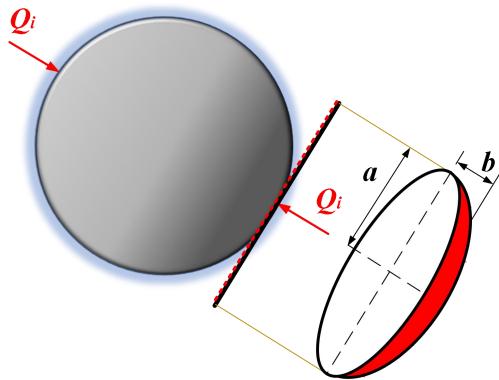


图 4.1.a 接触应力椭球分布示意图

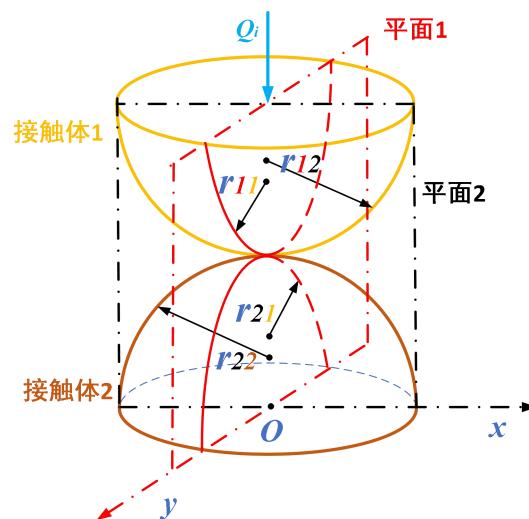


图 4.1.b 接触面曲率半径示意图

滚珠丝杠副的滚珠与丝杠滚道及螺母滚道的接触是点接触，行星滚柱丝杠副滚柱各螺纹牙与丝杠螺纹及螺母螺纹的接触也是点接触。先要分析二者接触面的法向接触应力分布情况，才能进一步分析接触面上润滑剂粘度和润滑油膜厚度分布情况。

(1) 滚珠丝杠副接触应力计算

单个滚珠与丝杠滚道及螺母滚道之间的赫兹接触会产生一个接触区域，两个接触面成椭圆形状，在椭圆的中心就是法向接触应力和接触形变最大之处，椭圆面上的点越远离椭圆中心，法向接触应力越小，接触形变越小。接触区域内，接触应力和接触形变的分布是椭球分布，如图 4.1 所示。以接触面椭圆的中心为原点，椭圆的长半轴为 x 轴，短半轴为 y 轴，可以得到接触面上接触应力和接触形变的分布情况：

$$\begin{cases} p(x, y) = p_{\max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \\ \delta(x, y) = \delta_{\max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \end{cases} \quad (4.1)$$

式中， $p(x, y)$ 是接触面椭圆上各点的法向接触应力， $\delta(x, y)$ 是接触面椭圆上各点的接触形变， p_{\max} 是最大接触应力， δ_{\max} 是最大接触形变， a 是接触面椭圆的长半轴， b 是接触面椭圆的短半轴。

接触面的最大接触应力为

$$p_{\max} = \frac{3Q}{2\pi ab} \quad (4.2)$$

接触表面的平均接触应力为

$$p_{avr} = \frac{Q}{\pi ab} \quad (4.3)$$

根据文献^[18]，接触面椭圆的长半轴和短半轴为

$$\begin{cases} a = a^* \sqrt{\frac{3Q}{E' \sum \rho}} \\ b = b^* \sqrt{\frac{3Q}{E' \sum \rho}} \end{cases} \quad (4.4)$$

式中， a^* 和 b^* 接触椭圆辅助参数， E' 是当量弹性模量。 a^* 和 b^* 计算公式如下

$$\begin{cases} a^* = \sqrt[3]{\frac{2\kappa^2 L(e)}{\pi}} \\ b^* = \sqrt[3]{\frac{2L(e)}{\pi\kappa}} \end{cases} \quad (4.5)$$

式中， κ 是椭圆参数， $L(e)$ 是第二类完全椭圆积分。椭圆参数 κ 、第一类完全椭圆积分 $K(e)$ 和第二类完全椭圆积分 $L(e)$ 的计算公式如下

$$\begin{cases} \kappa = 1.0339 \left(\frac{\sum \rho_2}{\sum \rho_1} \right) \\ K(e) = 1.5277 + 0.6023 \ln \left(\frac{\sum \rho_1}{\sum \rho_2} \right) \\ L(e) = 1.0003 + 0.5968 \left(\frac{\sum \rho_2}{\sum \rho_1} \right) \end{cases} \quad (4.6)$$

滚珠与丝杠滚道接触的 $\sum \rho_{1s}$ 和 $\sum \rho_{2s}$ 计算公式如下

$$\begin{cases} \sum \rho_{1s} = \rho_{11}^s + \rho_{21}^s = \frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{21}} = \frac{2}{D_w} - \frac{1}{f_{rs} D_w} \\ \sum \rho_{2s} = \rho_{12}^s + \rho_{22}^s = \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{22}} = \frac{2}{D_w} + \frac{2 \cos \alpha \cos \lambda}{D_{pw} - D_w \cos \alpha} \end{cases} \quad (4.7)$$

滚珠与螺母滚道接触的 $\sum \rho_{1s}$ 和 $\sum \rho_{2s}$ 计算公式如下

$$\begin{cases} \sum \rho_{1n} = \rho_{11}^n + \rho_{21}^n = \frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{21}} = \frac{2}{D_w} - \frac{1}{f_{rs} D_w} \\ \sum \rho_{2n} = \rho_{12}^n + \rho_{22}^n = \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{22}} = \frac{2}{D_w} - \frac{2 \cos \alpha \cos \lambda}{D_{pw} + D_w \cos \alpha} \end{cases} \quad (4.8)$$

E' 计算公式如下

$$E' = \frac{2}{\frac{1-\sigma_1^2}{E_1} + \frac{1-\sigma_2^2}{E_2}} \quad (4.9)$$

其中, E_1 和 E_2 是两个接触体的弹性模量, σ_1 和 σ_2 是两个接触体的泊松比。

(2) 行星滚柱丝杠副接触应力计算

滚柱的螺纹牙与丝杠及螺母之间的接触也是点接触, 可以认为两个曲面之间形成一个接触面, 在垂直接触面的两个正交平面上形成的主曲率分别为 ρ_{11} 、 ρ_{12} 、 ρ_{21} 和 ρ_{22} 。

滚柱-丝杠副之间接触面上的主曲率为

$$\begin{cases} \rho_{11}^{sr} = \frac{1}{r_{PR}} \\ \rho_{12}^{sr} = \frac{\sin \alpha}{r_{r0}} \\ \rho_{21}^{sr} = 0 \\ \rho_{22}^{sr} = \frac{\sin \alpha}{r_{s0}} \end{cases} \quad (4.10)$$

根据滚柱-丝杠副之间接触面的主曲率, 得到主曲率函数为

$$F(\rho) = \frac{|\rho_{11} - \rho_{12}| + |\rho_{21} - \rho_{22}|}{\rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}} \quad (4.11)$$

同时, 主曲率函数还可表示为

$$F(\rho) = \frac{(1+\kappa^2)L(e) - 2\kappa^2 K(e)}{(1-\kappa^2)L(e)} \quad (4.12)$$

其中， κ 与椭圆偏心率 e 有关：

$$\kappa = \sqrt{1-e^2} = \frac{b}{a} \quad (4.13)$$

$K(e)$ 是第一类椭圆积分， $L(e)$ 是第二类椭圆积分，分别为

$$\begin{cases} K(e) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} \\ L(e) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \end{cases} \quad (4.14)$$

由 $K(e)$ 和 $L(e)$ 可以得到接触面椭圆系数为

$$\begin{cases} m_a = \sqrt[3]{\frac{2L(e)}{\pi\kappa^2}} \\ m_b = \sqrt[3]{\frac{2L(e)}{\pi}} \end{cases} \quad (4.15)$$

由此可以得到接触面椭圆长半轴和短半轴为

$$\begin{cases} a = m_a \sqrt[3]{\frac{3Q}{\sum \rho E'}} \\ b = m_b \sqrt[3]{\frac{3Q}{\sum \rho E'}} \end{cases} \quad (4.16)$$

式中， E' 是当量弹性模量，计算方法与滚珠丝杠副相同。

接触应力分布为

$$\begin{cases} p(x, y) = p_{\max} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2} \\ p_{\max} = \frac{3Q}{2\pi ab} \end{cases} \quad (4.17)$$

4.1.2 润滑粘度与油膜厚度计算

采用弹流润滑理论分析接触面摩擦润滑情况的重点在于润滑剂粘度和油膜厚度的计算。在等温条件下，润滑剂粘度随着接触应力变化，润滑粘度影响着润滑油膜产生的摩擦力，进而影响传动效率。油膜厚度是分析润滑状态的重要指标，油膜厚度与接触副表面粗糙度综合值的比值即为膜厚比，膜厚比影响着接触面之间的润滑剂产生的粘性阻力，通过计算不同工况下的油膜厚度也能够得到膜厚比的变化规律。

使用某种润滑脂进行润滑，根据润滑脂基础油的参数可得到：

$$\eta_0 = \rho_0 \cdot v_0 \quad (4.18)$$

其中， v_0 是润滑脂基础油在标准大气压和某温度下（通常为40°C）的运动粘度，标准计量单位为 m^2/s ； ρ_0 是润滑剂在相同温度和压力条件下的密度， η_0 是相应条件下的

动力粘度，标准计量单位为 $\text{Pa}\cdot\text{s}$ 。在弹性流体动力润滑理论中，采用动力粘度进行相应的计算。

得到接触面椭圆内各点的接触应力分布后，接下来可以根据应力分布情况来计算润滑油剂的粘度和密度分布。

润滑油剂的粘度随着压力变化而产生非线性变化。根据 Roelands 粘压关系式可得到不同压力条件下的粘度：

$$\begin{cases} \eta = \eta_0 \exp \left\{ (\ln \eta_0 + 9.67) \cdot \left[-1 + (1 + p(x, y) \cdot p_0)^{z_1} \right] \right\} \\ z_1 = \frac{\alpha_v}{p_0 \cdot (\ln \eta_0 + 9.67)} \end{cases} \quad (4.19)$$

其中， p 是接触表面应力； p_0 是压力系数，取 $5.1 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$ ； α_v 是粘压系数。

不同压力条件下的密度为：

$$\rho = \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{0.6p}{1 + 1.7p} \right) \quad (4.20)$$

得到润滑油剂的粘度和密度后，再根据 Dowson 公式可得到最小油膜厚度为：

$$h_{\min} = \frac{3.63G^{0.49}U^{0.68}}{W^{-0.073}} \cdot (1 - 0.61e^{-0.68\kappa})R_x \quad (4.21)$$

其中 G 是材料参数， U 是速度参数， W 是载荷参数，求解方式如下：

$$\begin{cases} G = \alpha_v E' \\ U = \frac{\eta_0 u}{E' R_x} \\ W = \frac{Q_i}{E' R_x^2} \\ R_x = \frac{1}{\sum \rho_1} \end{cases} \quad (4.22)$$

式中， u 是卷吸速度，是两接触体在接触点处的平均速度， $u = (V_1 + V_2)/2$ 。

这样可以得到油膜厚度分布、压力分布和接触椭圆应力分布情况。

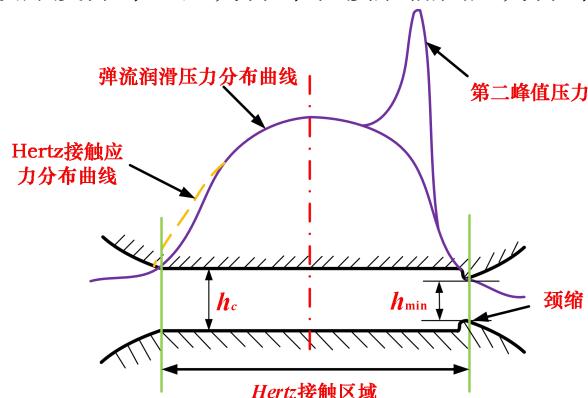


图 4.2 赫兹接触应力分布、弹流润滑压力分布及油膜厚度分布

如图 4.2 所示，在赫兹接触区域内，油膜厚度分布十分平缓近似不变，这个区域的油膜厚度为 h_c ，称为中心油膜厚度，而弹流润滑压力分布与接触椭圆的应力分布十分相似；在接触区域外，油膜压力出现一个尖峰，与此对应的油膜厚度出现颈缩现象，此处的油膜厚度为 h_{\min} ，就是最小油膜厚度。

由于在接触区域内，各点的油膜厚度的分布在整体上很平缓，因此可使用中心油膜厚度 h_c 来近似代表分布区域内的油膜厚度。通常可以由最小油膜厚度 h_{\min} 近似得到中心油膜厚度 h_c ：

$$h_c \approx \frac{4}{3} h_{\min} \quad (4.23)$$

通常在摩擦润滑理论中，膜厚比是判断润滑状态的重要指标，通过计算某种工况下的膜厚比，借助 Stribeck 曲线来判断当前处于哪种润滑状态。膜厚比计算公式为：

$$\Lambda = \frac{h_{\min}}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}} \quad (4.24)$$

式中， R_1 和 R_2 是两接触体表面轮廓均方根偏差，这和工艺及加工精度有关。

4.2 精密滚珠（柱）丝杠副摩擦力矩分析

4.2.1 滚珠丝杠副摩擦力矩分析

滚珠丝杠副在传动过程中产不可避免产生摩擦力矩，滚珠丝杠副摩擦力矩主要有以下三种：库伦摩擦力矩、粘滞摩擦力矩和自旋摩擦力矩。库伦摩擦力矩是用库伦摩擦系数来表示滚珠丝杠副传动过程中多种复杂的摩擦力矩的综合摩擦力矩，粘滞摩擦力矩是由于添加润滑剂而产生的摩擦力矩，自旋摩擦力矩是滚珠在接触面上自旋运动产生的摩擦力矩。根据文献^{[40][41]}，滚珠丝杠副的自旋摩擦力矩极小，可忽略不计。由于运动的转速不同使滚珠丝杠副的润滑状态发生复杂的变化，摩擦力矩和传动效率也随之产生复杂的变化，因此讨论在不同工况下滚珠丝杠副的摩擦润滑状态对研究滚珠丝杠副的摩擦力矩和传动效率来说是很有必要的。

4.2.1.1 低速情况下摩擦系数

由于滚珠丝杠副在运动中各接触点处的摩擦情况和润滑状态比较复杂，因此可以使用等效摩擦系数来表示不同工作条件下滚珠丝杠副的摩擦情况：

$$\mu_{eq} = \frac{F_f}{Q} \quad (4.25)$$

其中， F_f 是在法向接触载荷在接触面上产生的切向摩擦力。

低速情况下，接触面处于边界润滑和混合润滑状态，此时接触体之间存在的一层很薄的油膜不能完全将两个接触体隔开，膜厚比很小，因此两个接触面上有一部分是被油膜隔开，而其余部分由于表面轮廓尖峰导致接触体直接接触。此时对阻碍运动起主要作用的是滚珠与丝杠滚道或螺母滚道在混合润滑状态下粗糙形貌直接接触产生的库伦摩

擦, 粘滞阻力不占据主导作用。由此可以得到接触体之间产生的阻力为:

$$F_f = f(\Lambda) \iint_{\Omega} \tau d\Omega + (1-f(\Lambda)) \cdot \mu_d Q_i = \tau A f(\Lambda) + (1-f(\Lambda)) \cdot \mu_d Q_i \quad (4.26)$$

这里的摩擦阻力分为两个部分, $\tau A f(\Lambda)$ 是粘滞阻力, 而 $(1-f(\Lambda)) \cdot \mu_d Q_i$ 是未被油膜浸没的接触面轮廓尖峰部分直接接触产生的库伦摩擦。 τ 是润滑剂产生的剪应力, A 是接触面积, μ_d 是干摩擦状态下的摩擦系数, $f(\Lambda)$ 是关于膜厚比的函数, 表示在接触面上被油膜隔开部分的面积占整个接触面积的比重。

采用文献^[58]的摩擦应力计算公式:

$$\dot{\gamma} = \frac{u}{h_c} = \frac{\dot{\tau}}{G_L} - \frac{\tau_L}{\eta} \ln \left(1 - \frac{\tau}{\tau_L} \right) \quad (4.27)$$

式中, τ_L 是极限剪切应力, G_L 是极限剪切弹性模量, 二者通常是通过试验测得, 这里可以使用文献^[59]的公式来计算:

$$\begin{cases} G_L = \frac{1.2 p}{2.52 + 0.024 T} - 10^8 \\ \tau_L = 0.25 G_L \end{cases} \quad (4.28)$$

根据文献^[60], $f(\Lambda)$ 的计算公式为

$$f(\Lambda) = \frac{1.2 \Lambda^{0.64}}{1 + 0.37 \Lambda^{1.26}} \quad (4.29)$$

因此在低速情况下, 滚珠与丝杠滚道的接触点处存在着弹流润滑产生的摩擦力与接触点表面粗糙形貌导致的摩擦力, 则等效摩擦系数为:

$$\mu_{eq} = \frac{F_f}{Q} = \frac{\tau A f(\Lambda) + \mu_d (1-f(\Lambda)) Q}{Q} \quad (4.30)$$

由此可以得到在低速情况下的等效摩擦系数。

4.2.1.2 中高速情况下摩擦系数

随着转速的增加, 摩擦阻力两种组成成分的比重发生变化, 接触体之间的库伦摩擦不再起主要作用。在中高速状态下, 油膜厚度和膜厚比逐渐增加, 两接触体之间的接触面上绝大部分被油膜分隔开, 接触表面得到充分得到润滑, 此时摩擦系数在 stribbeck 曲线中随转速增加而近似处于线性增长状态。因此可以认为此时的摩擦力主要由新的库伦摩擦力和弹流润滑粘滞力组成。

此时产生的摩擦力为

$$F_\tau = \mu_l Q_i + \tau A \quad (4.31)$$

式中, 摩擦系数 μ_l 是在油膜基本上将两接触体绝大部分分隔开时, 仍然存在的库伦摩擦系数。

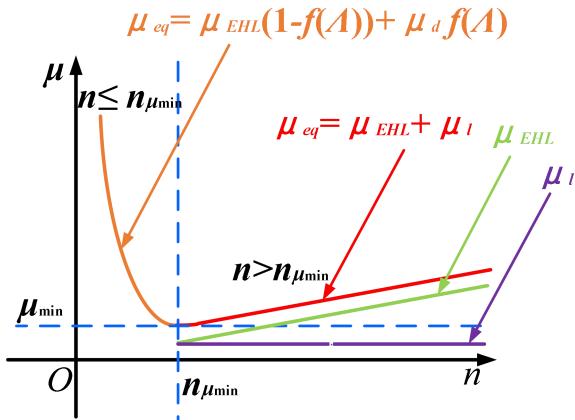


图 4.3 不同转速下的摩擦系数

由图 4.3 可知在低速情况下, 摩擦系数先快速下降到某一点再缓慢回升, 最低点处的摩擦系数为 μ_{\min} , 可以认为在 μ_{\min} 右边的点逐渐开始进入良好的润滑状态。在 μ_{\min} 点时, 摩擦力分为库仑摩擦力和弹流润滑粘滞力, 因此可以认为此时存在一个基本摩擦系数 μ_l , 则等效摩擦系数为

$$\mu_{\min} = \mu_l + \mu_{EHL} \quad (4.32)$$

其中, μ_l 是基本摩擦系数, μ_{EHL} 是 μ_{\min} 点上由于弹流润滑产生的摩擦系数:

$$\mu_{EHL} \approx \frac{\tau A}{Q} \quad (4.33)$$

此时可认为油膜面积约等于赫兹接触区域面积, 则基本摩擦系数为:

$$\mu_l = \mu_{\min} - \mu_{EHL} \quad (4.34)$$

因此, 可以根据低转速下切向摩擦力和接触法向载荷的比值得到等效摩擦系数 μ_{eq} , 再由弹流润滑得到切应力进而得到弹流润滑摩擦系数 μ_{EHL} , 最后可以得到基本摩擦系数 μ_l 。

4.2.1.3 滚珠丝杠副摩擦力矩

得到滚珠丝杠副在低速和中高速时的等效摩擦系数后, 就可以得到双螺母预紧滚珠丝杠副的摩擦力矩为

$$M_f = \sum_{i=1}^Z \mu_{eqAi} Q_{Ai} (r_{pw} - r_w \cos \alpha_{Ai}) + \sum_{j=1}^Z \mu_{eqBj} Q_{Bj} (r_{pw} - r_w \cos \alpha_{Bj}) \quad (4.35)$$

由于同一螺母内各滚珠受载不均匀, 因此各滚珠的接触状态也有不同, 应当根据各滚珠的法向接触载荷和赫兹接触变形来得到各滚珠的等效摩擦系数以及接触角。双螺母预紧滚珠丝杠副的摩擦力矩是 A 螺母内部各滚珠作用在丝杠上产生的摩擦力矩和 B 螺母内部各滚珠作用在丝杠上产生的摩擦力矩的总和。

4.2.2 行星滚柱丝杠副摩擦力矩分析

行星滚柱丝杠副在传动过程中产生的摩擦力矩相比滚珠丝杠副更为复杂, 主要为以下几种: 自旋滑动摩擦力矩、粘滞摩擦力矩、差动滑动摩擦力矩和弹性滞后摩擦力矩。

其中, 弹性滞后摩擦力矩是滚动摩擦力矩, 在总的摩擦力矩中占比很小, 可以忽略不计^[48]。

(1) 自旋滑动摩擦力矩

在滚动轴承和滚珠丝杠副中, 滚珠与内外圈或丝杠螺母滚道接触面上, 总是会产生自旋运动, 行星滚柱丝杠副也是如此, 原因是滚珠或滚柱的自转速度在垂直于接触面的方向上有分量。由自旋运动产生的自旋滑动摩擦力矩, 在滚珠丝杠副中很小, 可以忽略不计, 而在行星滚柱丝杠副中不能忽视^{[41][46]}。而随着负载增加, 椭圆接触面的面积增加, 自旋滑动摩擦力矩也随之增长。

在低转速情况下, 接触面之间无法形成将两接触体完全隔开的润滑油膜, 但由于润滑油膜的存在, 此时不能直接使用滑动摩擦系数, 需要根据此时的润滑情况来分析。

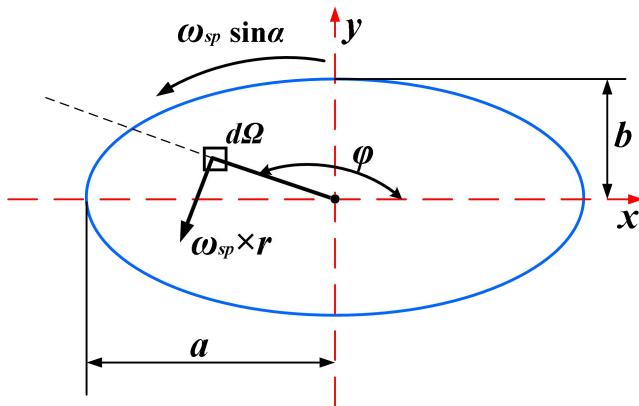


图 4.4 接触面上的自旋运动

滚柱的自转角速度为 ω_{sp} , 而在垂直于椭圆接触面方向上的分量为 $\omega_{sp} \sin \alpha$, 因此可以认为滚柱绕接触点法线方向以 $\omega_{sp} \sin \alpha$ 的速度旋转。如图 4.4 所示, 在椭圆接触面上, 任意一点的接触应力在接触面上产生对应的剪切应力, 剪切应力的方向与该点自旋运动导致的速度方向共线, 则剪切应力方向垂直于该点与椭圆中心的连线。因此

$$dF_{sp}(x, y) = \mu_{sp}(x, y) p_{\max} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (4.36)$$

式中, μ_{sp} 是此时自旋滑动的摩擦系数。

该点的自旋滑动摩擦系数是由该点的油膜剪应力产生的摩擦系数与由接触表面粗糙形貌导致的滑动摩擦系数合成的。根据文献^[48], μ_{sp} 的求解公式如下:

$$\mu_{sp} = \mu_0 e^{(-B\Lambda^C)} \quad (4.37)$$

式中, μ_0 是接触表面粗糙形貌导致的滑动摩擦系数, B 和 C 是相关系数。

随着转速、负载的变化, 接触面的面积发生变化, 接触表面的润滑状态也发生变化, 从而使自旋摩擦系数发生变化, 这样自旋滑动摩擦在不同润滑状态下有不同的摩擦系数, 而非在不同状态下保持相同的摩擦系数。

滚柱-丝杠副的所有螺纹牙上，自旋滑动产生的总的轴向摩擦力矩为

$$M_{sp} = N \sin \alpha \sum_{j=1}^{n_0} \left[\iint_{\Omega} \mu_{sp}(\Lambda) p_{\max} (x^2 + y^2)^{1/2} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} dx dy \right] \quad (4.38)$$

(2) 粘滞摩擦力矩

当接触面之间存在润滑剂时，润滑剂在接触载荷作用下粘度发生变化，并形成一层润滑油膜，使两个接触面之间产生剪切应力，这就产生了粘滞摩擦力矩。行星滚柱丝杠副的传动效率随转速变化而发生复杂的变化，是因为润滑状态发生了变化。粘滞摩擦是导致摩擦系数随转速变化而发生改变的主导因素。

粘滞摩擦力矩的求解可以按照本章滚珠丝杠副粘滞摩擦力矩求解方法得来，因此可以得到

$$\begin{cases} F_{vi} = \mu_l Q_i + \tau_i A_i \\ M_v = N \sum_{i=1}^n F_{vi} r_s \end{cases} \quad (4.39)$$

(3) 差动滑动摩擦力矩

由于滚柱在行星滚柱丝杠副传动过程中既滚动又滑动，因此丝杠-滚柱副的两个接触面之间存在着相对滑动速度，两个接触面不同的速度导致产生差动滑动摩擦力矩。根据文献^[49]可知，滚柱-丝杠副的差动滑动摩擦力矩为

$$M_c = \sum_{i=1}^n \frac{0.04 \sigma Q_i a_i^2 d_s}{(\mu_{sl} d_r)} (\mu_{sl} + 1)^2 \quad (4.40)$$

式中， μ_{sl} 是差动滑动摩擦系数，可近似等于 μ_{sp} ； d_s 和 d_r 分别为丝杠螺纹和滚柱螺纹的接触直径。

(4) 总摩擦力矩

因此，在滚柱-丝杠副上的总的摩擦力矩为

$$M_f = M_{sp} + M_v + M_c \quad (4.41)$$

4.3 精密滚珠(柱)丝杠副传动效率模型的建立

4.3.1 精密滚珠(柱)丝杠副传动效率的传统数学模型

4.3.1.1 滚珠丝杠副传动效率的传统数学模型

Lin^{[14][15]}于 1994 年提出一个经典的滚珠丝杠副传动效率模型。这个模型建立了四个坐标系，分析了在轴向载荷作用下，滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触产生的接触角和法向接触载荷的变化情况，得到了关于滚珠在丝杠滚道中运动情况的一些重要参数。这个滚珠丝杠副的传动效率模型十分经典，后续的一些研究^{[16][17][35]}也是在这个模型的基础上展开的。

这个模型存在如下假设条件：

(1) 同一螺母内各滚珠受载均匀, 即

$$Q_i = Q \quad (4.42)$$

(2) 滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触产生的接触角相等, 即

$$\alpha_s = \alpha_n = \alpha \quad (4.43)$$

(3) 滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触产生的滑动角相差 180° , 作用在滚珠接触面上的两个法向载荷相等, 即

$$\begin{cases} \sin \psi_{si} = \sin \psi_{ni} \\ Q_{si} = Q_{ni} \end{cases} \quad (4.44)$$

(4) 滚珠与丝杠滚道及螺母滚道的接触面上的摩擦系数相等, 是一个常数即

$$\mu_{si} = \mu_{ni} = \mu \quad (4.45)$$

Lin 得到的传动效率模型为

$$\eta_{scr} = \frac{\sin \alpha - \mu(\cos \alpha \cos \psi_n + \sin \psi_s \tan \lambda)}{\sin \alpha + \mu[\cos \psi_s (\gamma' - \cos \alpha) + \sin \psi_s (1 - \gamma' \cos \alpha) / \tan \lambda]} \quad (4.46)$$

Lin 在文献^[15]中得到如下的滑动角与导程角和接触角的关系式为

$$\psi_{si} = \psi_{ni} - \pi = \arctan\left(\frac{\tan \lambda}{\cos \alpha}\right) \quad (4.47)$$

根据以上几个假设条件及滑动角关系式, 得到化简后的传动效率公式为

$$\eta_{scr} = 1 - \frac{\mu}{\cos^2 \lambda \sin \alpha (\sqrt{\cos^2 \alpha + \tan^2 \lambda} + \mu \sin \alpha)} \quad (4.48)$$

从这个传动效率公式及几个假设条件可以看出, Lin 的传动效率模型比较理想化。滚珠丝杠副传动效率的研究离不开对滚珠承载情况的分析, 也离不开对摩擦系数、摩擦力矩的分析, 接下来针对 Lin 模型关于承载和摩擦的假设进行分析, 指出该模型的局限性。

第一个假设认为各滚珠受载均匀, 这是不合理的, 在第二章分析滚珠丝杠副的承载情况时, 已经得到受载后各滚珠法向接触载荷的分布情况, 第一颗滚珠的法向接触载荷与最后一颗滚珠之间的差异很大, 不能认为各滚珠受载均匀。因此第一个假设不成立。

第二和第三个假设认为滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触产生的接触角 α_s 和 α_n 相等, 法向载荷 Q_s 和 Q_n 也相等, 文献^[21]通过“滚道外圈控制理论”分析了在考虑转速的影响时, 滚珠受到离心力和惯性力矩, 使 α_s 和 α_n 及 Q_s 和 Q_n 互不相等, 但由于随着轴向载荷的增大, 这种效应越来越不明显, 并且由于转速产生的离心力和惯性力矩相对于轴向载荷很小, 因此可以忽略转速导致的滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触面上法向接触载荷和接触角的差异, 而滑动角 ψ_s 和 ψ_n 同理, 因此第二和第三个假设成立。

第四个假设认为滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触产生的两个接触面上的摩擦系数相等并且是一个常数, 这个明显是不符合实际的, 为保证滚珠丝杠副的合理使用, 必须

使用某种润滑剂，而采取某种润滑方式的滚珠丝杠副在工作过程中，其滚珠的运动状况和摩擦润滑状况十分复杂，在同一载荷下和同一润滑剂情况下，滚珠丝杠副的摩擦系数会随着转速的变化而变化，摩擦系数随转速、负载、粘度变化的趋势大体上符合 stribbeck 曲线，不能将滚珠丝杠副的摩擦系数视为某一常数，这些已经在本章得到了验证。因此第四个假设不合理。

因此，本课题采用 Lin 的第二条和第三条假设。第二章已经得到了滚珠丝杠副的法向接触载荷和接触角的变化情况以及各零件的运动关系；本章已经对滚珠丝杠副的摩擦系数及摩擦力矩进行了研究，接下来将承载运动情况与摩擦力矩模型结合起来，建立新的传动效率模型。

4.3.1.2 行星滚柱丝杠副传动效率的传统数学模型

濮建荣在^[24]中推导出了一个行星滚柱丝杠副的传动效率数学模型。这个模型是参照斜面小车模型来类比滚珠沿丝杠螺旋线移动的传动方式，主要考虑了行星滚柱丝杠副在传动过程中接触面间产生的滚动摩擦与自旋滑动摩擦，将两种摩擦合成得到当量摩擦系数，最后推导出行星滚柱丝杠副的传动效率公式为

$$\eta = \frac{\tan \lambda}{\tan \left(\lambda + \arctan \frac{f_d}{r_{RP} \sin \alpha} \right)} \quad (4.49)$$

这个模型存在如下假设条件：

- (1) 不考虑滚柱实际受载情况
- (2) 行星滚柱丝杠副在受载前后，各螺纹牙的接触角不发生变化，且滚柱螺纹与丝杠螺纹及螺母螺纹接触产生的接触角相等

$$\begin{cases} \alpha_{F_a} = \alpha \\ \alpha_s = \alpha_n = \alpha \end{cases} \quad (4.50)$$

- (3) 行星滚柱丝杠副的摩擦以滚动摩擦和自旋滑动摩擦为主
- (4) 滚柱螺纹与丝杠螺纹及螺母螺纹接触产生的摩擦系数相等，是一个常数

$$\mu = C \quad (4.51)$$

可以看出，这个行星滚柱丝杠副传动效率的数学模型比较简单，便于计算，但不能很好地符合实际情况。针对该模型承载和摩擦的假设，指出其局限性：

第一个假设认为，不考虑滚柱的受载情况，这是不合理的，实际使用中，随着轴向负载的变化，传动效率也会发生变化，因为轴向负载变化必然影响滚柱螺纹牙上接触载荷的变化，进而影响接触面的摩擦润滑情况，这必然影响传动效率。因此第一个假设是不合理的。

第二个假设认为，在受载前后行星滚柱丝杠副的接触角可认为未发生变化，且两侧接触角相等。由于行星滚柱丝杠副的接触状态相比滚珠丝杠副而言更加复杂，在受到轴向载荷时，螺纹牙产生的变形也十分复杂，有由于赫兹接触产生的接触变形，有因为受

载而使螺纹牙弯曲引起的变形，有因为剪力引起的变形，也有因为其他各种因素产生的变形。引起螺纹牙变形的因素很复杂，而螺纹牙产生的变形也很难描述，并且行星滚柱丝杠副的螺纹牙具有很高的刚度，产生的变形也十分微小，大部分研究通常将受载后的接触角等同于初始接触角，因此可以认为在受载前后接触角不发生变化，则两侧的接触角也相等。

第三个假设和第四个假设认为，行星滚柱丝杠副在传动过程中产生的摩擦主要是滚动摩擦和自旋滑动摩擦，通过将不同情况的滚动摩擦系数合成，就能得到当量摩擦系数，并且这个当量摩擦系数是一个常数。本章已经对行星滚柱丝杠副摩擦系数和摩擦力矩进行了分析，可以看出，不同工况下，接触面的摩擦润滑情况不同，这就导致接触面上的等效摩擦系数是随着工况的变化而变化的，同时行星滚柱丝杠副的摩擦力矩主要由自旋滑动摩擦力矩、粘滞摩擦力矩及差动滑动摩擦力矩组成，而这个斜面模型缺乏粘滞摩擦，则这两个假设不合理。

因此本课题采用其中的第二条假设，第三章已经得到行星滚柱丝杠副承载情况，并对各组成部分的运动关系进行了分析，在此基础上，本章已经研究了接触面的摩擦润滑情况，得到了新的摩擦力矩模型。接下来将承载运动情况与摩擦力矩模型结合，建立新的传动效率模型。

4.3.2 滚珠丝杠副传动效率模型

得到滚珠丝杠副的摩擦力矩后，就可以得到新的传动效率模型。传动效率可分为两种，一种是滚珠丝杠副自身的摩擦效率，另一种是考虑到滚珠丝杠副工作状态和支撑方式的整个伺服系统的传动效率。

滚珠丝杠副传动效率为

$$\eta_{bsc} = \frac{F_a P_h}{M_{input} \cdot 2\pi} = \frac{P_h}{2\pi} \cdot \frac{F_a}{M_z + M_f} \quad (4.52)$$

式中， M 是总的输入扭矩，由丝杠承受滚珠法向载荷产生的承载力矩 M_z 和滚珠产生的摩擦力矩 M_f 组成。根据文献^[53]，承载力矩 M_z 的求解公式为

$$M_z = \sum_{i=1}^Z Q_{ki} \sin \alpha_{Ai} \sin \lambda' (r'_{pw} - r_w \cos \alpha_0) \quad k = A \quad or \quad B \quad (4.53)$$

此时得到的传动效率是滚珠丝杠副自身的传动效率，不考虑滚珠丝杠副的支承。而在实际使用和实验测量时，滚珠丝杠副不能单独使用，必须支撑在轴承上形成一个伺服系统，测得的传动效率数据是这个伺服系统而非只是丝杠副的。考虑到丝杠副的支承，得到的整个伺服系统的传动效率为

$$\eta_{sv} = \frac{P'_h}{2\pi} \cdot \frac{F_a}{M_z + M_f + M_b} \quad (4.54)$$

式中， M_b 是滚动轴承在丝杠上产生的力矩。 M_b 计算公式为

$$\begin{aligned}
 M_b &= M_1 + M_v \\
 M_1 &= f_b F_\beta D_{pw} \\
 M_v &= \begin{cases} 10^{-7} f_0 (v_0 n)^{\frac{2}{3}} D_{bm}^3 & v_0 n \geq 2000 \\ 160 \times 10^{-7} f_0 \cdot D_{bm}^3 & v_0 n < 2000 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.55}$$

式中, f_0 是与轴承种类和润滑方式有关的系数, F_β 与载荷有关, v_0 是运动粘度, D_{bm} 是轴承的直径。

4.3.3 行星滚柱丝杠副传动效率模型

与滚珠丝杠副类似, 标准式行星滚柱丝杠副的传动效率模型为

$$\eta_{prs} = \frac{F_a L'}{M_{input} \cdot 2\pi} = \frac{L'}{2\pi} \cdot \frac{F_a}{M_z + M_f} \tag{4.56}$$

式中, L' 是丝杠副的导程。根据^[46], 行星滚柱丝杠副的承载力矩为

$$M_z = F_a r_s \cdot \frac{L'}{\pi D_{pw}'} \tag{4.57}$$

伺服系统的传动效率为

$$\eta_{sv} = \frac{L'}{2\pi} \cdot \frac{F_a}{M_z + M_f + M_b} \tag{4.58}$$

4.4 传动效率模型的计算与分析

4.4.1 新传动模型与传统传动效率模型的对比

(1) 滚珠丝杠副传动效率新旧模型对比

本节使用 4010 型双螺母预紧滚珠丝杠副进行传动效率模型对比, 该滚珠丝杠副的具体参数如表 4.1 所示。

表 4.1 4010 型双螺母滚珠丝杠副参数

参数	代号	数值	单位
公称直径	d_m	40	mm
滚珠直径	D_w	5.953	mm
适应比	f_{rs}, f_m	0.555	/
导程	P_h	10	mm
导程角	λ	4.55	°
初始接触角	α_0	45	°
滚珠数	N	63	/
泊松比	σ	0.3	/

弹性模量	E	2.07×10^5	MPa
预紧力	F_p	2000	N

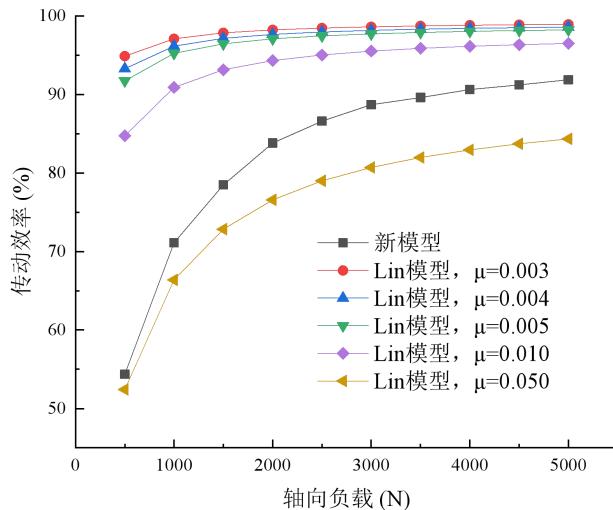


图 4.5 不同轴向负载下新模型与 Lin 模型计算数据对比

图 4.5 是滚珠丝杠副的预紧力为 2000N 时, 新模型计算数据与 Lin 模型计算数据的对比情况。可以看出, 两种模型的相同点是: 随着轴向负载的增加, 新模型和 Lin 模型得到的传动效率值都在上升。这表明不同的轴向负载下两种模型都有相同的变化趋势。两模型的差异在于: Lin 模型计算传动效率需要找到接触面摩擦系数, 若从文献^[21]中试验得到的摩擦系数范围(摩擦系数为 0.0032~0.0045)中选取, 则 Lin 模型的传动效率值高于新模型; 若将新模型和 Lin 模型贴合, 摩擦系数需要在 0.01~0.05 之间。这是因为 Lin 模型将初始接触角 α_0 来代替受载后的接触角 α , 而第二章可以看出, 受载后的接触角与初始接触角存在的差异不能忽视, 并且 Lin 模型是用库伦摩擦来代替接触面上所有摩擦, 然而接触面上摩擦情况很复杂, 库伦摩擦只是其中一种, 因此 Lin 模型的摩擦力矩偏低。这两种原因使 Lin 模型计算得到的传动效率偏高。

新模型得到的传动效率随着轴向负载的增加而上升, 最终趋近于某个值, 这是因为随着轴向负载的增加, 摩擦力矩上升的增量与总输入力矩上升增量的比值逐渐下降, 即承载力矩在总输入力矩中的比重越来越大, 导致传动效率上升, 同时由于摩擦力矩的存在, 传动效率逐渐趋近于某个值。

将摩擦系数取为 0.004, 轴向负载分别取 3000N 和 5000N, 将两个模型计算数据对比得到图 4.6。由图可知, 随着转速的增加, 新模型的传动效率具有先上升到最高点再下降的趋势, 而 Lin 模型的传动效率不随转速变化而变化。这是因为 Lin 模型的摩擦系数是定值, 意味着不同转速下摩擦系数不发生变化, 则传动效率不随转速变化而变化。然而实际使用中, 由于添加了润滑剂, 滚珠丝杠副接触面的润滑状态随着转速变化而发

生改变, 这必然导致摩擦系数是变化的, 其变化趋势应当大体类似于 stribbeck 曲线。由此可见, Lin 模型不能很好地体现传动效率随转速变化的趋势。

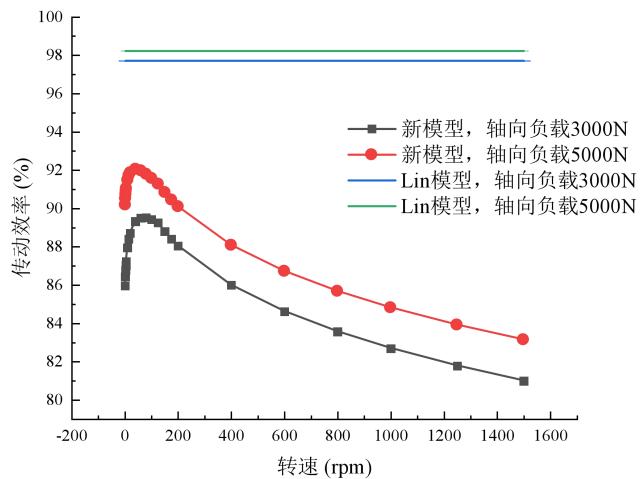


图 4.6 不同转速下新模型与 Lin 模型对比

因此, 构建滚珠丝杠副传动效率模型时必须要考虑滚珠丝杠副真实的承载情况, 同时也要考虑润滑剂的影响。

(2) 行星滚柱丝杠副传动效率模型对比

本节使用第三章表 3.1 的标准式行星滚柱丝杠副进行传动效率计算与对比分析。

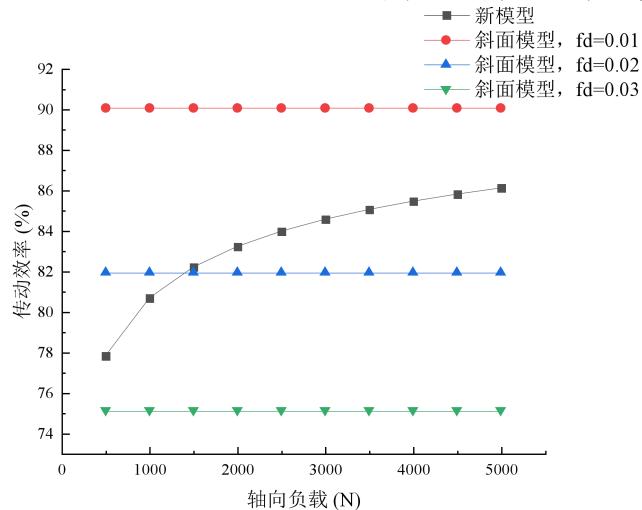


图 4.7 不同轴向负载下新模型与斜面模型对比

图 4.7 是轴向负载从 500N 到 5000N 时, 新模型与斜面模型计算得到的传动效率的对比情况。可以看出, 随着轴向负载的增加, 新模型得到的传动效率逐渐上升, 并且随着上升的速率越来越慢; 斜面模型的传动效率不随负载的变化而变化。这是因为斜面模型不考虑行星滚柱丝杠副的承载情况, 也没有考虑行星滚柱丝杠副各零件的运动关系, 得到的传动效率模型自然不能反映轴向负载的影响, 并且斜面模型需要先得到当量摩擦

系数然后才能计算传动效率，不同摩擦系数得到的传动效率差异很大。

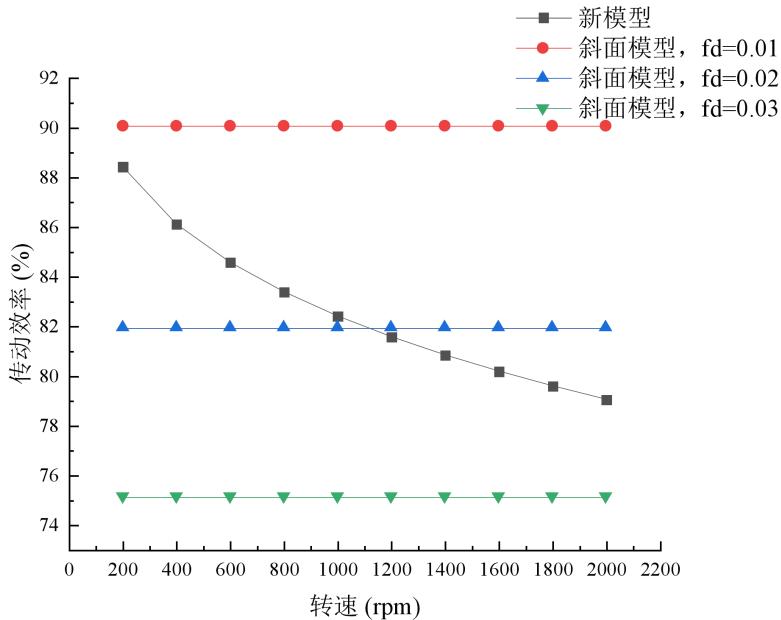


图 4.8 不同转速下新模型与斜面模型对比

图 4.8 是转速从 200rpm 到 2000rpm 变化时，新模型与斜面模型计算得到的传动效率数据的对比情况。可以看出，随着转速的增加，新模型得到的传动效率逐渐下降，并且下降速率逐渐减缓，而斜面模型得到的传动效率不随转速变化而变化。这是因为斜面模型主要考虑了滚动摩擦与自旋滑动摩擦，忽略了粘滞摩擦，并且当量摩擦系数是一个常数，不随转速变化而变化，传动效率也就不发生变化。因此斜面模型不能反映转速对传动效率的影响。

因此，构建行星滚柱丝杠副的传动效率模型时，既要考虑丝杠副的承载情况与运动情况，同时也要考虑实际使用中润滑剂对传动效率的影响。

4.4.2 滚珠丝杠副传动效率计算与分析

(1) 转速对传动效率的影响

转速变化，根据式、和，影响到接触表面的最小油膜厚度 h_{min} 、膜厚比 Λ 和剪应力 τ ，从而通过式影响到摩擦系数，最终影响到传动效率。

当转速变化时，将轴向负载设定为分别为 1000N、2000N、3000N、4000N、5000N，润滑剂动力粘度设定为 0.08Pa·s，计算传动效率。

由图 4.9 可知，传动效率随速度变化而变化，并且变化的趋势不是单调的。在低速阶段，随着转速的增加，传动效率先上升到某一最大值，然后传动效率开始下降，此时进入中高速阶段。这是因为在低速阶段时，随着速度增加，滚珠丝杠副接触面上的摩擦润滑情况是从粗糙表面直接的接触变成了润滑剂形成的油膜逐渐隔开部分接触表面，因此接触表面的摩擦系数降低，提高了传动效率；而随着转速的继续上升，此时油膜能够

很好地隔开接触表面，润滑剂形成的摩擦剪应力成为影响摩擦的主导因素，这样随着转速增加，油膜产生的摩擦力越大，等效摩擦系数越大，传动效率开始下降。

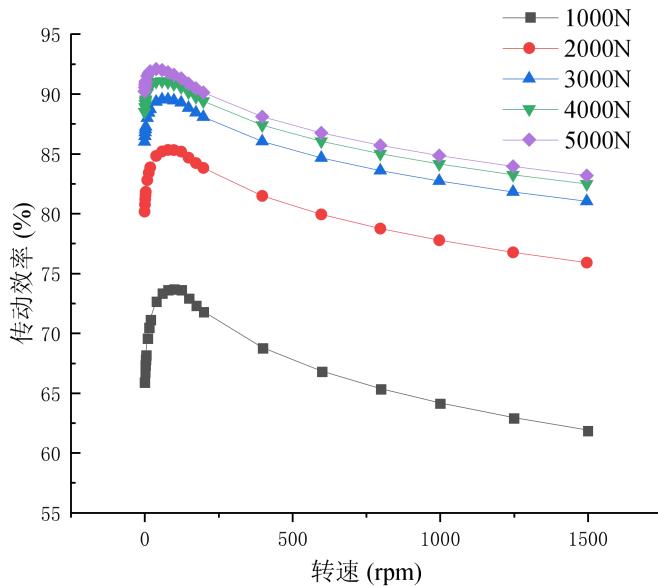


图 4.9 滚珠丝杠副传动效率随转速变化情况

而且也可以看出，随着轴向负载的增加，低速阶段传动效率从初始值增长到最大值的增量在下降，也就是说更大的轴向负载能够更好的抑制传动效率因润滑状态改变而上升的趋势；同时，随着轴向负载的增大，传动效率最大值处对应的转速也不断下降，即更大的轴向负载使传动效率在更低的转速下达到最大值。这是因为相同转速下，轴向负载越大，弹流润滑的最小油膜厚度越大，也就是越容易形成润滑油膜，使膜厚比变大，因此更大的轴向负载能够更好的改善接触表面的润滑状态。

(2) 工艺误差对传动效率的影响

导程误差 ΔP_h 和中径误差 Δd_m 都影响了滚珠丝杠副的结构参数（实际导程、实际导程角、实际中径），而根据式和，二者影响着滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触产生的法向接触载荷 Q_i 及接触角 α_i 的大小和分布情况；根据式和，法向接触载荷 Q_i 影响椭圆长半轴 a 、短半轴 b 以及表面接触应力 $p(x,y)$ ，进而通过式、和来影响接触表面的润滑剂粘度、最小油膜厚度 h_{min} 、膜厚比 Λ 和剪应力 τ ，从而通过式影响到摩擦系数，最终影响到传动效率。

当轴向负载为 1000N 时，选择导程误差为 $-0.5\mu\text{m}$ 和 $0.5\mu\text{m}$ ，中径误差为 $-10\mu\text{m}$ 和 $-5\mu\text{m}$ ，计算不同工艺误差下的传动效率。

由图 4.10 可知，导程误差和中径误差变化时，传动效率也会发生变化。导程误差从 $-0.5\mu\text{m}$ 变成 $0.5\mu\text{m}$ ，整个传动效率曲线发生了平移，并且存在正的导程误差时的传动效率大于负的导程误差时的传动效率；中径误差从 $-10\mu\text{m}$ 变成 $-5\mu\text{m}$ ，传动效率也是整体平移，但变化很小。这是因为导程误差和中径误差的存在，一是改变了滚珠丝杠副的结构

参数,二是改变了滚珠与丝杠滚道及螺母滚道的接触状态,从而使传动效率发生改变。由于在加工时考虑到滚珠丝杠副的温升和热伸长问题,使导程误差和中径误差定为负值,可以看出,负导程误差的绝对值和负中径误差的绝对值减小有利于提高传动效率。

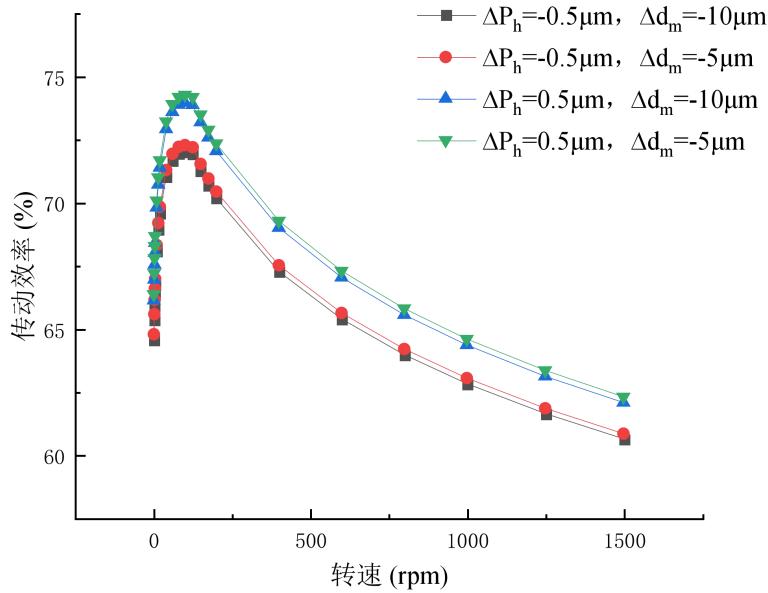


图 4.10 滚珠丝杠副传动效率随工艺误差变化情况

(3) 润滑剂粘度

使用不同粘度的润滑剂对滚珠丝杠副的接触表面的中心油膜厚度 h_c , 膜厚比 Λ , 剪应力 τ 有影响, 进而影响到摩擦系数、粘滞摩擦力矩和传动效率。

因此将轴向负载定为 2000N, 润滑剂的动力粘度定为 $0.03\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、 $0.06\text{Pa}\cdot\text{s}$ 和 $0.09\text{Pa}\cdot\text{s}$, 计算不同粘度下的传动效率。

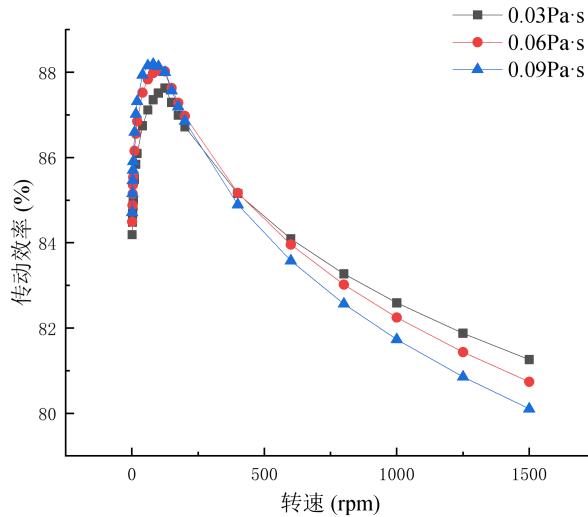


图 4.11 不同转速下滚珠丝杠副传动效率随润滑剂粘度变化情况

由图 4.11 可知, 滚珠丝杠副的传动效率随润滑剂粘度的变化而变化, 粘度越高, 传

动效率能达到的最大值越大，低速阶段传动效率上升越快，传动效率最大值处对应的转速越低，中高速阶段传动效率越低，下降越快。这是因为更高粘度的润滑剂使滚珠丝杠副接触表面更容易形成油膜，即最小油膜厚度更大，膜厚比更大，从而使接触表面的摩擦情况得到改善，正因如此，能够在更低转速的情况下形成隔开两接触面的油膜，并且达到的传动效率最大值更大。当进入中高速阶段时，粘度更高导致润滑剂产生的粘滞摩擦力越大，而此时的摩擦主要是粘滞摩擦，这就导致传动效率更低，并且随着转速的增加，传动效率下降的更快。

4.4.3 行星滚柱丝杠副传动效率计算与分析

(1) 轴向负载和转速对传动效率的影响

行星滚柱丝杠副转速影响传动效率的原理与滚珠丝杠副相同。将转速设定为 600rpm，润滑剂动力粘度为 $0.1\text{Pa}\cdot\text{s}$ ，轴向负载为 500N 到 5000N，计算行星滚柱丝杠副（PRSM）的传动效率和伺服系统的传动效率。

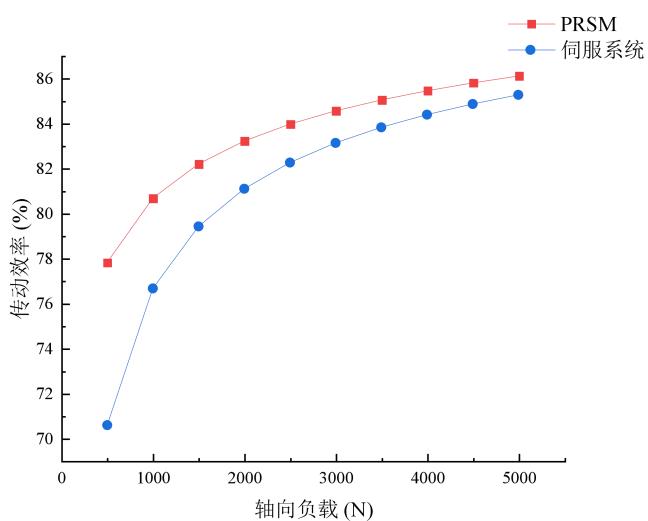


图 4.12 不同轴向负载下行星滚柱丝杠副和伺服系统传动效率

由图 4.12 可知，在相同转速、相同润滑剂粘度下，随着轴向负载的增大，行星滚柱丝杠副的传动效率及伺服系统的传动效率都在增长，且增长的速率逐渐减缓，行星滚柱丝杠副的传动效率增长的速率低于伺服系统的增长速率；行星滚柱丝杠副的传动效率高于整个传动伺服系统的传动效率，并且随着轴向负载的增加，二者之间的差距减小。这是因为伺服系统的传动效率中考虑了丝杠两端的滚动轴承组的影响，两种传动效率之间的差异正是来源于滚动轴承的力矩，随着轴向负载的增加，伺服系统中丝杠两端的滚动轴承组产生的摩擦力矩在总摩擦力矩中占比逐渐下降，这导致了两种传动效率之间的差异减小，并且伺服系统传动效率的增长速率高于行星滚柱丝杠副。

接下来计算不同轴向负载和不同转速下的行星滚柱丝杠副的传动效率。将负载设定为 1000N 到 5000N，转速设定为 200rpm 到 2000rpm。

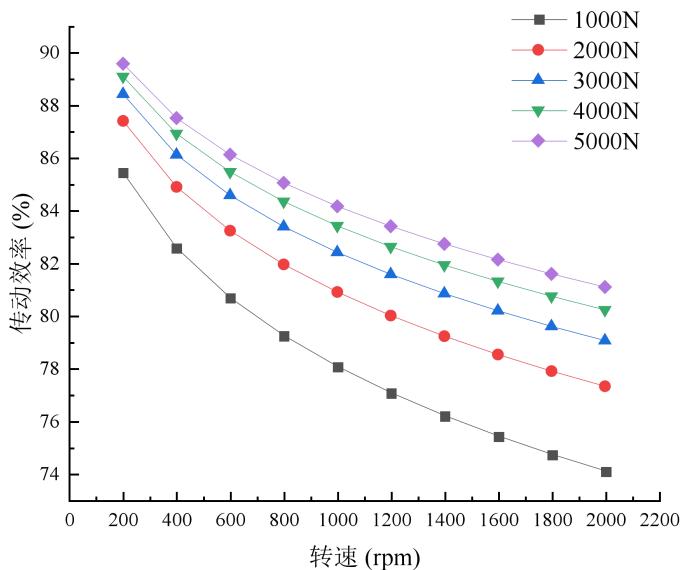


图 4.13 不同轴向负载不同转速下的行星滚柱丝杠副传动效率

由图 4.13 可知，相同轴向负载下，随着转速的增加，行星滚柱丝杠副的传动效率逐渐下降；相同转速下，随着轴向负载的增加，传动效率上升。轴向负载越大，传动效率随转速下降产生的变动越小，说明轴向负载越大，越抑制转速对传动效率的影响。这是因为轴向负载越大，产生的摩擦力矩相对整个输入扭矩的占比约小，即摩擦力矩随负载变化的增量与总输入扭矩变化的增量之比越来越小。这里转速对和传动效率的影响原理与作用和滚珠丝杠副的一致。

(2) 工艺误差对传动效率的影响

根据式，螺距误差影响滚柱上各螺纹牙的载荷 Q_i 的分布情况，根据式和，法向接触载荷 Q_i 影响椭圆长半轴 a 、短半轴 b 以及表面接触应力 $p(x,y)$ ，进而通过式、、和来影响接触表面的润滑剂粘度、最小油膜厚度 h_{min} 、膜厚比 Λ 和剪应力 τ ，从而通过式影响到摩擦系数，最终影响到传动效率。

将负载设定为 500N 和 2000N，转速设定为 200rpm 到 2000rpm，分别计算螺距误差为 $-0.5\mu\text{m}$ 、 $0\mu\text{m}$ 和 $0.5\mu\text{m}$ 时行星滚柱丝杠副的传动效率。

由图 4.14 可知，相同轴向负载下，负螺距误差的传动效率略微大于正螺距误差的传动效率，并且随着负载的增加，相邻螺距误差带来的传动效率变动值增大。这是因为螺距误差影响行星滚柱丝杠副的接触刚度和接触状态，使滚柱上各螺纹牙法向接触载荷的分布情况发生变化，进而影响到接触面的摩擦润滑情况，同时螺距误差使导程角发生变化，最终使传动效率发生变化。

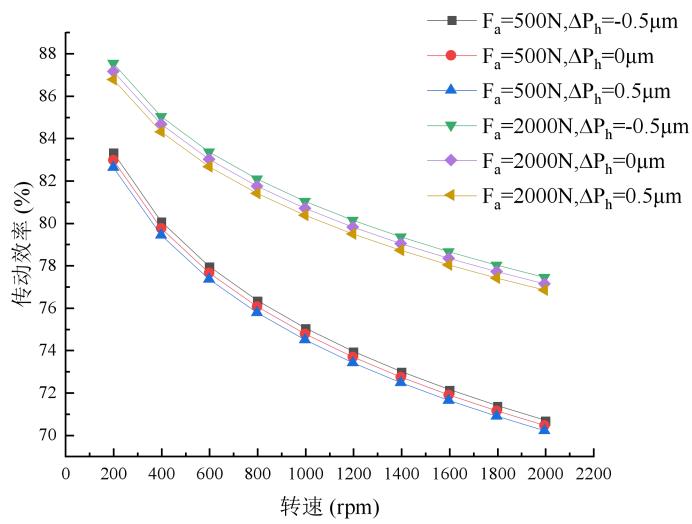


图 4.14 不同轴向负载和螺距误差下的传动效率

(3) 润滑剂粘度对传动效率的影响

行星滚柱丝杠副粘度影响传动效率的原理与滚珠丝杠副相同。将润滑剂粘度设定为 $0.05\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、 $0.1\text{Pa}\cdot\text{s}$ 和 $0.2\text{Pa}\cdot\text{s}$ ，计算不同润滑剂粘度条件下的传动效率。

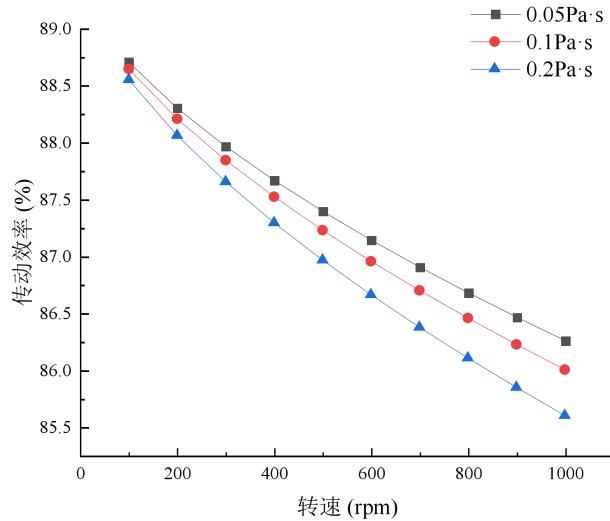


图 4.15 不同润滑剂粘度的传动效率

如图 4.15 所示，随着润滑剂粘度的增加，传动效率逐渐，并且粘度越高，传动效率下降的程度越大，道理和滚珠丝杠副传动效率相同。

4.5 本章小结

本章通过弹流润滑理论计算分析了接触面上润滑油粘度和润滑油膜厚度分布情况，使用润滑脂基础油的润滑参数来分析不同工况下的摩擦润滑情况，得到了滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的摩擦系数、摩擦力矩模型。分析了滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副传动

效率的传统数学模型，指出了传统模型的局限性，针对这些局限性，将得到的摩擦力矩模型与第二章与第三章得到的滚珠丝杠副及行星滚柱丝杠副的承载与运动情况相结合，建立了二者的传动效率新模型。将新模型与传统模型计算进行了对比分析，并分析了不同轴向负载、转速、工艺误差及粘度对传动效率的影响情况。

5 精密滚珠(柱)丝杠副传动效率试验研究

5.1 试验设备

本课题使用传动效率试验台来开展滚珠丝杠副及行星滚柱丝杠副的效率试验，并验证得到的传动效率模型的有效性与合理性。滚珠丝杠副传动效率试验台用于开展丝杠副传动效率测试与研究，有旋转电机驱动、直线电机加载和直线电机驱动、旋转电机加载两种方式，可以测量丝杠副正传动和逆传动传动效率，通过实时检测输入扭矩、丝杠转速、直线进给速度和螺母轴向负载等参数来得到实时传动效率。

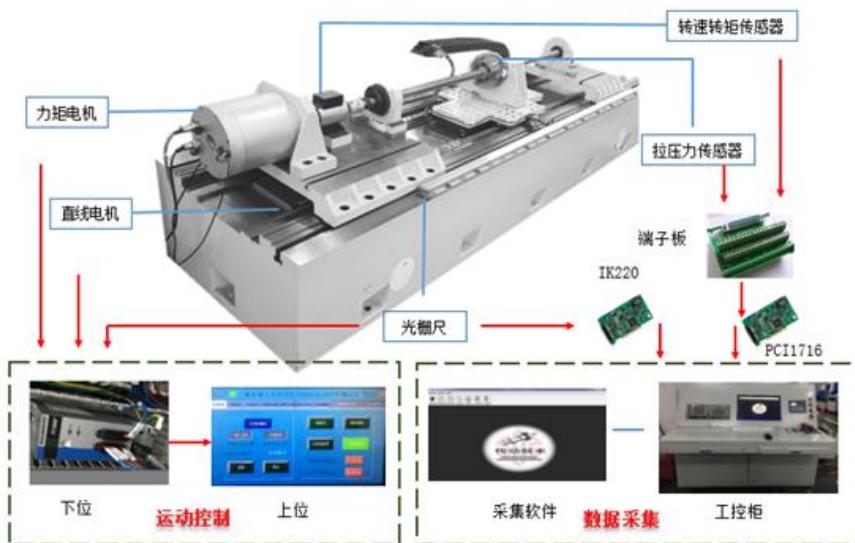


图 5.1 传动效率试验台

如图 5.1 所示，试验台包括机械系统、控制系统和测试系统三个部分。机械系统包括头架、工作台、尾架和床身，负责滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副、电机和传感器的安装与固定；控制系统包括旋转电机、直线电机、电机驱动器和电机控制器，实现丝杠不同工况下丝杠副正逆传动的控制；测试系统包括转矩转速传感器、光栅尺、轴向拉压力传感器和信号采集卡，负责实时测量转矩、转速、轴向载荷和直线进给速度等参数。

头架和尾架上安装轴承支承单元，丝杠副可采用两端固定的安装方式。正传动情况下，旋转电机通过联轴器和转矩转速传感器与丝杠伸出端连接，驱动丝杠正反向旋转；直线电机与工作台固连，通过工装限制丝杠螺母的转动，使丝杠螺母只能沿轴向运动，并能够给丝杠副提供负载。在试验过程中，测量的转矩转速等参数可通过如下公式转换成传动效率：

$$\eta = \frac{Fv}{M\omega} \quad (5.1)$$

5.2 试验方案设计

5.2.1 试验基本条件

试验温度：处于 $20 \pm 1^{\circ}\text{C}$ 。

安装方式：两端固定。

试验目的：开展滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率试验，通过测量样件在不同轴向负载和转速条件下的正传动效率值。

试验工况设置：

(1) 滚珠丝杠副

选择 1 根双螺母预紧滚珠丝杠副。轴向负载选择为 1000N 到 5000N，步长为 1000N；转速设定为 20~100prm (步长 20rpm)、100~200rpm (步长 25rpm)、200~1000rpm (步长 200rpm)；润滑剂选择温度 40°C 时运动粘度为 100mm/s^2 的润滑脂。

(2) 行星滚柱丝杠副

选择 1 根的行星滚柱丝杠副。轴向负载选择为 1000N 到 5000N，步长为 1000N；转速设定为 20~100rpm (步长 20rpm)、200~1000rpm (步长 200rpm)；润滑剂选择温度为 40°C 时基础油运动粘度为 100mm/s^2 的润滑脂。



图 5.2.a 滚珠丝杠副样件



图 5.2.b 行星滚柱丝杠副样件

5.2.2 试验流程

第一步：将样件（滚珠丝杠副或行星滚柱丝杠副）在恒定温度下静置 2h，目的是为了使样件各部分温度平衡，防止影响下一步测量工艺误差。

第二步：测量样件的导程误差和中径误差。

第三步：将样件安装在试验台上，两端固定，填充润滑脂并跑合。

第四步：进行试验。选择一种工况，在固定行程下，一个往复运动中测量的匀速阶段的正行程和反行程传动效率数据即为一组数据，同一种工况下测量三组以上数据，多组数据取平均值作为该工况下样件的传动效率数值，然后选择下一种工况进行试验。

第五步：测完一根样件的传动效率后，换上另一根样件，重复第三步和第四步，直到完成试验。

5.3 传动效率试验数据

传动效率试验测得的数据是将试验台这个伺服系统的传动效率数值，而非滚珠丝杠副或行星滚柱丝杠副的传动效率数值，因此测量的输入扭矩包含了联轴器和样件两端滚动轴承组的摩擦力矩。

5.3.1 滚珠丝杠副试验数据

表 5.1 是被测丝杠副的具体参数。

表 5.1 4010 型双螺母预紧滚珠丝杠副参数

参数	代号	数值	单位
公称直径	d_m	40	mm
滚珠直径	D_w	5.953	mm
适应比	f_{rs}, f_m	0.555	/
导程	P_h	10	mm
导程角	λ	4.55	°
初始接触角	α_0	45	°
滚珠数	N	63	/
泊松比	σ	0.3	/
弹性模量	E	2.07×10^5	MPa
预紧力	F_p	4000	N
平均导程误差	ΔP_h	-0.3	μm
平均中径误差	Δd_m	-6	μm
样本量	k	1	/

表 5.2 是该双螺母预紧滚珠丝杠副添加 40°C 时运动粘度为 100mm/s² 的润滑脂在轴向负载为 3000N 时记录的原始数据，试验前测得丝杠副的平均导程误差为 -0.3 μm，平均中径误差为 -6 μm。每组数据都是一次往复运动过程中匀速阶段的传动效率值，记录三组数据，得到三次正行程传动效率平均值、三次反行程传动效率平均值以及将各组数据正反行程取平均得到的传动效率平均值。

表 5.2 3000N 时传动效率数据

转速 (rpm)	第一组		第二组		第三组		正行程 平均 (%)	反行程 平均 (%)	平均值 (%)
	正行程 (%)	反行程 (%)	正行程 (%)	反行程 (%)	正行程 (%)	反行程 (%)			
20	79.72	81.29	79.45	81.18	79.49	80.44	79.55	80.97	80.26
40	78.28	79.26	79.86	80.04	79.35	80.12	79.16	79.81	79.49
60	78.74	81.05	80.06	80.94	79.90	80.77	79.57	80.92	80.24
80	78.52	79.92	78.79	80.26	78.73	79.88	78.68	80.02	79.35
100	79.00	79.71	78.21	79.58	77.91	79.84	78.37	79.71	79.04
125	77.99	78.95	77.67	79.10	77.75	78.56	77.80	78.87	78.34
150	77.02	77.99	76.87	78.16	77.25	78.90	77.05	78.35	77.70
175	76.19	77.42	76.27	77.25	76.59	77.39	76.35	77.35	76.85
200	76.43	76.84	75.87	76.86	75.94	76.07	76.04	76.59	76.34
400	73.74	76.74	73.91	76.68	73.88	76.73	73.84	76.72	75.28
600	71.80	75.38	72.28	75.55	72.12	75.79	72.07	75.57	73.82
800	70.70	74.49	70.47	74.84	70.88	74.66	70.68	74.66	72.67
1000	69.66	73.72	69.06	73.19	69.26	73.56	69.34	73.49	71.41
1250	68.33	71.29	67.55	72.45	68.44	71.71	68.11	71.82	69.96
1500	67.22	71.54	67.72	71.13	67.06	71.32	67.33	71.33	69.33

可以看到,在恒定的轴向负载下,随着转速的增加,传动效率逐渐下降。在 20~80rpm 时传动效率数值会出现波动,在 60rpm 时传动效率数值出现略微上升,而非单调递减;在 80rpm~1500rpm 时,传动效率出现单调递减趋势,并且在相同的转速间隔内,低转速下传动效率下降的变动量更高,即传动效率下降更快,而随着转速的增加,传动效率下降速率变缓。

在 20rpm~1500rpm 范围内,正行程传动效率最高为 79.57%,对应转速是 60rpm,最低为 67.33%,对应转速是 1500rpm,极差为 12.24%;反行程传动效率最高为 80.97%,对应转速为 20rpm,最低为 71.33%,对应转速为 1500rpm,极差为 9.64%;传动效率平均值最高为 80.26%,对应转速为 20rpm,最低为 69.33%,对应转速为 1500rpm,极差为 10.93%。经计算,正行程传动效率的标准偏差最大值为 0.8064,反行程最大标准偏差为 0.4839。正反行程传动效率数值表现出差异是因为滚珠丝杠副的滚道加工存在误差,使双向器的回珠曲线不能中心对称,导致滚珠丝杠副在正行程和反行程的受载情况和运动情况存在差异。

4010 型双螺母预紧滚珠丝杠副的传动效率数据如表 5.3 所示。

表 5.3 双螺母预紧滚珠丝杠副传动效率试验数据

转速(rpm)\负载(N)	1000	2000	3000	4000	5000
20	59.35	74.45	80.26	81.78	84.97
40	59.43	74.13	79.49	79.91	84.74
60	59.43	74.22	80.24	79.82	84.45
80	58.74	73.58	79.35	80.64	84.40
100	58.22	73.12	79.04	80.74	83.96
125	57.26	72.58	78.34	80.57	83.65
150	56.20	71.81	77.70	79.91	82.97
175	55.18	70.97	76.85	79.53	82.32
200	54.55	69.42	76.34	78.91	81.46
400	50.65	66.91	75.28	78.89	81.17
600	48.22	64.78	73.82	77.60	80.05
800	46.30	63.11	72.67	76.59	79.44
1000	44.72	62.02	71.41	75.46	78.92
1250	43.10	60.86	69.96	74.95	78.11
1500	41.98	60.07	69.33	74.86	78.22

5.3.2 行星滚柱丝杠副试验数据

对标准式行星滚柱丝杠副进行传动效率测试, 测试方法与双螺母预紧滚珠丝杠副相同, 样件具体参数如表 5.4 所示。行星滚柱丝杠副的螺距误差为 $-0.6\mu\text{m}$ 。

表 5.4 行星滚柱丝杠副参数

参数	代号	数值	单位
丝杠中径	d_{s0}	27	mm
螺距	P_h	2	mm
螺纹头数	n	5	/
导程	L	10	mm
导程角	λ	6.77	°
螺纹牙承载数	Z	20	/
滚柱数	N	11	/
接触角	α	45	°
精度等级	f_a	5	/
泊松比	σ	0.3	/
弹性模量	E	2.11×10^5	MPa
平均螺距误差	$\overline{\Delta P_h}$	-0.6	μm
样本量	k	1	/

将丝杠副的传动效率取平均得到行星滚柱丝杠副的传动效率, 试验数据如表 5.5 所

示。

表 5.5 行星滚柱丝杠副传动效率试验数据

转速 (rpm) \ 负载 (N)	1000	2000	3000	4000	5000
20	55.27	67.95	68.15	70.71	71.55
40	55.39	66.50	67.90	69.56	70.54
60	56.56	64.11	67.68	69.50	70.29
80	55.21	63.52	67.38	68.00	70.00
100	54.20	63.00	66.59	67.90	69.35
200	52.70	61.37	64.91	66.73	68.17
400	48.76	58.42	62.67	65.43	67.18
600	46.39	56.93	61.72	65.28	67.18
800	44.57	55.87	61.41	64.99	66.17
1000	43.91	55.54	61.48	64.45	66.64

5.4 传动效率模型验证与对比分析

5.4.1 滚珠丝杠副传动效率模型验证与对比分析

本节通过将传动效率试验数据与新模型计算数据和 Lin 模型计算数据进行对比, 以验证本课题建立的新的滚珠丝杠副传动效率模型的有效性与合理性。

表 5.6 滚珠丝杠副传动效率新模型计算数据 (%)

转速(rpm) \ 负载(N)	1000	2000	3000	4000	5000
20	59.90	73.29	80.31	82.37	85.81
40	61.03	74.06	80.85	82.73	85.99
60	61.23	74.15	80.85	82.64	85.68
80	61.03	73.95	80.65	82.39	85.46
100	60.64	73.63	80.34	82.06	85.09
125	60.03	73.12	79.89	81.61	84.79
150	59.35	72.58	79.40	81.13	84.66
175	58.66	72.01	78.92	80.66	84.51
200	57.97	71.46	78.43	80.2	84.14
400	52.89	67.34	74.89	78.95	82.81
600	49.85	64.74	72.61	77.84	81.63
800	47.67	62.81	70.90	76.24	80.61
1000	45.98	61.28	69.52	74.94	79.5
1250	44.30	59.71	68.09	73.6	78.56
1500	42.92	58.40	67.80	72.47	77.5

表 5.7 Lin 模型双螺母预紧滚珠丝杠副传动效率计算数据 (%)

转速 (rpm) \ 负载 (N)	1000	2000	3000	4000	5000
20	80.52	86.15	87.92	88.66	89.00
40	80.42	86.09	87.88	88.63	88.98
60	80.34	86.05	87.84	88.61	88.96
80	80.26	86.00	87.82	88.58	88.94
100	80.20	85.97	87.79	88.56	88.93
125	80.12	85.92	87.76	88.54	88.91
150	80.04	85.88	87.73	88.52	88.89
175	79.98	85.84	87.70	88.50	88.87
200	79.91	85.80	87.67	88.48	88.85
400	79.46	85.54	87.49	88.34	88.74
600	79.08	85.32	87.34	88.22	88.65
800	78.75	85.13	87.20	88.12	88.56
1000	78.45	84.95	87.08	88.02	88.49
1250	78.10	84.75	86.94	87.91	88.40
1500	77.78	84.56	86.80	87.81	88.32

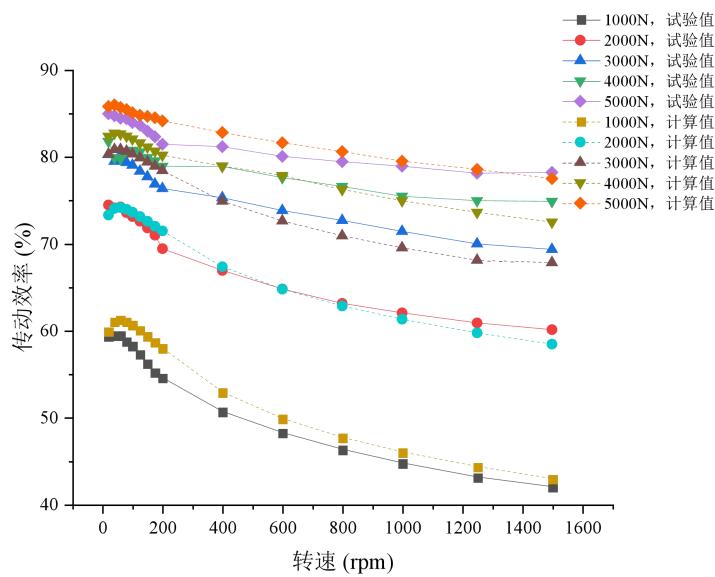


图 5.3 滚珠丝杠副新模型计算数据与试验数据对比情况

根据表 5.6 和图 5.3 将新模型计算数据与试验数据进行对比。如图所示，试验数据与计算数据具有相近的变化趋势，说明该模型计算准确度较高；而在低速到中速阶段，计算得到的传动效率数据高于试验数据，且上升幅度比试验数据明显，中速到高速阶段，计算得到的传动效率数据下降幅度较大，这可能是因为使用润滑脂基础油的润滑特性来分析和计算脂润滑情况下的传动效率，润滑脂基础油的润滑参数不能完全反映润滑脂的润滑特性，通常脂润滑的 stribeck 曲线较其基础油的曲线更加平缓，因此计算数据与试

验数据存在这种差异。

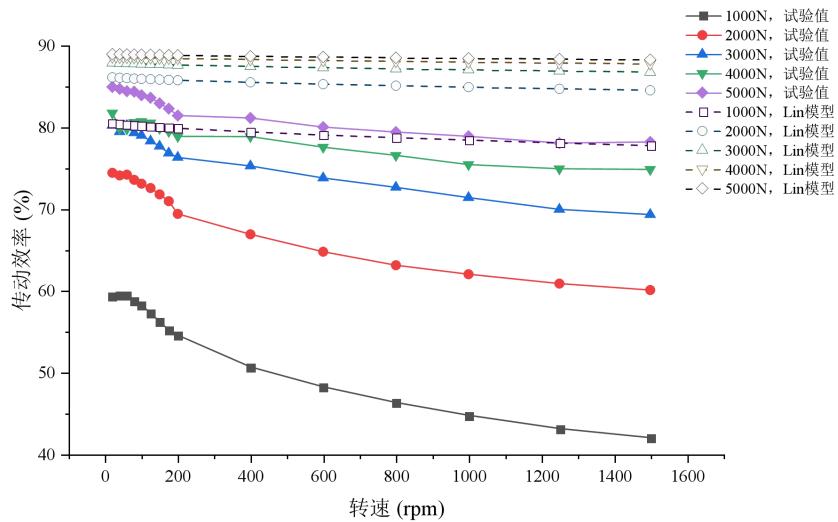


图 5.4 滚珠丝杠副传动效率 Lin 模型计算数据与试验数据对比情况

根据表 5.7 和图 5.4 将 Lin 模型计算数据与试验数据进行对比。可以看出，相同工况下，Lin 模型得到的传动效率数据远高于试验数据；随着转速增加，Lin 模型数据和试验数据都在下降，但 Lin 模型传动效率数据下降的幅度很小。可以看出，使用 Lin 模型得到的双螺母预紧滚珠丝杠副传动效率与试验数据差异很大。

表 5.8 新旧模型计算数据与试验数据的相对误差 (%)

转速 (rpm)	新模型					旧模型				
	1000N	2000N	3000N	4000N	5000N	1000N	2000N	3000N	4000N	5000N
20	0.93	-1.56	0.06	0.72	0.99	34.42	17.55	9.48	3.85	4.29
40	2.69	-0.09	1.71	3.53	1.48	31.77	16.24	8.70	3.38	3.78
60	3.03	-0.09	0.76	3.53	1.46	31.21	16.05	8.65	3.47	3.54
80	3.90	0.50	1.64	2.17	1.26	31.51	16.29	8.89	3.74	3.45
100	4.16	0.70	1.64	1.63	1.35	32.26	16.76	9.27	4.11	3.46
125	4.84	0.74	1.98	1.29	1.36	33.47	17.51	9.85	4.64	3.50
150	5.60	1.07	2.19	1.53	2.04	34.86	18.32	10.49	5.22	3.61
175	6.31	1.47	2.69	1.42	2.66	36.35	19.21	11.13	5.79	3.75
200	6.27	2.94	2.74	1.63	3.29	37.85	20.07	11.78	6.35	3.91
400	4.42	0.64	-0.52	0.08	2.02	50.24	27.03	16.82	10.49	5.47
600	3.38	-0.06	-1.64	0.31	1.97	58.64	31.79	20.29	13.34	7.05
800	2.96	-0.48	-2.44	-0.46	1.47	65.20	35.54	22.99	15.58	8.49
1000	2.82	-1.19	-2.65	-0.69	0.73	70.62	38.63	25.26	17.45	9.78
1250	2.78	-1.89	-2.67	-1.80	0.58	76.30	41.94	27.68	19.44	11.19
1500	2.24	-2.78	-2.21	-3.19	-0.92	81.22	44.79	28.02	21.17	12.42

由表 5.8 可知，在相同工况下，新模型计算数据与试验数据的差异远小于 Lin 模型

计算数据与试验数据的差异;当轴向负载及转速变化时,新模型传动效率计算数据变化趋势与试验数据变化趋势基本一致,表现出相近的变化规律,而Lin模型不能反映轴向负载和转速对传动效率的影响。因此,新模型相比Lin模型更具有合理性和有效性。

5.4.2 行星滚柱丝杠副传动效率模型验证与对比分析

表 5.9 是行星滚柱丝杠副传动效率新模型计算数据,表 5.10 是斜面模型计算数据。

表 5.9 行星滚柱丝杠副传动效率新模型计算数据

转速(rpm)\负载(N)	1000	2000	3000	4000	5000
20	54.84	67.09	69.36	70.25	70.78
40	53.77	65.62	67.81	68.93	69.66
60	53.05	64.67	66.88	68.20	69.08
80	52.5	63.96	66.21	67.70	68.7
100	52.04	63.39	65.69	67.33	68.43
200	50.43	61.49	64.09	66.29	67.7
400	48.56	59.43	62.55	65.40	67.14
600	47.32	58.16	61.69	64.94	66.87
800	46.38	57.24	61.1	64.65	66.69
1000	45.62	56.51	60.65	64.42	66.55

表 5.10 行星滚柱丝杠副传动效率斜面模型计算数据

转速 (rpm)\负载 (N)	1000	2000	3000	4000	5000
20	86.7045	86.7032	86.7022	86.7013	86.7006
40	86.7043	86.7031	86.7021	86.7013	86.7006
60	86.7041	86.7030	86.7020	86.7012	86.7006
80	86.7039	86.7029	86.7020	86.7012	86.7005
100	86.7037	86.7028	86.7019	86.7012	86.7005
200	86.7031	86.7025	86.7017	86.7010	86.7004
400	86.7020	86.7019	86.7013	86.7007	86.7001
600	86.7011	86.7015	86.7010	86.7005	86.7000
800	86.7003	86.7011	86.7008	86.7003	86.6998
1000	86.6996	86.7007	86.7005	86.7001	86.6997

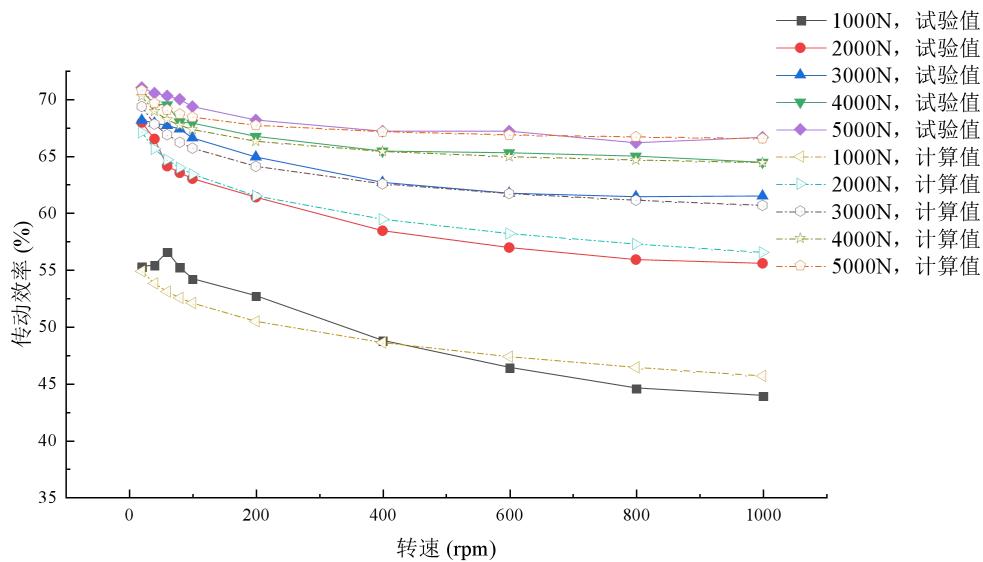


图 5.5 行星滚柱丝杠副传动效率新模型计算数据与试验数据的对比情况

将新模型计算数据和试验数据绘制成图 5.5。由表 5.9 和图 5.5 可知，新模型计算数据的变化趋势和试验数据大体一致，并且计算数据和试验数据的相对差值最大为 6.31%，因此新的行星滚柱丝杠副传动效率模型具有比较良好的有效性和合理性。可以看出，新模型在低轴向负载时与试验数据具有较大差异；随着轴向负载的增加，低转速下传动效率计算数据随转速变化下降较快。油润滑与脂润滑存在着不同，而试验数据与计算数据的差异可能是因为使用基础油的弹流润滑特性来代替润滑脂流变特性进行分析计算导致的。

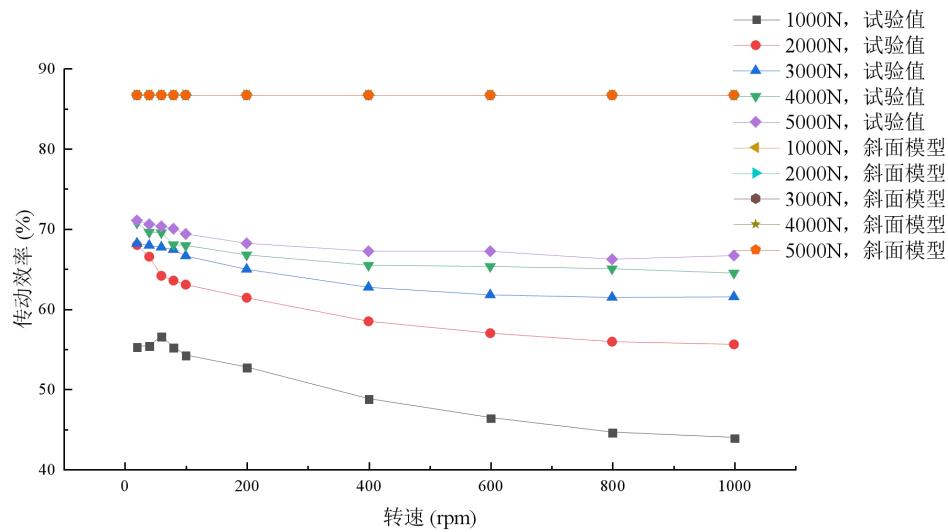


图 5.6 行星滚柱丝杠副传动效率斜面模型计算数据与试验数据的对比情况

图 5.6 是斜面模型计算数据与试验数据的对比情况，可以看出，相同工况下，斜面模型计算数据远高于试验数据；随着轴向负载增加，试验数据明显上升，而斜面模型计算数据未发生明显改变；随着转速增加，试验数据出现先上升后下降的趋势或直接下降

的趋势，而斜面模型计算数据未发生明显改变。这是因为斜面模型不考虑丝杠副的承载情况和运动情况，并且其当量摩擦系数不随轴向负载和转速的变化而变化，所以斜面模型不能反映不同工况对传动效率的影响。

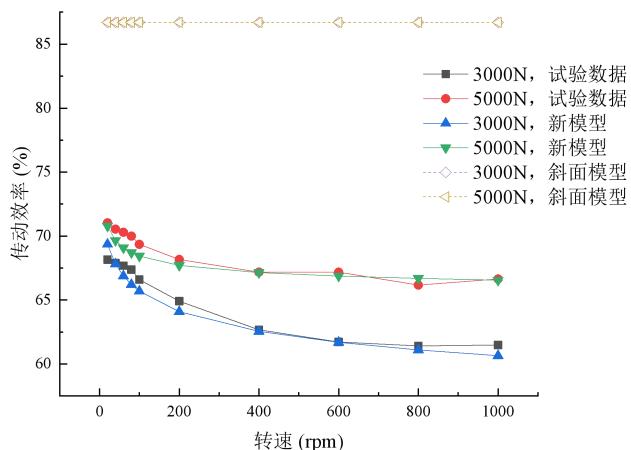


图 5.7 试验数据、新模型和斜面模型的对比情况

由图 5.7 可以看出，新模型计算数据能够更好地贴合试验数据，而斜面模型计算数据与试验数据之间存在很大的差异；新模型能很好地反映不同轴向负载和转速对传动效率的影响，而斜面模型不能。因此，新模型相比斜面模型更具有合理性和有效性。

5.5 传动效率试验数据分析

5.5.1 滚珠丝杠副试验数据分析

将得到的传动效率试验数据整理成图 5.8，可以得到不同轴向负载和转速条件下的传动效率变化曲线。

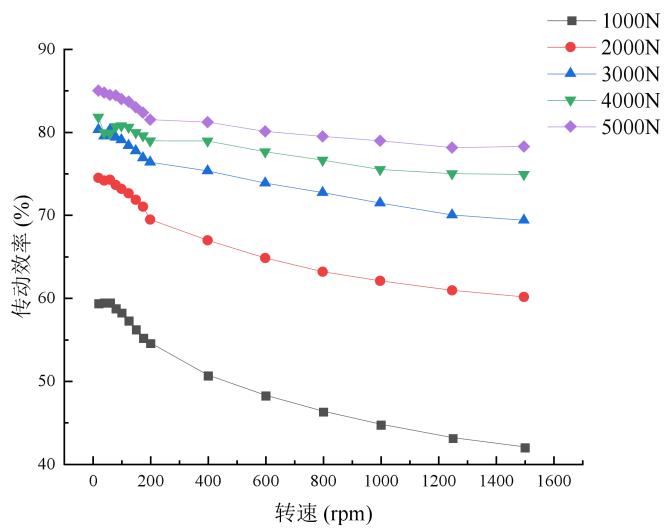


图 5.8 不同转速下 4010 型双螺母滚珠丝杠副传动效率

如图 5.8 所示, 双螺母预紧滚珠丝杠副的传动效率随转速增加而产生比较复杂的变化: 低速阶段传动效率出现上升趋势然后迅速下降, 随着转速的增加, 传动效率下降速率减缓。这是因为不同转速下滚珠丝杠副具有不同的摩擦润滑特性: 低速阶段, 滚珠与丝杠滚道及螺母滚道之间的接触面上润滑脂不易形成油膜, 接触面上只有小部分被润滑油脂分隔开, 其余大部分是两接触体的粗糙表面直接接触, 因此摩擦系数较高, 而随着转速的增加, 润滑油膜逐渐加厚, 使粗糙表面直接接触的面积占比降低, 从而使摩擦系数下降, 导致传动效率有所提升, 当转速上升至润滑油膜将两接触表面绝大部分分隔开后, 影响接触面上摩擦系数的主导因素是润滑油膜产生的摩擦内应力, 而随着转速增加, 润滑油膜产生的摩擦力越大, 同时丝杠两端的滚动轴承组产生的摩擦力矩也随转速上升而增加, 因此导致传动效率出现下降情况。

可以看到, 在轴向负载较低时, 低速阶段传动效率由明显的先上升后下降的趋势, 而随着轴向负载增加, 这个趋势越来越不明显, 这是因为轴向负载越高, 形成相同厚度的油膜所需要的转速越低, 因此传动效率最大值对应的转速越低, 同时由于轴向负载越高, 摩擦力矩在总输入力矩中占比越低, 则由转速变化而形成的传动效率先上升后下降的趋势越来越不明显, 因此轴向负载能够抑制传动效率因润滑状态改变而上升的趋势。

当负载为 1000N 时, 传动效率最高值和最低值的差值为 17.45%; 负载为 2000N 时, 差值为 14.38%; 负载为 3000N 时, 差值为 10.93%; 负载为 4000N 时, 差值为 6.92%; 负载为 5000N 时, 差值为 6.86%。可见, 随着负载的增加, 传动效率极差值下降, 即轴向负载能够抑制转速对传动效率的影响。

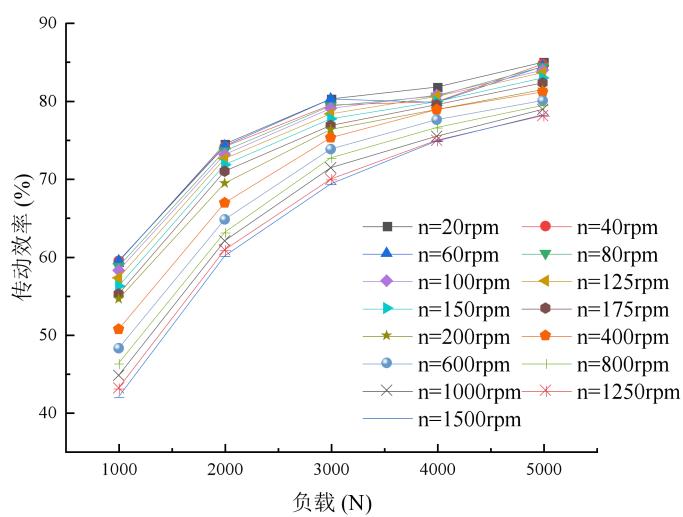


图 5.9 不同轴向负载下 4010 型双螺母滚珠丝杠副传动效率

将传动效率试验数据绘制成图 5.9, 如图所示, 随着轴向负载增加, 传动效率逐渐上升, 并且传动效率上升速率减缓, 直至趋近某一定值; 相同轴向负载下, 随着转速的提升, 传动效率下降, 并且转速越高, 低轴向负载时传动效率越低, 而随着轴向负载的

增加,低转速时传动效率与高转速时传动效率的差异越小。传动效率随轴向负载增加而上升的原因是:轴向负载越大,滚珠与丝杠滚道及螺母滚道接触产生的法向接触载荷和接触角越大,产生的有效力矩越大(滚珠与丝杠之间法向接触载荷产生的承载力矩),而接触面上的接触应力越大,导致润滑油膜的粘度越高,则形成的润滑油膜更厚,能够更好地隔开两接触面,接触面上的摩擦系数更小,这两方面导致传动效率上升。因此,在低负载情况下,有效力矩很小,而由转速影响的摩擦力矩在总输入力矩中占比很大,因此轴向负载较低时,传动效率受转速影响较重,而随着轴向负载的增加,受转速影响的摩擦力矩在总输入力矩中占比下降,转速对传动效率的影响也随之减轻。

同理,在高转速情况下,摩擦力矩较大,摩擦力矩在总输入力矩中占比较大,低轴向负载时传动效率较低,高负载时传动效率与低转速传动效率差异较小,因此传动效率受到轴向负载影响较大,如表 5.11 所示,转速越高,传动效率受到传动负载的影响更大。

表 5.11 滚珠丝杠副传动效率随转速变化的极差值

转速(rpm)	传动效率最大值(%)	传动效率最小值(%)	极差(%)
20	84.97	59.35	25.63
40	84.74	59.43	25.31
60	84.45	59.43	25.02
80	84.40	58.74	25.66
100	83.96	58.22	25.74
125	83.65	57.26	26.40
150	82.97	56.20	26.77
175	82.32	55.18	27.14
200	81.46	54.55	26.92
400	81.17	50.65	30.15
600	80.05	48.22	31.84
800	79.44	46.30	33.14
1000	78.92	44.72	34.20
1250	78.11	43.10	35.01
1500	78.22	41.98	36.24

5.5.2 行星滚柱丝杠副试验数据分析

将传动效率试验数据绘制成图 5.10,由图可知,相同轴向负载下,行星滚柱丝杠副的传动效率随转速提升而呈现出下降趋势;在相同转速下,随着轴向负载的增加,传动效率上升。可以看出,在轴向负载为 1000N 时,传动效率出现先上升后下降的趋势,而随着轴向负载的增加,这种趋势越来越不明显。在转速为 20~200rpm 这个阶段,传动效率下降的幅度很大,而到 200~1000rpm 这个阶段时,传动效率下降的速率变缓,并且可以看出,轴向负载越高,传动效率下降越慢,甚至在轴向负载为 4000N 和 5000N 时,传动效率达到稳定。因此,轴向负载越高,转速对传动效率的影响越小,这也符合滚珠

丝杠副的传动效率变化规律。

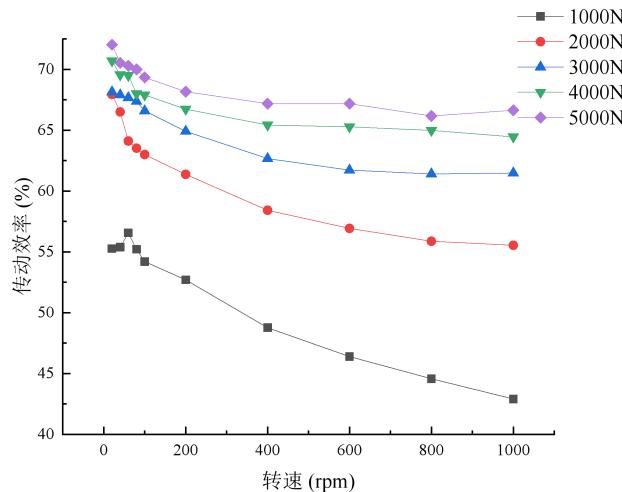


图 5.10 标准式行星滚柱丝杠副传动效率试验数据

可以认为，在低转速时，行星滚柱丝杠副的滚柱螺纹牙与丝杠螺纹啮合接触，两者之间存在相对滑动，主要是由接触表面的粗糙形貌产生摩擦，而低转速情况下，润滑剂难以形成油膜，从而难以降低这种粗糙表面产生的摩擦，而随着转速增加，接触面上逐渐形成的润滑油膜能够有效降低表面摩擦，因此能够使传动效率提升。当转速到达某个阶段时，接触表面的摩擦系数降至最低，再提升转速，则粘滞摩擦开始影响传动效率。这和滚珠丝杠副传动效率随转速变化的原因基本类似。

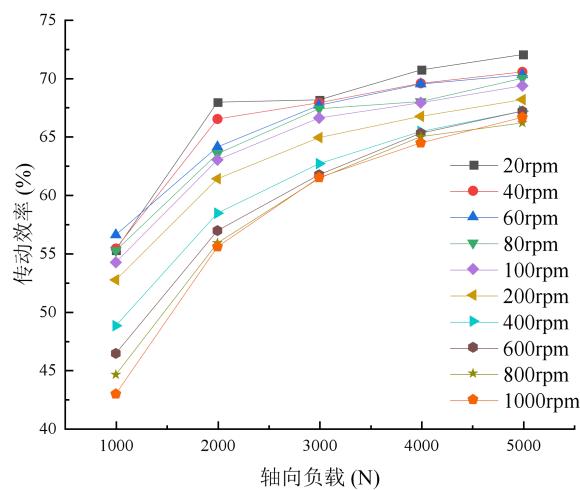


图 5.11 不同轴向负载下的标准式行星滚柱丝杠副传动效率

如图 5.11 所示，行星滚柱丝杠副的传动效率随着轴向负载的增加而增加，在相同轴向负载下，转速越高，传动效率越低。可以看出，随着轴向负载的增加，传动效率上升速率减缓，而当轴向负载达到 4000N 或 5000N 时，传动效率接近稳定。在低轴向负载的情况下，不同转速的传动效率差异很大，而这种差异随着轴向负载的增加逐渐减小。

行星滚柱丝杠副传动效率随轴向负载产生变化的趋势与滚珠丝杠副基本类似，其原理也是一样，这里不再多加赘述。

表 5.12 行星滚柱丝杠副传动效率随转速变化的极差值

转速(rpm)	传动效率最大值(%)	传动效率最小值(%)	极差(%)
20	71.55	55.27	16.28
40	70.54	55.39	15.15
60	70.29	56.56	13.73
80	70	55.21	14.79
100	69.35	54.2	15.15
200	68.17	52.7	15.47
400	67.18	48.76	18.42
600	67.18	46.39	20.79
800	66.17	44.57	21.6
1000	66.64	43.91	22.73

由表 5.12 可以看到，同一转速下，传动效率最大值为轴向负载 5000N 时的试验数据，最小值为轴向负载 1000N 时的试验数据，而随着转速的增加，传动效率极差值出现增大的趋势，因此可以认为，高转速下的传动效率受到传动负载的影响更大，这与滚珠丝杠副的情况一致。

5.6 本章小结

本章介绍了传动效率试验台，设计了滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率试验方案，得到不同轴向负载、转速情况下的传动效率数据，将滚珠丝杠副及行星滚柱丝杠副的新模型计算数据与试验数据进行对比以验证新模型，并将试验数据、新模型计算数据及传统模型计算数据进行对比分析，从而证明传统模型的局限性以及新模型的有效性与合理性。最终分析了传动效率随轴向负载和转速的变化规律。

6 总结

6.1 论文的研究成果

本课题对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载和传动效率展开理论与试验研究。对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载与运动情况进行了分析，使用弹流润滑理论对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的摩擦润滑情况进行了研究，得到了不同工况下的摩擦系数和摩擦力矩模型，针对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副传动效率传统数学模型的局限性，将丝杠副的承载运动情况与摩擦力矩模型结合起来，建立了更符合实际情况的传动效率模型，将试验数据、新模型计算数据和传统模型计算数据进行对比和分析，从而验证了本课题建立的传动效率新模型的有效性和合理性，最终通过试验研究得到了传动效率变化规律，为滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的设计、生产制造、使用和改进提供了理论基础和试验依据。本课题的研究内容总结如下：

（1）对滚珠丝杠副的承载和运动情况进行了研究

在传统的滚珠丝杠副载荷分布模型中加入了导程误差和中径误差，建立起更符合实际情况的滚珠丝杠副承载模型；分析了轴向负载、导程误差、中径误差、导程误差与中径误差耦合、轴向误差与两种工艺误差耦合对滚珠丝杠副各滚珠的法向接触载荷及接触角分布的影响；将导程误差和中径误差带入到运动关系的分析中，最终得到滚珠丝杠副的承载与运动情况。

（2）对行星滚柱丝杠副的承载和运动情况进行了研究

在传统的行星滚柱丝杠副载荷分布模型中加入了螺距误差，建立起更符合实际情况的行星滚柱丝杠副承载模型；分析了轴向负载、螺距误差、轴向负载与螺距误差耦合对行星滚柱丝杠副滚柱上各螺纹牙的法向接触载荷及赫兹接触变形量的影响；最终得到了行星滚柱丝杠副的承载与运动情况。

（3）对滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的摩擦润滑状态进行了研究并建立新的传动效率模型

得到滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载情况和接触情况后，分别求解二者的接触应力分布，并通过弹流润滑理论得到在该接触应力分布下的润滑剂粘度情况和润滑油膜厚度情况，根据不同负载不同转速下润滑状态的差异，分别得到低速和中高速时接触面上摩擦力的组成成分和求解方法，从而得到摩擦力、摩擦系数和摩擦力矩。针对传动效率传统数学模型的局限性，将得到的承载运动情况与摩擦力矩模型结合，从而建立了新的传动效率模型。将新模型与传统模型进行了对比，指出了新旧模型的差异，最终计算和分析了不同轴向负载、转速、工艺误差和润滑剂粘度对传动效率的影响。

（4）开展滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率试验并验证传动效率模型

设计滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率试验方案，使用传动效率试验台对

4010型双螺母预紧滚珠丝杠副和标准式行星滚柱丝杠副进行效率试验,得到了不同轴向负载和转速下传动效率数据。将试验数据、新模型计算数据与传统模型计算数据进行了对比,验证了新模型的有效性与合理性。最终分析了传动效率数据并总结了不同的轴向负载和转速下传动效率的变化规律。

6.2 创新点

本课题具有以下几个创新点:

(1)将考虑工艺误差的滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载与运动情况与摩擦力矩及传动效率结合起来

要研究符合实际情况的滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的传动效率模型,必须对传动过程中接触面上的摩擦润滑情况进行深入研究,则必须得到丝杠副承载与运动情况,而当前将摩擦系数、摩擦力矩及传动效率与丝杠副的承载与运动情况结合起来的研究较少,本课题为了更贴合实际,将工艺误差加入到承载与运动分析中,建立起滚珠丝杠副和行星滚柱丝杠副的承载模型,并建立起“工况与工艺误差—接触面摩擦润滑情况—传动效率模型”的逻辑链条与研究路线。

(2)使用弹流润滑理论对不同润滑状态下的丝杠副的摩擦系数、摩擦力矩和传动效率进行了理论研究和试验验证

当前很多研究对丝杠副的摩擦润滑情况研究较少,通常将摩擦系数视作常数而不分析不同工况、工艺误差下的摩擦润滑情况。本课题根据得到的考虑工艺误差的丝杠副承载与运动情况,进一步分析不同工况和工艺误差下接触面摩擦润滑情况,得到了低速和中高速时接触面摩擦润滑情况的变化规律,并以此得到丝杠副摩擦系数、摩擦力矩和传动效率的理论模型。最终通过试验验证得到的模型,并对试验数据进行了分析。

6.3 展望

本课题研究了精密螺旋传动的传动效率,建立起符合实际情况的承载与传动效率模型,但由于理论基础、试验条件及时间的限制,在以下几个方面存在不足之处:

(1)未能将丝杠副的安装误差、型面误差和所有工艺误差整合起来,整体分析各种误差对丝杠副的承载情况与运动情况的影响,因此在后续的研究中可以建立“工况与误差—接触面摩擦润滑情况—传动效率模型”的研究路线。

(2)本课题虽然将使用弹流润滑理论来进行分析,但由于使用润滑脂基础油的润滑参数来进行理论分析与计算,得到的理论计算结果与试验数据存在差异,应当是因为润滑脂基础油的润滑特性不能完全代表润滑脂的润滑特性,并且润滑脂在丝杠副传动过程中也存在“乏脂”情况,因此后续可以用润滑脂的润滑特性来得到考虑乏脂情况的传动效率模型,进行流变弹流润滑分析。

(3)本课题试验研究的样本量较少,且由于试验条件所限未能开展不同工艺误差和润滑剂特性情况的丝杠副传动效率试验,因此在后续的研究中应加大样本量以分析不同轴向负载、转速、误差和润滑剂特性情况下的丝杠副传动效率。

希望后续的研究能够解决上述问题。

参考文献

- [1] 梁锡昌, 蒋建东, 李润方, 陈小安. 特种螺旋传动机构的研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(10): 106-110.
- [2] 刘红艳. 滚珠螺母过行程故障分析及预防[J]. 金属加工(冷加工), 2016(5): 65-66.
- [3] 程光仁, 施祖康, 张超鹏. 滚珠丝杠螺旋传动设计基础[M]. 机械工业出版社, 1987.
- [4] Dominic S. Guevarra , Akira Kyusojinb , Hiromi Isobeb , Yoshiaki Kanekoc. Development of a new lapping method for high precision ball screw mechanism(1st report)-feasibility study of a prototyped lapping tool for automatic lapping process, Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, 25 (2001) 63–69.
- [5] 刘更, 马尚君, 佟瑞庭, 关栋. 行星滚柱丝杠副的新发展及关键技术[J]. 机械传动, 2012, 36(5) : 103—108.
- [6] Velinsky Steven A, Chu Baeksuk, Lasky Ty A. Kinematics and Efficiency Analysis of the Planetary Roller Screw Mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(1) : 1-8.
- [7] Shimada Naoki , Yoshioka Takashi , Ohishi Kiyoshi , Toshimasa , et al. Reliable force-sensor less contact detection method for ball screw mechanism drive cartesian robot[C], Industrial Electronics (ISIE), 2013, IEEE International Symposium on. IEEE, 2013:1-6.
- [8] Vicente D A, Hecker R L, Villegas F J, et al. Modeling and vibration mode analysis of a ball screw mechanism drive[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 58(1):257-265.
- [9] Rahman S M.A novel variable impedance compact compliant series elastic actuator for human-friendly soft robotics applications[C]. RO-MAN, 2012 IEEE. IEEE, 2012:19-24.
- [10] Ohushi Y , Andrude A D , Mller J , et al. Control System Modification of an Electromechanical Pulsatile Total Artificial Heart [J]. Artificial Organs, 1997, 21(12): 1308-1311.
- [11] Sasaki Y , Chikazawa G , Nogawa M , et al. Ex Vivo Evaluation of a Roller Screw Linear Muscle Actuator for an Implantable Ventricular Assist Device Using Trained and Untrained Latissimus Dorsi Muscles [J]. Artificial Organs, 1999, 23(3): 262-267.
- [12] Munn P. Roller Screw with Special Qualities; Proceedings of the 22nd International Machine Tool Design and Research Conference, Manchester, Engl, F, 1982 [C]. Univ of Manchester Inst of Sci and Technol, Dep of Mech Eng, Engl in assoc with Macmillan

Press Ltd.

- [13] Pajak, Marek. Machine Elements. To Innovative Production Presses via Roller Screw Planetary Drives [J]. Konstruktion, 2010, (1-2): 24-25.
- [14] LIN M C , Ravani B , Velinsky S A. Kinematics of the Ball screw mechanism Mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 1994, 116 (3): 849-855.
- [15] LIN M C, Ravani B, Velinsky S A. Design of the Ball Screw Mechanism for Optimal Efficiency[J]. Journal of Mechanical Design, 1994, 116 (3): 856-861.
- [16] WEI Chin-Chung , LIOU Wei-Lun , LAI Ruei-Syuan. Kinematical analyses and transmission efficiency of a preloaded ball screw mechanism operating at high rotational speeds[J]. Mechanism & Machine Theory, 2011, 46(7): 880-898.
- [17] WEI Chin-Chung, LIOU Wei-Lun, LAI Ruei-Syuan. Wear analysis of the offset type preloaded ball-screw operating at high speed[J]. Wear, 2012, 292-293: 111-123.
- [18] 张佐营. 高速滚珠丝杠副动力学性能分析及其实验研究[D]. 山东大学, 2008.
- [19] Zhen N, AN Q. Analysis of stress and fatigue life of ball screw mechanism with considering the dimension errors of balls[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018(137): 68-76.
- [20] 刘畅, 赵春雨, 韩彦龙, 等. 滚珠丝杠螺母副载荷分布的计算方法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2019, 40(12):1739-1743.
- [21] 周长光. 滚珠丝杠副预紧力衰退预测及试验研究[D]. 南京理工大学, 2018.
- [22] Mei X S, Masaomi T, Tao T, et al. Study on the load distribution of ball screws with errors[J]. Mechanism and machine theory, 2003, 38(11): 1257-1269.
- [23] 祖莉, 林炜国, 张鲁超, 欧屹, 王凯. 双螺母滚珠丝杠副导程误差和摩擦力矩关系研究[J]. 农业机械学报, 2021, 52(6):397-406.
- [24] 濮建荣. 行星滚柱丝杠副接触、摩擦与工作特性的理论与试验研究[D]. 南京理工大学, 2015.
- [25] 韦振兴. 行星滚柱丝杠副刚度及效率的分析与研究[D]. 华中科技大学, 2011.
- [26] 黄守县. 混合陶瓷行星滚柱丝杠副的定位精度及传动效率研究[D]. 燕山大学, 2019.
- [27] 周先辉, 孙友松, 张尔文. 基于有限元方法的传动螺纹螺牙轴向载荷分布规律分析 [J]. 机械设计与制造, 2008, (1): 16-18.
- [28] 马尚君, 刘更, 付晓军, 张文杰, 乔冠. 考虑误差的行星滚柱丝杠副滚柱承载分布 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2015, 47(7):98-102.
- [29] 马尚君, 李晓风, 刘更, 彭城, 郭辉. 误差-磨损-温度变化耦合的行星滚柱丝杠副载荷分布[J]. 西北工业大学学报, 2017, 35(4):655-660.

- [30] 张文杰. 行星滚柱丝杠副螺纹牙载荷分布计算模型与方法[D]. 西北工业大学, 2017.
- [31] 汪佳丽. 行星滚柱丝杠副传动特性的研究[D]. 华中科技大学, 2017.
- [32] 付晓军, 刘更, 马尚君, 佟瑞庭. 行星滚柱丝杠副螺旋曲面啮合机理研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(3):26-33.
- [33] 付晓军. 行星滚柱丝杠副啮合与运动特性的理论及实验研究[D]. 西北工业大学, 2018.
- [34] 程远. 行星滚柱丝杠副啮合运动与接触特性理论分析与研究[D]. 南京理工大学, 2018.
- [35] 魏进忠. 单螺帽双圈滚珠螺杆在预负荷及润滑作用条件下运动机制与机械性能的理论分析及实验印证[D]. 国立成功大学, 2003.
- [36] 徐楠楠. 双螺母预紧式滚珠丝杠副的摩擦及其磨损研究[D]. 东南大学, 2016.
- [37] 陈勇将, 汤文成, 干为民, 孟浩东. 基于蠕滑理论的精密滚珠丝杠副摩擦力研究[J]. 中国机械工程, 2016, 27(2):178-186.
- [38] 赵哲, 欧屹, 孟军虎, 冯虎田, 周长光. 考虑转速影响的滚珠丝杠副摩擦系数计算与试验研究[J]. 摩擦学学报, 2017, 37(6):784-790.
- [39] Zhou C G, Feng H T, Ou Y. A new model for predicting the mechanical efficiency of ball screws based on the empirical equations for the friction torque of rolling bearings[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2018, 10(9): 1-9.
- [40] Oh K J, Cao L, Chung S C. Explicit modeling and investigation of friction torques in double-nut ball screws for the precision design of ball screw mechanism feed drives [J]. Tribology International, 2019, 141:105841.
- [41] Cao L, Oh K J, Chung S C. Explicit precision friction torque model of ball screws in high speed operations[J]. Tribology International, 2019, 152:106573.
- [42] Hamrock BJ, Dowson D. Ball bearing lubrication: the elastohydrodynamics of elliptical contacts. New York: Wiley; 1981.
- [43] B A Carlo, J Giovanni, M Stefano, S Massimo. Investigation on the ball screws no-load drag torque in presence of lubrication through MBD simulations[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021(161):104328.
- [44] Otsuka J, Fukada and Osawa T. Fundamental Study of Planetary Screw-Structure and Apparent Coefficient of Friction[J]. Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering, 1987, 52(1): 176-180.
- [45] 靳谦忠, 杨家军, 孙健利. 行星式滚柱丝杠副的摩擦机理研究[J]. 华中理工大学学报, 1998, (6): 83-84.

- [46] 马尚君, 刘更, 佟瑞庭. 行星滚柱丝杠副摩擦力矩及传动效率研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(11): 74-79.
- [47] Olaru D, Puiu G C, Balan L C, et al. A new model to estimate friction torque in a ball screw mechanism system[J]. Product Engineering, 2006(3):231-240.
- [48] 乔冠. 行星滚柱丝杠副摩擦力矩及热特性的理论与实验研究[D]. 西北工业大学, 2019.
- [49] 解志杰, 张传伟, 薛其河, 等. 行星滚柱丝杠动态摩擦力矩和传动效率分析[J]. 摩擦学学报, 2019, 39(4):489-496.
- [50] Zhou G W , Zhang Y H , Wang Z Z , Pu W. Analysis of transient mixed elastohydrodynamic lubrication in planetary roller screw mechanism[J]. Tribology International, 2021 (163): 107158.
- [51] 李凯, 叶佩青, 周晓尧, 徐强. 精密行星滚柱丝杠的传动特性[J]. 光学精密工程, 2016, 24(8):1908-1916.
- [52] 刘柱, 范元勋. 行星滚柱丝杠传动效率试验台设计[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2019, 000(012):108-110.
- [53] 潘承莹, 祖莉. 不同负载工况下双螺母滚珠丝杠副动态传动效率的试验研究[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(1):99-107.
- [54] ZHANG L C, ZHOU C G. Experimental study on the coefficient of friction of the ball screw[J]. Journal of Tribology, 2021.144(3):1-18.
- [55] Kuo T C , Hwang Y C , Hsieh W H. A New Correlation Equation for Calculating the Frictional Torque of the Nut at Different Feed Velocities and Nut Temperatures[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2021, 22(3).
- [56] Hertz H. On the Contact of Elastic Solids[J]. J. reine Angew, 1881, 92(110):156-171.
- [57] 郑伟, 祖莉, 王凯. 精密行星滚柱丝杠副行程误差影响因素试验研究[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(9).
- [58] S. Bair, W. O. Winer. A Rheological Model for Elastohydrodynamic Contacts Based on Primary Laboratory Data. Journal of Lubrication Technology, 1979, 101(3):258-264.
- [59] D. Zhu , H. S. Cheng. An Analysis and Computational Procedure for EHL Film Thickness, Friction and Flash Temperature in Line and Point Contacts. Tribology Transactions, 1989, 32(3):364-370.
- [60] D. Zhu , Y. Z. Hu. A computer program package for the prediction of ehl and mixed lubrication characteristics, friction, subsurface stress and flash temperatures based on measured 3-d surface roughness[J]. Tribology Transactions, 2001, 44 (3):383-390.