

# 硕士学位论文

（专业学位论文）

反向式行星滚柱丝杠静态承载能力研究

**RESEARCH ON STATIC BEARING  
CAPACITY OF INVERTED  
PLANETARY ROLLER SCREW**

王敏

哈尔滨工业大学

2021 年 6 月

国内图书分类号：TH132

国际图书分类号：621

学校代码：10213

密级：公开

## 硕士学位论文

# 反向式行星滚柱丝杠静态承载能力研究

硕 士 研 究 生 王敏

导 师 李跃峰副教授

申 请 学 位 工程硕士

学 科 机械工程

所 在 单 位 机电工程学院

答 辩 日 期 2021 年 6 月

授予学位单位 哈尔滨工业大学

Classified Index: TH132

U.D.C: 621

Dissertation for the Master Degree in Engineering

# **RESEARCH ON STATIC BEARING CAPACITY OF INVERTED PLANETARY ROLLER SCREW**

<b>Candidate:</b>	Wang Min
<b>Supervisor:</b>	Associate Prof. Li YueFeng
<b>Academic Degree Applied for:</b>	Master of Engineering
<b>Speciality:</b>	Mechanical Engineering
<b>Affiliation:</b>	School of Mechatronics Engineering
<b>Date of Defence:</b>	June, 2021
<b>Degree-Conferring-Institution:</b>	Harbin Institute of Technology

## 摘 要

一次性电动舵机中集成的反向式行星滚柱丝杠（Inverted Planetary Roller Screw）是一种将圆周驱动转换为直线运动输出的螺纹啮合传动机构，以近满载使用为工作常态，因此其静态承载能力是重要的参考指标之一。本文对反向式行星滚柱丝杠进行了螺纹牙弹塑性载荷分布和弹塑性临界载荷值理论建模和实验研究，为反向式行星滚柱丝杠的静态承载能力设计提供理论指导依据。

首先，基于 IPRS 的结构特点和工作原理，进行承载、静载刚度及接触变形分析，并基于螺纹牙闭环变形协调方程，研究 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型。在此基础上，基于简化弹塑性力学模型，推导出塑性变形阶段 IPRS 单个螺纹牙塑性变形量及其轴向等效接触刚度，从而建立 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布数学模型。

其次，将滚柱丝杠侧最右端螺纹牙的法向接触应力达到材料的屈服极限状态作为判断 IPRS 是否进入屈服状态的依据，以赫兹接触理论和米塞斯屈服准则为基础求得单个螺纹牙的弹塑性临界点载荷值，将其带入 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型计算出整个 IPRS 的弹塑性临界点载荷值。然后，使用 Workbench 软件对其进行有限元分析，通过仿真验证理论模型正确性，并为 IPRS 静载实验做好理论指导和准备。

最后，在 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型和弹塑性临界载荷模型的基础上，采用专用夹具在万能试验机上进行 IPRS 静载实验，分析 IPRS 螺纹牙变形量及 IPRS 螺纹牙啮合段静载刚度值，将其与理论模型及仿真对比从而验证了所建立模型的正确性。

**关键词：** 反向式行星滚柱丝杠；静态承载能力；弹塑性载荷分布；弹塑性临界载荷

## Abstract

The inverted planetary roller screw integrated in the disposable electric steering gear is a threaded meshing transmission mechanism that converts the circular drive into linear motion output. It is normal to work under full load, thus its static bearing capacity is one of the important reference indicators. In this paper, theoretical modeling and experimental research on the elastoplastic threads-load distribution and elastoplastic critical load value of the inverted planetary roller screw are carried out to provide theoretical guidance for the design of the static bearing capacity of the inverted planetary roller screw.

Firstly, based on the structural characteristics and working principles of the IPRS, the load-bearing, static-load stiffness and contact deformation analysis are carried out, and based on the closed-loop deformation coordination equation of the threads, the elastic threads-load distribution model of the IPRS is studied. Moreover, based on the simplified elastoplastic mechanics model, the plastic deformation of a single thread and its axial equivalent contact stiffness of the IPRS in the plastic deformation stage are derived, thereby, the elastoplastic threads-load distribution mathematical model of the IPRS is established.

Secondly, the normal contact stress of the rightmost thread on the roller screw-side reaches the yield limit state of the material as the basis for judging whether the IPRS enters the yield state, the elastoplastic critical load value of a single thread is obtained by the Hertz contact theory and the Mises yield criterion, and taken into the IPRS elastic threads-load distribution model to calculate the elastoplastic critical load value of the entire IPRS. Then, Workbench software is used to perform finite element analysis on the IPRS to verify the correctness of the theoretical model through simulation, and it makes theoretical guidance and preparations for the IPRS static load experiment.

Finally, on the basis of the IPRS elastoplastic threads-load distribution model and elastoplastic critical load model, a designed special fixture are used to carry out the IPRS static load experiment on the universal testing machine to analyze the deformation of threads and the static stiffness value of the IPRS thread tooth meshing section, comparing them with the theoretical model and simulation to verify the correctness of the established model.

**Keywords:** the inverted planetary roller screw, static bearing capacity, elastoplastic load distribution, elastoplastic critical load

# 目 录

摘 要 .....	I
Abstract .....	II
第 1 章 绪 论 .....	1
1.1 课题来源 .....	1
1.2 课题背景及意义 .....	1
1.3 行星滚柱丝杠国内外研究现状 .....	3
1.3.1 国外研究现状 .....	3
1.3.2 国内研究现状 .....	5
1.4 行星滚柱丝杠研究现状分析 .....	7
1.5 主要研究内容 .....	7
第 2 章 IPRS 载荷分布及弹塑性临界载荷分析 .....	9
2.1 IPRS 承载及静载刚度分析 .....	9
2.1.1 IPRS 理论模型基础 .....	9
2.1.2 IPRS 承载分析 .....	11
2.1.3 IPRS 静载刚度分析 .....	13
2.2 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型 .....	16
2.2.1 螺纹牙载荷分布分析 .....	16
2.2.2 螺纹牙闭环变形协调关系 .....	17
2.3 IPRS 弹塑性临界点轴向载荷模型 .....	21
2.3.1 Von Mises 准则 .....	21
2.3.2 弹塑性临界点载荷计算 .....	21
2.4 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型 .....	24
2.4.1 弹塑性力学简化模型 .....	24
2.4.2 弹塑性螺纹牙载荷分布模型 .....	25
2.5 本章小结 .....	27
第 3 章 IPRS 弹塑性接触有限元分析 .....	29
3.1 IPRS 有限元模型建立 .....	29
3.2 网格划分及边界条件建立 .....	30
3.2.1 模型的网格划分 .....	30

3.2.2 接触面和边界条件设置 .....	31
3.3 有限元分析结果 .....	32
3.3.1 螺纹牙接触应力、应变趋势 .....	32
3.3.2 弹塑性临界点载荷分析 .....	33
3.3.3 IPRS 螺纹牙载荷分布 .....	35
3.3.4 IPRS 系统静载刚度分析 .....	38
3.4 本章小结 .....	39
第 4 章 IPRS 专用夹具设计及静载实验 .....	41
4.1 IPRS 静载实验方案设计 .....	41
4.2 IPRS 静载实验平台搭建 .....	43
4.2.1 实验专用夹具结构设计 .....	44
4.2.2 部分关键零部件校核 .....	47
4.3 IPRS 静载验证实验 .....	51
4.3.1 IPRS 样件预处理 .....	51
4.3.2 IPRS 静载实验 .....	53
4.3.3 实验结果分析 .....	54
4.4 本章小结 .....	59
结 论 .....	60
参考文献 .....	61
哈尔滨工业大学学位论文原创性声明和使用权限 .....	65
致 谢 .....	66

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 课题来源

本课题来源于国家自然科学基金——面向一次性机械的轴承钢疲劳弹性寿命分散带多尺度预测方法。本文重点研究集成在一次性电动舵机中的反向式行星滚柱丝杠（IPRS, Inverted Planetary Roller Screw）静态承载能力，旨在研究其弹塑性载荷分布和弹塑性临界载荷，为反向式行星滚柱丝杠的静态承载能力设计提供理论指导依据。

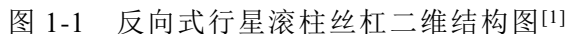
## 1.2 课题背景及意义

电动舵机是一种位置（角度）伺服的驱动器，是飞行器控制及传动系统的主要组成部分，由控制器和驱动机构组成。近年来随着一次性使用低成本蜂群无人机技术等集群打击技术的发展，实现一次性电动舵机高可靠度设计的需求变得极为迫切。集成在一次性电动舵机中的反向式行星滚柱丝杠是决定其机械系统可靠度的核心部件，其设计使用寿命极短（以“秒”为单位），以高频正反向、近满载使用为工作常态，且具有高功重比、高传动精度和高质量的要求。

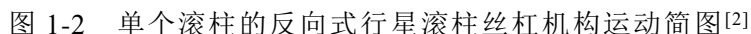
反向式行星滚柱丝杠是一种将圆周驱动转换为直线运动输出的螺纹啮合传动机构，其结构与滚珠丝杠相似，主要区别在于行星滚柱丝杠将滚珠丝杠螺母和丝杠中间的滚动元件由球型滚珠改为了具有螺纹牙的滚柱，以滚柱的螺纹牙啮合作用传递载荷，从而将滚珠丝杠的滚柱点接触改为了螺纹牙滚柱线接触，因此其具有更高的抗冲击能力及承载能力。除此之外，行星滚柱丝杠还具有高传动速度、高频响、高可靠性、长使用寿命以及对恶劣工作环境（粉尘、化学积淀、无润滑等）适应能力强等优点，现已引起广泛的关注，主要应用于武器装备、航空航天等军事领域和汽车工业、医疗器械等民用领域。

本文中研究的行星滚柱丝杠为反向式行星滚柱丝杠，其基本结构为“丝杠+滚柱+螺母”<sup>[1]</sup>，如图 1-1 所示。丝杠、滚柱和螺母通过螺纹牙啮合起到传递载荷的作用，而保持架和卡紧环起到确定丝杠、滚柱和螺母三者之间相对位置的作用。





IPRS 滚柱两端的螺纹牙在螺纹牙形状的基础上同时具备齿轮形状特征，它与丝杠基体两侧的齿轮相啮合，并且滚柱两端面均与保持架相连，以保证滚柱与丝杠、滚珠与螺母之间的啮合传动在节圆处为纯滚动以及滚柱在丝杠圆周方向的均匀分布，从而进一步保证啮合的同步性以避免滚柱接触面的滑移现象而导致螺纹牙啮合干涉现象。



-2-

的承载安全性，同时可以简化 IPRS 的设计步骤及 IPRS 筛选步骤，具有一定的工程指导意义。

## 1.3 行星滚柱丝杠国内外研究现状

### 1.3.1 国外研究现状

行星滚柱丝杠的设计最早可追溯至 1942 年瑞典人 Strangren<sup>[3]</sup>设计的无螺旋升角的循环式滚柱丝杠，此后，Strangren 继续优化滚柱丝杠模型，并于十多年后优化设计了带螺旋升角的滚柱丝杠<sup>[4-5]</sup>，奠定了行星滚柱丝杠的学术理论基础，至此，国外学术界展开了对行星滚柱丝杠的大量研究。William J. Roantree<sup>[6]</sup>和 Oliver Saari<sup>[7]</sup>分别在 1968 年和 1986 年设计了差动式行星滚柱丝杠和轴承环型行星滚柱丝杠。

#### (1) 基础理论研究

早期的基础理论研究中，日本的大冢二郎在 1984 年对行星滚柱丝杠的运动特性及刚度进行了相关研究。1986 年，前苏联学者 KahA. TexH 等对行星滚柱丝杠的自锁性、传动误差以及精度特性进行了深入研究。瑞典的 SKF 公司在上世纪八九十年代对行星滚柱丝杠进行了很多理论方面的研究，并通过大量试验提出和验证新的理论，不断完善研究成果，其工程师 PierreC Lemor<sup>[8]</sup>等在 1996 年发表文章，重点研究了行星滚柱丝杠副的破坏形式与失效机理，指出在额定载荷工作条件下螺纹牙接触面的过度磨损将引起行星滚柱丝杠的失效，即接触失效，同时他还分析了行星滚柱丝杠副的传动机理和传动效率。

近十年来，国外学者仍在不断研究行星滚柱丝杠。Velinsky<sup>[9]</sup>等建立了行星滚柱丝杠运动模型，重点研究丝杠、滚柱及螺母螺纹牙间圆周方向和轴线方向的滑移现象，表明在螺纹牙啮合时，螺纹牙间并非纯滚动，滑移一直存在，并在此基础上，分析了螺纹牙间滑移现象对行星滚柱丝杠受力的影响。Jones、Velinsky<sup>[10-11]</sup>等基于微分几何原理建立了行星滚柱丝杠接触点运动学模型，重点分析了加工与装配等误差引起的滚柱轴向偏移。G. Aurégan<sup>[12]</sup>等建立圆盘与圆环简化模型代表行星滚柱丝杠滚柱与丝杠、螺母螺纹牙啮合时的滑动现象，通过改变转速、蠕变比和润滑条件等进行不同工况下行星滚柱丝杠滚动-滑动磨损试验，获得了行星滚柱丝杠的磨损轨迹，分析了润滑条件对的行星滚柱丝杠磨损的影响。Kenneth G<sup>[13]</sup>提出了一种对磨损结果进行解释的评估矩阵，该矩阵可得出特定滑动副的相容性等级。Sebastian Sandu<sup>[14-15]</sup>等人推导出行星滚柱丝杠副接触点的空间坐标，并结合接触点推导出滑动速度场。

## （2）接触理论与刚度理论

接触基础理论主要分为三种，分别为赫兹接触理论，统计接触理论和分形接触理论模型。赫兹接触理论是研究疲劳、摩擦以及任何有接触体之间相互作用的经典弹性接触理论模型，广泛应用于齿轮、滚珠丝杠等零部件表面的弹性接触计算。统计接触理论是 Greenwood 和 Williamson 以统计分析原理为基础的提出的一种接触分析理论，该理论可以由所提出的塑性指数概念判断接触的弹塑性状态，是从数学意义上进行分析，包含了弹性和塑性范围，但是需要注意该理论在重载时误差较大。分形接触理论（MB 模型）是 Majumdar 和 Bhushan<sup>[16-17]</sup>以分形几何为基础的提出的一种接触分析理论，该模型加入了表面粗糙度对微接触点变形性质的影响，得到了总载荷与真实接触面积之间的对应关系。

在基础接触理论的基础上，众多学者对行星滚柱丝杠的接触和刚度进行了具体研究分析。Otsuka<sup>[18]</sup>等参考滚珠丝杠副分析了行星滚柱丝杠的轴向刚度及振动特性。Morozov<sup>[19]</sup>等研究了行星滚柱丝杠螺纹牙牙型角等结构参数对其最大接触应力的影响。Jones、Velinsky<sup>[20-21]</sup>等根据丝杠、滚柱和螺母的结构特点将行星滚柱丝杠离散化为弹簧组，利用直接刚度法计算各结构特征刚度，并串并联各部分刚度，从而将轴段刚度加入载荷分布模型中，完善了载荷分布模型。并在此基础上，研究了滚柱相对滑动及滚柱螺牙个数分别对行星滚柱丝杠运动特性和轴向变形量的影响。

## （3）轴向间隙与承载能力

承载能力是行星滚柱丝杠设计和选取的一个主要指标。Jones<sup>[20-21]</sup>等将行星滚柱丝杠在弹性及塑性条件下的结构特征、传动效率和承载能力与滚珠丝杠进行了对比，得出行星滚柱丝杠副的最大承载能力比滚珠丝杠高 69% 的结论。Yousef Hojjat<sup>[22]</sup>基于行星滚柱丝杠螺纹牙的承载分析，探究了螺纹牙螺距对承载能力的影响，并表明大导程和极小导程是容易加工的，同时建立了有相对滑动条件下行星滚柱丝杠的啮合传动模型，分析滚柱不同旋向对传动效率的影响，从而优化了行星滚柱丝杠螺纹牙外形及滚柱数量。Jayaraj Acharya<sup>[23]</sup>等人研究了不同螺纹牙类型的行星滚柱丝杠承载能力。Zhdanova<sup>[24]</sup>、Abevi<sup>[25]</sup>等在已有行星滚柱丝杠载荷分布模型中加入了摩擦因数对载荷分布的影响，同时考虑了滚柱轴向弯曲载荷分布的影响。A.S.Tselishchev<sup>[26]</sup>等人对行星滚柱丝杠的动载荷进行了分析，求解出其动载荷与阻尼振荡的对应关系。

### 1.3.2 国内研究现状

相比于国外对行星滚柱丝杠的研究，国内的研究起步较晚，但经过三十多年的发展，现已形成了一定的理论体系。

#### (1) 基础理论研究

早期的研究中，靳谦忠教授<sup>[27]</sup>于 1993 年便进行了行星滚柱丝杠的基础结构建模，对行星滚柱丝杠的工作原理、结构参数设计、啮合传动、摩擦机理等进行了深入分析，为国内行星滚柱丝杠的相关研究打下了坚实的基础。赵英<sup>[28]</sup>等建立了圆柱坐标系下行星滚柱丝杠螺纹牙的螺旋面表达式，并分析了三者的啮合传动情况。

陈芳<sup>[29]</sup>以法兰盘式非循环滚柱丝杠为基础设计了一种两级行星滚柱丝杠，通过二级丝杠与一级丝杠的并联实现大行程-原长比的传动方式，并对其结构参数、运动模型进行了详细的阐述，同时对两级行星滚柱丝杠的传动精度及其影响因素进行了分析，并将误差合成，为对产品的总精度设计提供理论支撑。高亮<sup>[30]</sup>通过对行星滚柱丝杠运动学仿真，得到了丝杠、滚柱和螺母的位移曲线图和速度曲线图，并且完成了传动效率计算。李迎峰<sup>[31]</sup>研究了螺纹牙螺旋升角和法向接触角对行星滚柱丝杠的传动效率的影响，得出螺纹牙螺旋升角和法向接触角分别在  $5^\circ$  和  $45^\circ$  时其传动效率最优的结论。濮建荣<sup>[32]</sup>研究了行星滚柱丝杠各个构件之间的平动和转动关系，得出其运动特性及接触特性，并对丝杠的摩擦成因进行了研究，综合考虑运动学和动力学两方面建立了行星滚柱丝杠传动效率理论模型。解志杰<sup>[33]</sup>、韩敏<sup>[34]</sup>在行星滚柱丝杠传动效率研究中加入了润滑油黏滞、滚柱自旋滑动和差动滑动现象等误差因素，分析了丝杠转速变化对其动态摩擦力矩和瞬态传动效率的影响。党金良<sup>[2]</sup>基于行星滚柱丝杠的运动关系方程式，推导出其基本结构参数，同时为研究其动态特性，对滚柱与丝杠、螺母之间的接触力进行了动力学仿真。殷国富<sup>[1]</sup>在柱坐标系中建立反向式行星滚柱丝杠的丝杠、滚柱及螺母曲面方程，并对一个节距内滚柱与丝杠、螺母的螺纹牙啮合点进行了求解，同时基于 Lundberg-Palmgren 寿命理论建立了行星滚柱丝杠的寿命计算模型。付永领<sup>[35]</sup>基于力学分析对行星滚柱丝杠寿命进行了公式推导，并获得解析解，同时分析了丝杠导程及滚柱根数对寿命的影响程度。崔高尚<sup>[36]</sup>针对差动式行星滚柱丝杠的结构参数、运动关系及螺纹牙啮合进行了分析，求解得到其构件运动方程及螺纹牙螺旋面方程，并在此基础上，研究了差动效应对其导程精度的影响。程远<sup>[37]</sup>在其基础上，对行星滚柱丝杠在运行初期因干涉引起摩擦磨损的问题进行了研究，并提出了一种消除这种干涉现象的方法。

## （2）接触理论与刚度理论

靳谦忠<sup>[27]</sup>基于螺纹牙的五种变形推导出行星滚柱丝杠的载荷分布规律，并类比滚珠丝杠的静刚度建立行星滚柱丝杠的静刚度理论模型，同时确定了设计参数。陈芳<sup>[29]</sup>同样将行星滚柱丝杠与滚珠丝杠作对比，将滚柱等效为滚柱，并在等效模型上进行接触问题的求解，推导出无预紧状态下行星滚柱丝杠的轴向变形及刚度计算方法，并对提出的两级行星滚柱丝杠进行了进一步的刚度分析。杨家军<sup>[38]</sup>在行星滚柱丝杠弹性范围内，以赫兹接触理论为基础，对螺纹槽、轴向和螺纹牙三种变形分别进行理论研究，建立刚度数学模型，同时还分析了有预紧力状态下轴向变形和摩擦力的计算方法。韦振兴<sup>[39]</sup>分别用赫兹接触理论与分形理论计算了接触变形，并将计算结果对比分析，得出由于接触面粗糙度等因素，因此分形理论变形量比赫兹接触更大的结论，同时在行星滚柱丝杠的刚度模型的基础上分析了刚度的影响因素。夏栋<sup>[40]</sup>在行星滚柱丝杠的刚度分析中同时考虑了轴向刚度和扭转刚度特性，在扭转运动中，加入了预紧力和丝杠载荷两个影响因素，完善了行星滚柱丝杠刚度模型。姚琴<sup>[41]</sup>针对行星滚柱丝杠屈服临界点问题，应用赫兹接触理论和米塞斯屈服准则，推导出一种判断行星滚柱丝杠螺纹牙是否进入塑性状态的方法。马尚君、刘更<sup>[42]</sup>等人对行星滚柱丝杠的受力模型进行优化，加入了螺旋升角和螺纹牙接触角的影响，并得出合理增大接触角能够减小滚柱与丝杠和螺母两层的轴向弹性位移的结论。马尚君<sup>[43]</sup>同时采用了赫兹理论和等效球法，分别研究了行星滚柱丝杠转速与其传动效率的对应关系，建立了传动效率模型。

## （3）轴向间隙与承载能力

靳谦忠<sup>[44]</sup>等人在 1993 年研究的基础上，于 1998 年之后对行星滚柱丝杠模型进一步优化，分析了施加载荷与摩擦力矩的对应关系。高亮<sup>[44]</sup>通过仿真获得了动载荷下滚柱和螺母所组成的旋转副的约束力矩，得到动载荷与其约束力矩的对应关系。付晓军<sup>[45-46]</sup>基于行星滚柱丝杠滚道面方程计算出行星滚柱丝杠螺纹牙啮合点位置，并以此为基础得到轴向间隙的计算公式，一年后继续优化模型，提出零件偏斜时啮合位置及间隙的计算方法。贺继鹏<sup>[47]</sup>等人综合考虑行星滚柱丝杠螺纹牙间隙、弹性变形、加工误差等因素，基于键合图理论研究了行星滚柱丝杠的动态特性，得到了其运动状态方程，并研究了传动间隙及加工误差对刚度特性影响。陈士云<sup>[48]</sup>根据行星滚柱丝杠啮合方程，基于改进的高斯牛顿迭代法推导出螺纹牙轴向间隙和接触参数的计算公式，并分析了载荷分布和螺距、中径误差等因素对其轴向间隙的影响。郭嘉楠<sup>[49]</sup>对含有粗糙表面间隙的行星滚柱丝杠进行了动力学及碰撞特性研究。崔高尚

和张文杰<sup>[50]</sup>分析了行星滚柱丝杠的弹性载荷分布,并分别推导出额定静载荷和额定动载荷情况下的行星滚柱丝杠的效率计算公式,同时分析了效率的影响因素。

## 1.4 行星滚柱丝杠研究现状分析

通过国内外研究现状分析,不难发现,国外对于行星滚柱丝杠的研究起步较早,多年的研究和制造经验使得国外在行星滚柱丝杠各方面的理论都较为成熟,在传动效率,精度等级以及维护方面有了较为系统的理论,已经将理论付诸实践。国内起步于 20 世纪 90 年代,经过三十年的发展,对行星滚柱丝杠的运动原理、传动方式以及刚度分析等方面也逐步形成体系,但是相比而言,尚存在以下问题与不足:

(1) 在行星滚柱丝杠的基础理论研究中,部分模型过于简化,类比于滚珠丝杠,忽略了行星滚柱丝杠螺纹牙螺旋升角等结构特点,导致模型不够准确。并且在行星滚柱丝杠的研究中,主要以正向式和差动式行星滚柱丝杠为主,对反向式行星滚柱丝杠的研究偏少。

(2) 在接触变形理论中,大多数研究的范围是额定载荷下的弹性变形理论,缺少对超过静满载荷条件下的塑性变形理论研究,这导致现有的行星滚柱丝杠载荷分布模型适用范围较小,理论不够完整。

(3) 关于行星滚柱丝杠静态承载能力的研究相对较少,尤其是缺少关于超过静满载荷的静态承载能力研究,未能形成理论体系,使得在工程设计和选用方面步骤繁琐,缺少直接的冗余设计指导理论。并且缺少实际的行星滚柱丝杠静载实验,缺少对理论的验证。

为解决上述存在的问题,本课题将对 IPRS 进行静态承载分析,计算其变形量及静载刚度,通过单个螺纹牙闭环变形协调方程研究 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布,同时确定 IPRS 的弹塑性临界点载荷值,并基于简化弹塑性力学模型,将塑性变形加入至 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布中,从而建立 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型。最终设计一套专用夹具进行 IPRS 静载实验,以验证所建理论模型正确性。本文所建理论模型对于行星滚柱丝杠的冗余设计和选型具有一定的工程指导意义。

## 1.5 主要研究内容

本文以应用于一次性电动舵机的反向式行星滚柱丝杠为研究对象,其工作环境以高频正反向、近满载使用为工作常态,且具有高功重比、高传动精

度和高加工质量的要求。本文的主要研究内容如下：

### （1）建立 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型

为研究 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布，本文基于赫兹接触理论和材料力学，分别对螺纹基体、螺纹牙及螺纹牙接触点三个结构特征进行承载、静载刚度和接触变形分析，并根据单个螺纹牙闭环推导出变形协调方程，通过迭代求解得到 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布。基于简化弹塑性力学模型，推导出塑性变形阶段 IPRS 单个螺纹牙塑性变形量及其轴向等效接触刚度，将其带入 IPRS 螺纹牙载荷分布模型，从而加入了塑性变形阶段，建立 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型。

### （2）建立 IPRS 临界点轴向载荷模型

IPRS 承受轴向施加载荷时，在载荷值不大的起始阶段仅发生弹性变形，当施加载荷逐渐增大时，弹性变形量也逐渐增大，当施加载荷增大至某个临界值时，IPRS 滚柱螺纹牙啮合点发生塑性变形，此时对应的载荷即为弹塑性临界点载荷值。本文将滚柱丝杠侧最右端螺纹牙的法向接触应力达到材料的屈服极限状态作为判断 IPRS 是否进入屈服状态的依据，根据赫兹接触理论和米塞斯屈服准则求得单个螺纹牙的弹塑性临界点载荷值，然后根据 IPRS 载荷分布模型计算出整个 IPRS 的弹塑性临界点载荷值，代替以往的载荷不均系数，提高弹塑性临界点载荷值精度。

### （3）IPRS 弹塑性接触有限元分析

简化 IPRS 模型，利用 Workbench 完成 IPRS 材料属性定义、划分网格，设置接触面和边界条件等预处理，进行 IPRS 弹塑性接触有限元仿真，得到 IPRS 静载应力-应变曲线和螺纹牙载荷分布等结果，将其与 IPRS 螺纹牙载荷分布理论模型及弹塑性临界载荷模型对比。

### （4）IPRS 专用夹具设计及静载实验

为验证所建立的理论模型及仿真模型的正确性，设计一套专用夹具并进行 IPRS 静载实验。通过理论和仿真，可以得到很多螺纹牙的参数及应力应变曲线，但是这些参数不容易通过实验获得宏观且易于测量的数据，因此通过 IPRS 静载实验测得 IPRS 轴向变形量及承受载荷，从而获得 IPRS 螺纹牙啮合段刚度值，将其与仿真螺纹牙啮合段静载刚度值作对比以验证仿真正确性；同时，施加超过弹塑性临界点的轴向载荷，通过测量 IPRS 滚柱丝杠侧螺纹牙变形量，将其与理论及仿真塑性变形量作对比再次验证理论及仿真的正确性。

## 第 2 章 IPRS 载荷分布及弹塑性临界载荷分析

本章节针对 IPRS 的承载能力，将对 IPRS 弹性阶段进行刚度分析，并结合受力平衡状态及变形协调关系研究 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布；然后以赫兹接触理论和米塞斯屈服准则为基础对 IPRS 弹塑性临界点载荷进行求解；最后基于简化弹塑性力学模型，推导出塑性变形阶段 IPRS 单个螺纹牙塑性变形量及其轴向等效接触刚度，将塑性变形阶段加入载荷载荷分布模型，从而建立 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型。

### 2.1 IPRS 承载及静载刚度分析

#### 2.1.1 IPRS 理论模型基础

IPRS 工作时，螺母左侧通过与电动舵机相连实现 IPRS 的支撑定位，轴向固定，并作为电动舵机的转子做回转运动，为安装端，右侧则为自由端；丝杠右侧承受轴向施加载荷，通过滚柱螺纹牙啮合将承受的施加载荷传递至螺母，为受力端，左侧则为自由端，同时丝杠作为输出轴向输出直线往复运动。IPRS 安装方式如图 2-1 所示。IPRS 丝杠作为输出轴，承受负载时将会发生变形，当载荷较小时，IPRS 只会发生弹性变形，其变形属于弹性阶段，但是当载荷逐渐增大至某一临界值时，滚柱和丝杠、螺母螺纹牙啮合点处会出现接触塑性变形，IPRS 变形进入塑性阶段。

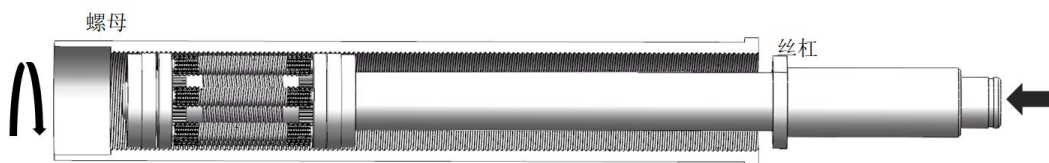


图 2-1 IPRS 安装方式

对于弹性变形阶段，经典的弹性变形可以通过赫兹接触理论求解。赫兹接触理论是十九世纪末德国物理学家 Heinrich Rudolf Hertz 针对理想球面弹性接触所建立的理论公式，是研究疲劳、摩擦以及任何有接触体之间相互作用的基本方程。赫兹接触理论的应用前提有以下三点<sup>[35]</sup>：

- (a) 接触的物体仅会出现弹性的变形，且满足胡克定律；
- (b) 接触表面仅有垂直载荷作用，不计接触物体之间的摩擦；
- (c) 接触面尺寸与接触物体表面的曲率半径相比很小，接触点发生小变形。



在 IPRS 弹性变形阶段，其必然只有弹性变形；且螺纹牙载荷为法向载荷，研究其静载承载能力时无相对运动和相对运动趋势，即构件之间无摩擦力；且 IPRS 中螺纹牙均为三角形螺纹牙（本文将滚柱圆弧形螺纹牙简化为三角形螺纹牙），其滚道面曲率半径接近无限大，因此滚柱与丝杠、螺母螺纹牙啮合处接触面尺寸相比接触面曲率半径而言很小，综上所述，IPRS 弹性阶段满足赫兹接触理论的应用前提，可以用赫兹接触理论进行求解。

对于 IPRS 塑性变形阶段，应当以其材料的非线性应力-应变曲线进行相关理论计算。本文中，IPRS 丝杠、滚柱和螺母的材料均设置为 GCr15，其弹性模量  $E = 2.10 \times 10^{11} \text{ Pa}$ ，泊松比  $\mu = 0.29$ ，材料的屈服极限  $\sigma_s = 1700 \text{ MPa}$ ，GCr15 的应力-塑性应变数据见表 2-1，将其添加至 Workbench GCr15 的等强硬化模型中。

表 2-1 GCr15 应力-塑性应变数据

应力 (MPa)	塑性应变 (mm/mm)	应力 (MPa)	塑性应变 (mm/mm)
1617	0	2028	0.009547
1766	0.001587	2107	0.015157
1894	0.002983	2120	0.025784
1979	0.005632	2131	0.035157

则根据表 2-1 GCr15 材料的等强硬化模型曲线图如图 2-2 所示。

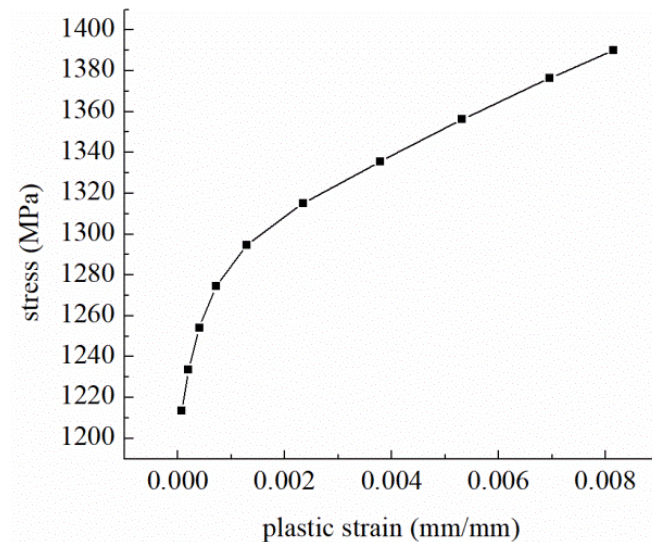


图 2-2 GCr15 等强硬化模型曲线

IPRS 工作时，轴向负载施加于丝杠输出端，载荷通过丝杠与滚柱、滚柱与螺母的螺纹牙啮合作用传递至螺母固定端。但是在螺纹牙啮合作用下传递的载荷并不是均匀分布的，固定端或输入端载荷偏大，而自由端载荷偏小。

同时，由于本文研究的 IPRS 工作条件是承受载荷超过静满载荷且使用寿命较短，在这种工作条件下，载荷增大至超过其屈服极限时，IPRS 滚柱螺纹牙将在弹性变形的基础上发生塑性变形，IPRS 螺纹牙载荷分布及其承载能力将发生变化。

IPRS 螺纹牙载荷分布涉及到每一对啮合的螺纹牙，且每一对啮合的螺纹牙受力、变形均不相同，因此，首先对 IPRS 承载螺纹牙进行编号，如图 2-3 所示，螺纹牙编号从螺母安装端到自由端的方向依次增大，并且由于滚柱螺纹牙同时与丝杠螺纹牙、螺母螺纹牙啮合，其啮合螺纹牙数是丝杠及螺母的两倍，故编号方式为：滚柱螺母侧螺纹牙为奇数编号，螺母安装端螺纹牙序号为 1，自由端螺纹牙序号为 35；滚柱丝杠侧螺纹牙为偶数编号，丝杠自由端螺纹牙编号为 2，受力端螺纹牙序号为 34，如此，则滚柱螺纹牙编号从 1 到 35。（为方便标记，图 2-3 简化缩短了丝杠和螺母螺纹牙未啮合部分的长度，不影响编号及变形协调关系）。

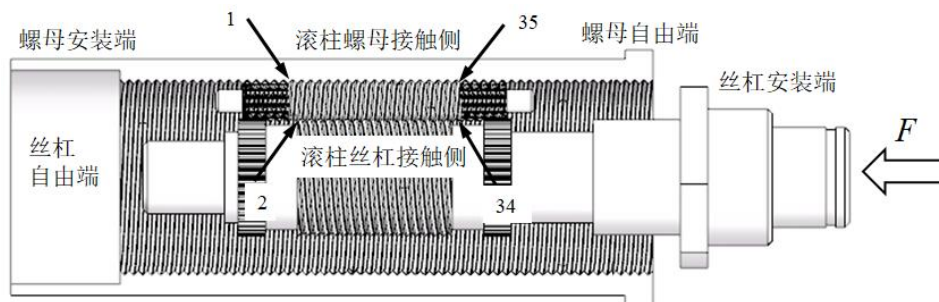


图 2-3 IPRS 螺纹牙编号示意图

本文中，IPRS 的所有理论研究和公式推导均基于以下四点假设<sup>[50]</sup>：

- （a）IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布为轴向施加载荷作用下静态载荷分布，忽略螺纹牙间的摩擦力；
- （b）IPRS 多个滚柱均匀承受轴向载荷，不存在载荷不均现象；
- （c）将 IPRS 简化为仅保留一个完整滚柱的扇形结构，忽略丝杠和螺母螺纹牙未啮合部分，同时将 IPRS 承受的施加载荷及结构特性进行等效；
- （d）滚柱圆弧形螺纹牙简化为三角形螺纹牙。

### 2.1.2 IPRS 承载分析

本文对 IPRS 分析时将其视为一个整体，因此主要考虑以下三种受力变形情况：丝杠、滚柱和螺母基体部分的变形、螺纹牙的弯曲剪切变形及螺纹牙啮合点的接触变形。同时，基于变形类型可以将 IPRS 丝杠、滚柱及螺母分为螺纹基体、螺纹牙及螺纹牙接触点三个结构特征<sup>[50]</sup>，其中，螺纹基体是

指相邻的两个螺纹牙之间除螺纹牙结构特征的圆柱体或圆柱桶部分。螺纹牙变形和螺纹牙啮合接触变形由螺纹牙法向接触载荷导致，螺纹基体变形由基体轴向载荷导致，因此分别对 IPRS 螺纹牙和螺纹基体进行受力分析。本文中分别用下标  $B$  代表螺纹基体、 $T$  代表螺纹牙、 $C$  代表螺纹牙接触点。

### (1) IPRS 螺纹牙受力分析

IPRS 承受丝杠轴向压力后，螺纹牙间的接触力作用于与滚道面垂直的法面上，且指向背离接触面方向，根据螺纹牙受力可以将 IPRS 螺纹牙总法向力  $F_n$  分解为轴向力  $F_a$ 、切向力  $F_t$  和径向力  $F_r$ ，几何关系如图 2-4 所示。

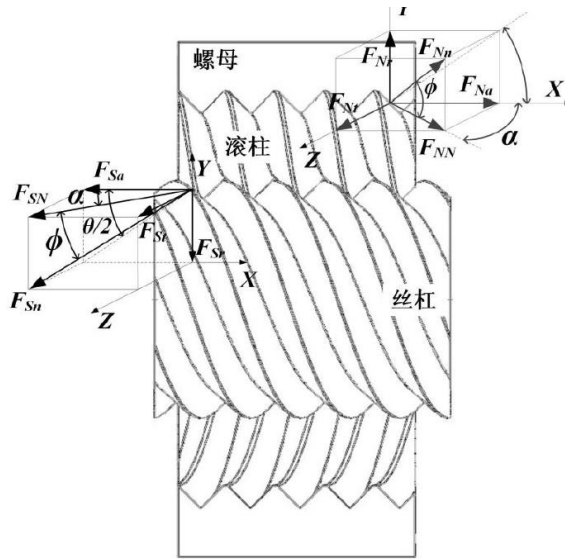


图 2-4 IPRS 螺纹牙受力分析

$$F_a = F_n \cdot \cos \phi \cdot \cos \alpha \quad (2-1)$$

$$F_t = F_n \cdot \cos \phi \cdot \sin \alpha \quad (2-2)$$

$$F_r = F_n \cdot \sin \phi \quad (2-3)$$

式中  $\alpha$  ——螺旋升角 ( $^\circ$ );

$\phi$  ——法向接触角 ( $^\circ$ )。

### (2) IPRS 螺纹基体受力分析

由螺纹基体的定义可知，丝杠、滚柱与螺母的第  $i$  节基体为其第  $i$  个螺纹牙与第  $i+1$  个螺纹牙之间除螺纹牙结构特征的圆柱体或圆柱桶部分，因此螺纹基体的承受载荷可以通过螺纹牙上承受的轴向载荷求和得到，并且由图 2-3 中可以看出，丝杠和滚柱丝杠侧基体载荷从左至右逐渐增大，而螺母和滚柱螺母侧基体载荷从左至右逐渐减小。因此，丝杠第  $i$  段基体的轴向载荷为：

$$F_{Sbi} = \begin{cases} \sum_{j=2, j \in P}^i F_{SRj} & i = 2, 4, \dots, 2n-2 \\ 0 & i = 1, 3, \dots, 2n-1 \end{cases} \quad (2-4)$$

式中  $F_{SRj}$  ——丝杠第  $j$  个螺纹牙承受的轴向载荷 (N);

$P$  ——  $P$  为偶数集合, 即  $P = \{p | p = 2n, n \in Z\}$ 。

则螺母的第  $i$  段基体的轴向载荷为:

$$F_{Nbi} = \begin{cases} F - \sum_{j=1, j \in Q}^i F_{NRj} & i = 1, 3, \dots, 2n-1 \\ 0 & i = 2, 4, \dots, 2n-2 \end{cases} \quad (2-5)$$

式中  $F$  ——IPRS 单个滚柱的施加轴向载荷 (N);

$F_{NRj}$  ——螺母第  $j$  个螺纹牙承受的载荷 (N);

$Q$  ——  $Q$  为偶数集合, 即  $Q = \{q | q = 2n+1, n \in Z\}$ 。

从图 2-3 中可以看出, 滚柱螺纹牙基体同时受到丝杠和螺母的载荷作用, 并且方向相反, 同时注意到, 丝杠侧和螺母侧滚柱基体的承受载荷并不相同, 因此, 滚柱的两侧载荷应当分别计算。在滚柱丝杠侧, 螺纹牙编号为奇数, 载荷值在一对啮合螺纹牙矢量和的总和基础上会多一段螺母螺纹牙载荷; 而在滚柱螺母侧, 螺纹牙编号为偶数, 载荷值刚好为一对啮合螺纹牙矢量和的总和。综上, 滚柱第  $i$  段基体的轴向载荷为:

$$F_{Rbi} = \begin{cases} \sum_{j=1, j \in Q}^i (F_{NRj-2} - F_{SRj-1}) + F_{NRi} & i = 1, 3, \dots, 2n-1 \\ \sum_{j=2, j \in P}^i (F_{NRj-1} - F_{SRj}) & i = 2, 4, \dots, 2n-2 \end{cases} \quad (2-6)$$

其中, 当  $i=1$  时, 令  $F_{NR-1} = F_{SR0} = 0$ 。

### 2.1.3 IPRS 静载刚度分析

#### (1) 螺纹静载基体刚度

根据螺纹基体的定义, 螺纹基体刚度是指丝杠、滚柱或螺母相邻的两个螺纹牙之间除螺纹牙结构特征的圆柱体或圆柱桶部分的拉压刚度。由于螺纹基体为规则形状, 因此该刚度可以通过轴的拉压刚度公式直接求解。IPRS 中, 丝杠或螺母的螺纹基体刚度为:

$$k_{XB} = \frac{E \cdot A_X}{P} \quad (2-7)$$

式中  $X$  ——取  $S$  或  $N$ ，分别代指丝杠或螺母；

$E$  ——材料弹性模量（MPa）；

$A_x$  ——IPRS 丝杠或螺母基体截面面积（mm<sup>2</sup>）；

$P$  ——IPRS 丝杠或螺母螺距（mm）。

由于滚柱同时与丝杠及螺母啮合，因此单个滚柱基体刚度等同于滚柱丝杠啮合基体刚度与滚柱螺母啮合基体刚度两者串联，故单个滚柱基体刚度为：

$$k_{RB} = \frac{1}{\left(\frac{E_R \cdot A_R}{P}\right)^{-1} + \left(\frac{E_R \cdot A_R}{P}\right)^{-1}} = \frac{2E_R \cdot A_R}{P} \quad (2-8)$$

式中  $A_R$  ——IPRS 滚柱基体截面面积（mm<sup>2</sup>）。

由载荷分布计算模型假设可知，模型简化为仅包含一个滚柱与丝杠及螺母的螺纹牙啮合，因此丝杠轴、螺母的截面为  $1/z$  扇形及扇环，而滚柱截面则为整个圆形，即：

$$A_S = \frac{\pi(d_S - 2h_f)^2}{4 \cdot z} \quad (2-9)$$

$$A_N = \frac{\pi[D_N^2 - (d_N - 2h_f)^2]}{4 \cdot z} \quad (2-10)$$

$$A_R = \frac{\pi(d_R - 2h_f)^2}{4} \quad (2-11)$$

式中  $d_S$ 、 $d_N$ 、 $d_R$  ——IPRS 丝杠、螺母和滚柱螺纹中径（mm）；

$D_N$  ——IPRS 螺母螺纹大径（mm）；

$h_f$  ——IPRS 螺纹牙高（mm）；

$z$  ——IPRS 滚柱个数。

## （2）螺纹牙静载刚度

IPRS 通过滚柱与丝杠、螺母的螺纹牙啮合作用传递负载，三者的螺纹牙在轴向施加载荷的作用下均会发生形变，定义螺纹牙刚度为在轴向载荷作用下单个螺纹牙轴向载荷与螺纹牙轴向变形量的比值，其中轴向变形根据产生变形的原因可以分为以下五种<sup>[43]</sup>，各变形计算方式如下：

（a）由弯矩产生的变形为：

$$\delta_1 = (1 - \mu^2) \frac{3F_a}{4E} \left\{ \left[ 1 - \left( 2 - \frac{b}{a} \right)^2 + 2 \ln \left( \frac{a}{b} \right) \right] \cdot \cot^3 \left( \frac{\theta}{2} \right) - 4 \left( \frac{c}{a} \right)^2 \cdot \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right\} \quad (2-12)$$

式中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  ——螺纹牙底厚、螺纹牙厚、螺纹牙顶厚 (mm);

$\theta$  ——IPRS 螺纹牙型角 ( $^\circ$ );

$\mu$  ——IPRS 材料的泊松比。

(b) 由剪切力产生的变形为:

$$\delta_2 = (1+\mu) \frac{6F_a}{5E} \cot^3\left(\frac{\theta}{2}\right) \ln\left(\frac{a}{b}\right) \quad (2-13)$$

(c) 由螺纹牙根部倾斜产生的变形为:

$$\delta_3 = (1-\mu^2) \frac{12c}{\pi E a^2} \cdot F_a \left( c - \frac{b}{2} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad (2-14)$$

(d) 由螺纹牙根部剪切产生的变形为:

$$\delta_4 = (1-\mu^2) \frac{2F_a}{\pi E} \left\{ \frac{P}{a} \ln\left(\frac{P+a/2}{P-a/2}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4P^2}{a^2} - 1\right) \right\} \quad (2-15)$$

(e) 由径向分力产生的变形分为两种情况。对于丝杠而言, 径向分力向内压力, 使得丝杠径向收缩, 其变形大小为:

$$\delta_{5s} = (1-\mu) \frac{\tan^2(\theta/2)}{2} \cdot \frac{d_s}{P} \cdot \frac{F_r}{E} \quad (2-16)$$

对于螺母而言, 径向分力为向外压力, 使得螺母径向扩大, 其变形大小为:

$$\delta_{5N} = \left( \frac{D_N^2 + d_N^2}{D_N^2 - d_N^2} + \mu \right) \frac{\tan^2(\theta/2)}{2} \cdot \frac{d_N}{P} \cdot \frac{F_r}{E} \quad (2-17)$$

因此, IPRS 螺纹牙的轴向变形总和为:

$$\Delta l_{XT} = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 \quad (2-18)$$

则 IPRS 的螺纹牙刚度可表示为:

$$k_{XT} = \frac{F_a}{\Delta l_{XT}} = \frac{F_a}{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5} \quad (2-19)$$

(3) 螺纹牙静载接触刚度

IPRS 滚柱与丝杠或螺母螺纹牙啮合时, 在法向接触载荷作用下, 产生弹性接触变形, 法向载荷与接触变形的比值即为螺纹牙接触刚度。法向接触载荷作用下的弹性变形量可由赫兹接触理论求解<sup>[40]</sup>:

$$\delta_n = \frac{2K(e)}{\pi m_a} \left( \frac{9}{32} \frac{F_n^2}{E^2} \sum \rho \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2-20)$$

其中:

$$\bar{E} = \frac{1}{\frac{1-\mu^2}{E_s} + \frac{1-\mu^2}{E_R}} \quad (2-21)$$

式中  $\bar{E}$ ——当量弹性模量 (MPa);

$K(e)$ ——第一类椭圆积分;

$e$ ——偏心率;

$\sum \rho$ ——接触物体的主曲率和;

$a$ 、 $b$ ——接触椭圆的长、短半轴 (mm)。

通过图 2-4 螺纹牙受力分析可知, 法向接触力  $F_n$  可由式(2-1)反求可得:

$$F_n = F_a / (\cos \phi \cdot \cos \alpha) \quad (2-22)$$

由于本文所求的目标刚度为 IPRS 轴向静载刚度, 且 IPRS 承受载荷为轴向静载荷, 因此需要将法向变形量投影至轴线方向, 其表达式为:

$$\delta_{RXC} = \delta_n \cdot \cos \phi \cdot \cos \alpha \quad (2-23)$$

式中  $\delta_{RXC}$ ——滚柱与丝杠、螺母螺纹牙轴向接触变形量 (mm)。

则 IPRS 滚柱与丝杠、螺母的螺纹牙轴向接触刚度为:

$$k_{RXC} = \frac{F_a}{\delta_{RXC}} = \frac{F_a}{\delta_n \cdot \cos \phi \cdot \cos \alpha} \quad (2-24)$$

## 2.2 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型

### 2.2.1 螺纹牙载荷分布分析

基于 IPRS 螺纹牙受力分析、基体受力分析和三个结构特征的刚度分析, 推导 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型<sup>[50]</sup>。由于 IPRS 丝杠、滚柱和螺母的刚度串并联计算方式与弹簧串并联计算方式相同, 因此以弹簧组形式表示丝杠、滚柱和螺母的螺纹基体刚度、螺纹刚度和螺纹牙接触刚度。图 2-5 为 IPRS 丝杠和螺母均受压状态下的螺纹牙载荷分析模型, 螺母左端面固定, IPRS 轴向载荷  $F$  施加于丝杠右端面, 通过滚柱螺纹牙啮合作用传递至螺母, 在载荷作用下丝杠、滚柱和螺母均承受压力, 且螺母固定端的支反力与丝杠受力端的施加载荷相平衡。

从图 2-5 中可以看出, 丝杠螺纹牙编号为偶数, 从 2 到  $2n-2$ , 则共有  $n-1$  个螺纹牙承受载荷, 螺母螺纹牙编号为奇数, 从 1 到  $2n-1$ , 则共有  $n$  个螺纹牙承受载荷, 而滚柱与丝杠、螺母螺纹牙均啮合, 螺纹牙编号为自然数, 从 1 到  $2n-1$ , 则共有  $2n-1$  个螺纹牙承受载荷, 因此, IPRS 共能形成  $2n-3$  个螺

纹牙闭环。

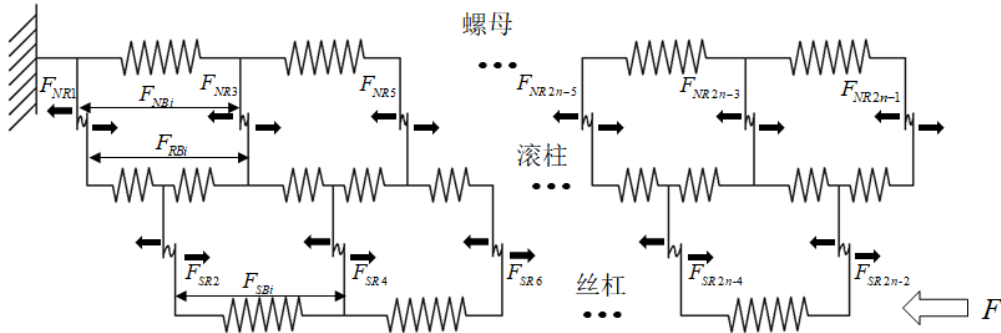


图 2-5 IPRS 螺纹牙载荷分析模型

图 2-5 中,  $F_{SRi}$ 、 $F_{NRi}$  分别表示丝杠和螺母第  $i$  个螺纹牙承受的轴向载荷,  $F_{SBi}$ 、 $F_{NBi}$ 、 $F_{RBi}$  分别表示作用在丝杆、螺母和滚柱螺纹基体上的轴向载荷,  $F$  为施加轴向载荷, 箭头表示螺纹牙和丝杠端面受力方向。

### 2.2.2 螺纹牙闭环变形协调关系

IPRS 承受负载时, 丝杠、滚柱和螺母的螺纹基体、螺纹牙及螺纹牙接触点三个结构特征均发生变形, 其弹性阶段变形均可有其承受载荷除以刚度获得。在任意单个螺纹牙闭环内, 可以根据其变形量建立螺纹牙变形协调关系。以滚柱螺母侧为例, 图 2-6 为滚柱螺母侧第  $i$  个螺纹牙闭环协调关系示意图。

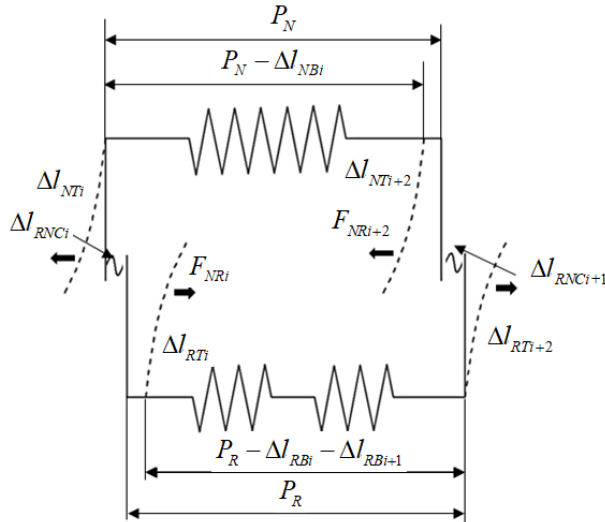


图 2-6 螺纹牙变形协调关系示意图

由图 2-6 可知, 闭环内螺母的总轴向变形为:

$$\sum l_{Ni} = \Delta l_{NBi} - \Delta l_{NTi} + \Delta l_{NTi+2} - \Delta l_{RNCi} \quad (2-25)$$

式中  $\Delta l_{NBi}$  ——螺母基体的轴向变形 (mm);

$\Delta l_{NTi}$  ——螺母螺纹牙的轴向变形 (mm);



$\Delta l_{RNCi}$  —— 滚柱螺母侧螺纹牙的接触变形 (mm)。

同理, 闭环内滚柱螺母侧的总轴向变形为:

$$\sum l_{Ri} = \Delta l_{RBi} + \Delta l_{RBi+1} + \Delta l_{RTi} - \Delta l_{RTi+2} - \Delta l_{RNCi+2} \quad (2-26)$$

式中  $\Delta l_{RBi}$  —— 滚柱基体的轴向变形 (mm);

$\Delta l_{RTi}$  —— 滚柱螺纹牙的轴向变形 (mm)。

根据变形协调关系, 有:

$$P_N - \sum l_{Ni} = P_R - \sum l_{Ri} \quad (2-27)$$

由 IPRS 结构特点可知, 为保证滚柱与丝杠、螺母能够正常啮合, 三者的螺距必须相等, 即  $P_S = P_R = P_N$ 。则式(2-27)可具体写为:

$$\begin{aligned} & \frac{F - \sum_{j=1, j \in Q}^i F_{NRj}}{k_{NB}} + \frac{F_{NRi+2} - F_{NRi}}{k_{NT}} - \frac{F_{NRi}}{k_{RNC}} = \\ & \frac{\sum_{j=1, j \in Q}^i (F_{SRj-1} - F_{NRj-2}) - F_{NRi}}{k_{RB}} + \frac{\sum_{j=2, j \in P}^{i+1} (F_{SRj} - F_{NRj-1})}{k_{RB}} + \frac{F_{NRi} - F_{NRi+2}}{k_{RT}} - \frac{F_{NRi+2}}{k_{RNC}} \end{aligned} \quad (2-28)$$

将式 (2-30) 转化为向量表达形式:

$$\begin{bmatrix} -k_{NB}^{-1} + 2k_{RB}^{-1} \\ \vdots \\ -k_{NB}^{-1} + 2k_{RB}^{-1} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} [i/2] \\ \\ \end{matrix} \right\} \begin{bmatrix} -k_{NB}^{-1} - k_{NT}^{-1} - k_{RNC}^{-1} + 2k_{RB}^{-1} - k_{RT}^{-1} \\ k_{NT}^{-1} + k_{RT}^{-1} + k_{RNC}^{-1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} n - [i/2] - 2 \\ \\ \end{matrix} \right\} \begin{bmatrix} -2k_{RB}^{-1} \\ \vdots \\ -2k_{RB}^{-1} \\ -k_{RB}^{-1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} [i/2] \\ \\ \end{matrix} \right\} \begin{bmatrix} k_{NB}^{-1} \\ \\ \end{bmatrix} \quad \cdot \quad \begin{bmatrix} F_{NR1} \\ F_{NR3} \\ \vdots \\ F_{NRi-2} \\ F_{NRi} \\ F_{NRi+2} \\ \vdots \\ F_{NR2n-1} \\ F_{SR2} \\ F_{SR4} \\ \vdots \\ F_{SRi} \\ F_{SRi+1} \\ \vdots \\ F_{SR2n-2} \\ F \end{bmatrix} = 0 \quad (2-29)$$

同样地, 可以得到 IPRS 滚柱丝杠侧任一单个螺纹牙闭环变形协调方程:

$$\begin{bmatrix}
 2k_{RB}^{-1} \\
 \vdots \\
 2k_{RB}^{-1}
 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} (i-1)/2 + 1 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} k_{RB}^{-1} \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} n - [(i-1)/2] - 2 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \right\} \\
 k_{SB}^{-1} - 2k_{RB}^{-1} \\
 \vdots \\
 k_{SB}^{-1} - 2k_{RB}^{-1}
 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} [i/2] - 1 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} k_{SB}^{-1} + k_{ST}^{-1} + k_{RSC}^{-1} - 2k_{RB}^{-1} + k_{RT}^{-1} \\ -k_{ST}^{-1} - k_{RT}^{-1} + k_{RSC}^{-1} \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} n - [i/2] - 3 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \right\}
 \begin{bmatrix}
 F_{NR1} \\
 F_{NR3} \\
 \vdots \\
 F_{NRi-1} \\
 F_{NRi+1} \\
 F_{NRi+3} \\
 \vdots \\
 F_{NR2n-1} \\
 F_{SR2} \\
 \vdots \\
 F_{SRi-2} \\
 F_{SRi} \\
 F_{SRi+2} \\
 \vdots \\
 F_{SR2n-2} \\
 F
 \end{bmatrix} = 0 \quad (2-30)$$

通过前文分析可知，IPRS 中共有  $2n-3$  个螺纹牙闭环，所以共可以得到  $2n-3$  个螺纹牙闭环变形协调方程。除此之外，还有两个力学边界条件，即滚柱丝杠侧或滚柱螺母侧所有螺纹牙轴向载荷之和均等于施加轴向载荷  $F$ ，即：

$$\sum_{i=1}^n F_{X Ri} = F \quad (2-31)$$

令  $\mathbf{m} = [0, 0, \dots, 0]_{1 \times n}$ 、 $\mathbf{n} = [1, 1, \dots, 1]_{1 \times n}$ ，带入式(2-31)，并将其与 IPRS 滚柱丝杠侧和滚柱螺母侧所有螺纹牙闭环变形协调方程合并成  $2n-1$  元一次方程组：

$$\begin{cases}
 \mathbf{k} \cdot \mathbf{f} = \mathbf{0}^T \\
 [\mathbf{n}_{1 \times n} | \mathbf{m}_{1 \times n}] \cdot \mathbf{f} = F \\
 [\mathbf{m}_{1 \times n} | \mathbf{n}_{1 \times n}] \cdot \mathbf{f} = F
 \end{cases} \quad (2-32)$$

式中  $\mathbf{k}$  ——IPRS 第  $i$  个螺纹牙刚度向量；

$\mathbf{f}$  —— $\mathbf{f} = [F_{NR1}, F_{NR3}, \dots, F_{NR2n-1}, F_{SR2}, F_{SR4}, \dots, F_{SR2n-2}, F]^T$  为 IPRS 螺纹牙轴向载荷向量。

将式 (2-32) 写成矩阵形式：

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{f} = \mathbf{b} \quad (2-33)$$

式中  $\mathbf{A}$  ——IPRS 螺纹牙载荷分布平衡矩阵；

$\mathbf{b}$ —— $\mathbf{b}=[0,0,\dots,0,F,F]^T$  为常数列向量。

式(2-33)中,有  $2n-3$  个螺纹牙闭环及 2 个力学边界条件,共可写出  $2n-1$  个方程组,螺纹牙轴向载荷向量  $\mathbf{f}$  中共有  $2n$  个量,其中螺纹牙载荷为  $2n-1$  个,为未知量, $F$  为施加载荷,为已知量,因此式(2-33)可解得唯一解。

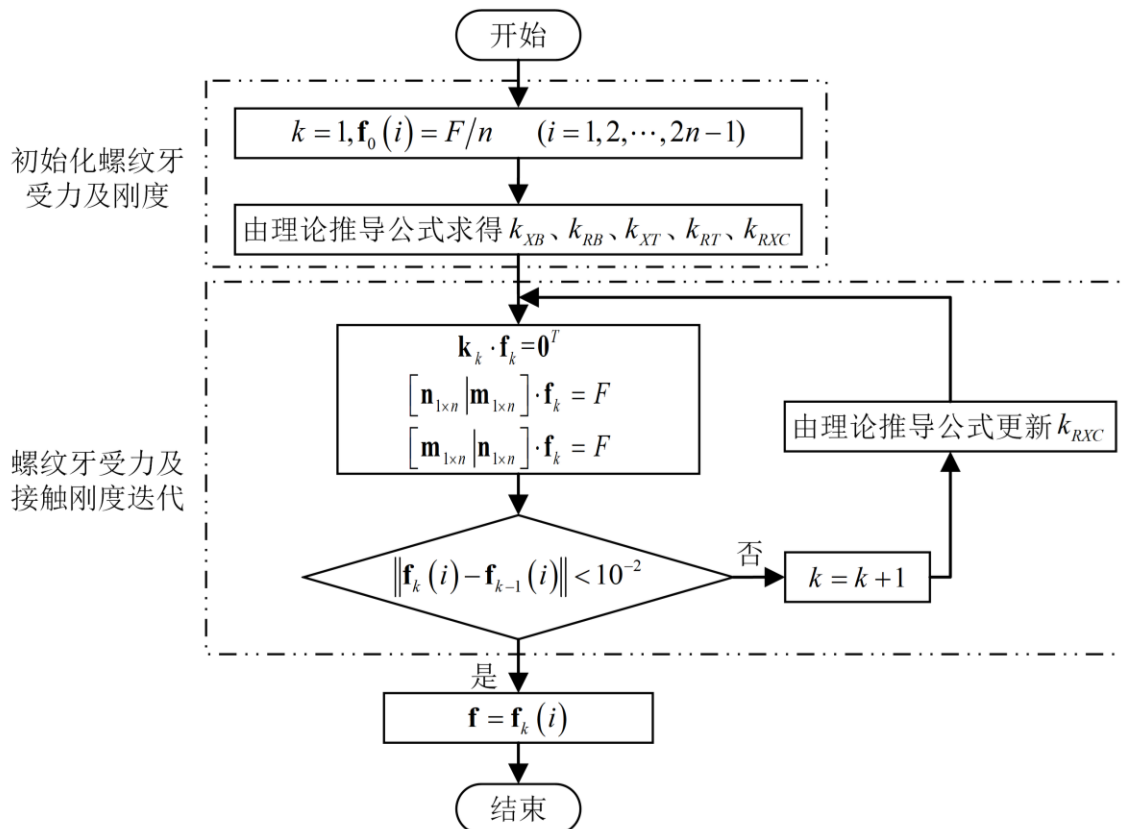


图 2-7 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布迭代算法

在 IPRS 承受外部载荷时,螺纹基体刚度和螺纹牙刚度在弹性阶段为定值,不发生改变,但是螺纹牙接触刚度与载荷相关,具有非线性特征,因此在一次求解得到 IPRS 螺纹牙载荷分布后,其螺纹牙法向接触载荷发生改变,此时螺纹牙接触刚度也随之改变,因此需要通过迭代的方式求解螺纹牙载荷分布。本文采用图 2-7 所示迭代计算方法求解 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布。首先,初始化螺纹牙受力,用施加载荷除以螺纹牙个数获得均布螺纹牙载荷,分别计算出丝杠、滚柱和螺母的初始基体刚度、螺纹牙刚度及接触刚度。然后,将均布载荷及所得刚度值代入矩阵方程组中进行求解,得到了均布载荷初始条件下的 IPRS 螺纹牙载荷分布。最后,由于基体刚度与螺纹牙刚度为定值,因此不再更新,仅使用求解得到的螺纹牙载荷带入式(2-23)和(2-24)中计算在此载荷作用下的每对螺纹牙的接触变形及刚度,将其代入矩阵方程组

中, 并进行迭代运算, 直至螺纹牙载荷误差小于  $10^{-2}\text{N}$ , 即  $\|\mathbf{f}(k) - \mathbf{f}(k-1)\| < 10^{-2}$ , 当其满足误差条件后, 认为螺纹牙接触刚度及载荷不在发生变化, 则  $\mathbf{f}(k)$  即为 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布结果。

## 2.3 IPRS 弹塑性临界点轴向载荷模型

### 2.3.1 Von Mises 准则

Von Mises 准则是物理学家冯·米塞斯基于古典强度理论中的变形能理论推导出的一个材料弹塑性判断标准, 作为塑性流动条件, 发展到塑性力学中。Von Mises 准则指出, 在一定的变形条件下, 当受力物体内一点的应力偏张力的第二不变量达到某一定值时, 该点就开始进入塑性状态。当只考虑第一、第二、第三主应力时, 其表达式为:

$$\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \leq \sigma_s^2 \quad (2-34)$$

式中  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  ——分别为真正六面体上的三个主应力 (MPa);

$\sigma_s$  ——材料的拉伸屈服极限 (MPa)。

在材料在纯剪切作用下,  $\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau$ 、 $\sigma_2 = 0$ , 则:

$$\tau \leq \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \quad (2-35)$$

因此, 当材料发生塑性变形时, 最大切应力达到剪切屈服极限  $\tau_s$ , 依照 Von Mises 准则可得:

$$\tau_s = k_{st} \sigma_{\max} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \quad (2-36)$$

故得到的实际屈服极限为:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}k_{st}} \quad (2-37)$$

式中  $k_{st}$  ——与接触椭圆参数  $b/a$  有关的系数 (0.30~0.33)。

### 2.3.2 弹塑性临界点载荷计算

IPRS 在轴向施加载荷作用下, 载荷从丝杠右端面通过丝杠与滚柱的螺纹牙啮合及滚柱与螺母的螺纹牙啮合作用, 最终传递至螺母左端面, 并产生轴向弹性变形。当轴向施加载荷逐渐增大时, 螺纹牙的弹性变形量也逐渐增大, 当轴向施加载荷增加至某个临界值时, 螺纹牙啮合点应力达到材料屈服极限,

若此时轴向施加载荷继续增大，螺纹牙将开始产生塑性变形。通过 IPRS 载荷分布模型可知，滚柱丝杠侧最右端螺纹牙接触对承受载荷最大，与之对应的轴向变形量也最大，因此滚柱丝杠侧最右端螺纹牙理论上最先发生塑性变形。同时，在 IPRS 螺纹基体、螺纹牙及螺纹牙接触点三个结构特征中，螺纹牙接触变形量最大，且最先发生塑性变形。因此，本文将 IPRS 弹塑性临界载荷定义为滚柱丝杠侧最右端螺纹牙的法向接触应力达到材料的屈服极限时对应的轴向载荷值。

由赫兹接触理论可知，滚柱丝杠侧最右端螺纹牙的最大接触应力为：

$$\sigma_{H\max} = \frac{3F_n}{2\pi ab} \quad (2-38)$$

弹性变形为：

$$\delta_H = \frac{2K(e)}{\pi m_a} \left( \frac{9}{32} \frac{F_n^2}{\bar{E}^2} \sum \rho \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2-39)$$

结合赫兹接触理论公式与 IPRS 实际接触情况，可以确定滚柱与丝杠之间接触面的主曲率公式分别为：

$$\rho_{11} = \frac{1}{R_1} \quad \rho_{12} = \frac{2\cos\beta}{d_1} \quad (2-40)$$

$$\rho_{21} = \frac{1}{R_2} \quad \rho_{22} = \frac{2\cos\beta}{d_2} \quad (2-41)$$

式中  $R_1$ 、 $R_2$ ——滚柱与丝杠啮合点对应的圆弧半径（mm）；

$d_1$ 、 $d_2$ ——啮合点到滚柱和丝杠轴心的半径（mm）。

则丝杠和滚柱的曲率和  $\sum \rho$  和主曲率函数  $F(\rho)$  分别为：

$$\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} \quad (2-42)$$

$$F(\rho) = \frac{|\rho_{11} - \rho_{12}| + |\rho_{21} - \rho_{22}|}{\sum \rho} \quad (2-43)$$

接触椭圆的长短半轴  $a$ 、 $b$  分别为：

$$a = m_a \left( \frac{3F_n}{2\sum \rho \bar{E}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad b = m_b \left( \frac{3F_n}{2\sum \rho \bar{E}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2-44)$$

式中  $m_a$ 、 $m_b$ ——与椭圆偏心率  $e$  有关的系数。

令  $K = 2K(e)/\pi m_a$ ，则有：

$$ab = \frac{2m_a m_b}{K \sum \rho} \delta_H \quad (2-45)$$

由式(2-39)可得:

$$F_n = \frac{2\sigma_H^{\frac{3}{2}} (2/K)^{\frac{3}{2}} \bar{E}}{3(\sum \rho)^{\frac{1}{2}}} \quad (2-46)$$

将式(2-45)和式(2-46)代入到式(2-38), 得最大接触应力为:

$$\sigma_{H \max} = \frac{\delta_H^{\frac{1}{2}} (2/K)^{\frac{1}{2}} \bar{E}}{\pi m_a m_b (1/\sum \rho)^{\frac{1}{2}}} \quad (2-47)$$

当  $\sigma_{H \max} = \sigma_{\max}$  时, 可得螺纹牙弹塑性临界点时的临界变形量为:

$$\delta_H' = \frac{K \left( \pi m_a m_b \frac{1}{\bar{E}} \right)^2 \sigma_{\max}^2}{2 \sum \rho} \quad (2-48)$$

联立式(2-37)、式(2-46)和式(2-48), 得出螺纹牙弹塑性临界点时的法向接触载荷为:

$$F_{ns} = \frac{2(\pi m_a m_b)^3}{9\sqrt{3}(\sum \rho)^2 \bar{E}^2} \left( \frac{\sigma_s}{k_{st}} \right)^3 \quad (2-49)$$

则此时滚柱丝杠侧最右端螺纹牙上的轴向载荷为:

$$F_{as} = F_{ns} \cos \phi \cos \alpha \quad (2-50)$$

其中, 螺纹升角  $\alpha$  为:

$$\alpha = \arctan \frac{nP}{\pi D_s} \quad (2-51)$$

式中  $D_s$  ——IPRS 丝杠螺纹大径 (mm)。

将式(2-51)带入式(2-50)即可得到滚珠丝杠侧最右端螺纹牙上弹塑性临界点的轴向载荷值。

在轴向载荷作用下, IPRS 螺纹牙载荷分布是不均匀的, 因此单个滚柱的弹塑性临界点轴向载荷并不简单地等于单个螺纹牙临界轴向载荷与螺纹牙个数的乘积。由章节 2.2 可知 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布, 因此将  $F_{as}$  带入模型中, 当  $F_{as} = F_{SR34}$  时, 即单个滚柱丝杠侧最右端螺纹牙弹塑性临界轴向载荷值等于滚柱丝杠侧载荷分布中最大承受载荷值时, 每个螺纹牙对应的载荷值即为 IPRS 弹塑性临界点时的载荷值, 将其求和即可得到 IPRS 弹塑性临界点的

轴向载荷值，同时其大小亦等于施加轴向载荷  $F$ 。

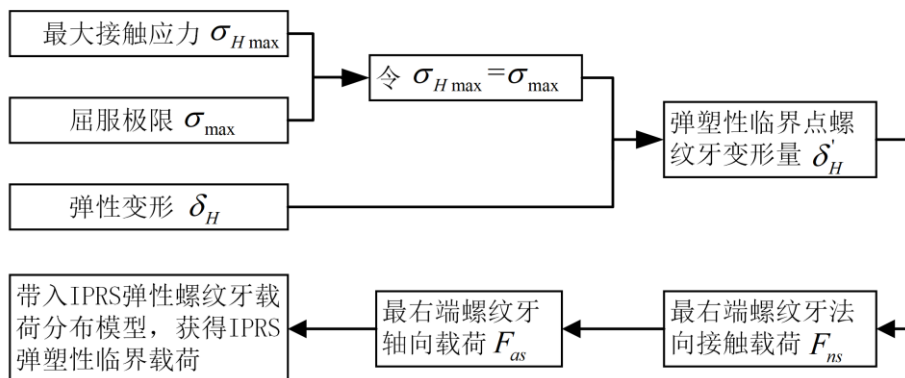


图 2-8 IPRS 弹塑性临界载荷求解流程

## 2.4 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型

前面的章节已经基于赫兹接触理论推导了 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型，但本文研究的 IPRS 工作条件是承受载荷超过静满载荷，IPRS 已经发生塑性，所以需要将塑性变形阶段加入 IPRS 螺纹牙载荷分布模型，从而建立 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型。

### 2.4.1 弹塑性力学简化模型

IPRS 弹性阶段的载荷计算按照章节 2.1 理论方法计算得到，塑性阶段的变形及载荷值大小则需要参照材料塑性阶段的拉伸应力-应变曲线计算。

本文中 IPRS 的材料为 GGr15，其断后伸长率为 27.95%，根据伸长率的大小可将其归类为塑性材料，因此 GGr15 的拉压应力-应变曲线如图 2-9 所示，其纵坐标为应力  $\sigma$ ，横坐标为应变  $\varepsilon$ 。 $OB$  阶段为弹性阶段，应力与试件的应变成正比，两者之间的关系是线弹性的，满足胡克定律，因而是可以恢复的，即卸去外载荷后，试件会沿着  $BO$  卸载，变形完全消失，试件内没有任何残余变形和残余应力， $B$  点为弹性极限点，即材料的屈服极限  $\sigma_s$ ； $BC$  阶段为塑性阶段，试样发生明显而均匀的塑性变形，若使试样的应变增大，则必须增加应力值，且为非线性增长，即产生加工硬化现象，此时变形中塑性变形部分不可恢复，即卸去外载荷后，试件会沿着  $B'O'$  卸载，由图可见， $B'O'$  平行于  $BO$ ，表明材料虽然有了塑性变形，但它的弹性性质却没有发生变化，如果由点  $O'$  开始再加载，则加载过程仍沿着  $O'B'$  线进行，直到点  $B'$  后材料才开始屈服；塑性阶段到强度极限  $\sigma_b$  的  $C$  点后结束；在  $C$  点试件出现颈缩现象， $C$  点之后，变形将集中在颈缩区进行。

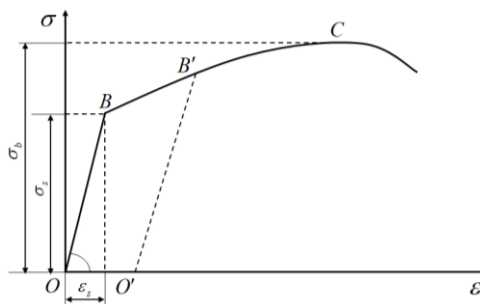


图 2-9 材料弹塑性应力-应变曲线

在实际工程及理论计算中，由于应力应变关系曲线塑性阶段为非线性变化，导致分析较为繁琐，为计算方便，同时考虑材料塑性强化性质，通常采用简化的线性强化弹塑性力学模型<sup>[51]</sup>，如 2-10 图所示。

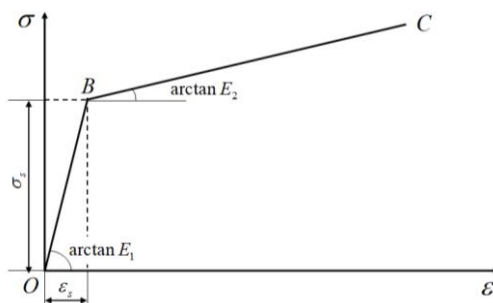


图 2-10 线性强化弹塑性应力-应变曲线

$OB$  段是弹性变形阶段， $BC$  段是塑性变形阶段，两个变形阶段均为线性的应力-应变关系，其解析表达式为：

$$\sigma = \begin{cases} E_1 \varepsilon & \varepsilon \leq \varepsilon_s \\ \sigma_s + E_2 (\varepsilon - \varepsilon_s) & \varepsilon > \varepsilon_s \end{cases} \quad (2-52)$$

式中  $\varepsilon_s$ ——弹塑性临界点应变；

$E_1$ ——弹性阶段  $OB$  斜率 (MPa)；

$E_2$ ——塑性阶段  $BC$  斜率 (MPa)。

其中：

$$E_2 = \frac{\sigma_b - \sigma_s}{\varepsilon_b - \varepsilon_s} \quad (2-53)$$

式中  $\sigma_b$ 、 $\sigma_s$ ——材料的强度极限和屈服极限 (MPa)；

$\varepsilon_b$ 、 $\varepsilon_s$ ——材料强度极限和屈服极限对应的应变。

#### 2.4.2 弹塑性螺纹牙载荷分布模型

根据弹塑性力学简化模型可知，IPRS 的弹塑性变形问题可以简化为两个弹性阶段，当单个螺纹牙  $\sigma_{H\max} \leq \sigma_{\max}$  时，取弹性模量  $E_1$  进行计算，当单个螺



纹牙  $\sigma_{H\max} > \sigma_{\max}$  时, 取比例系数  $E_2$  进行计算。由于塑性阶段的非线性问题已经简化为线性问题, 与弹性阶段类似, 因此此时 IPRS 螺纹牙塑性接触变形可以应用赫兹接触理论和米塞斯屈服准则求解, 根据式(2-48)可知 IPRS 滚柱丝杠侧最右端螺纹牙塑性变形为:

$$\delta_H'' = \frac{K \left( \pi m_a m_b \frac{1}{E_2} \right)^2 (\sigma - \sigma_{\max})^2}{2 \sum \rho} \quad (2-54)$$

则滚柱丝杠侧最右端螺纹牙弹塑性整体变形量为:

$$\delta_{all} = \delta_H' + \delta_H'' \quad (2-55)$$

将其投影至丝杠轴向方向, 由式(2-23)得到弹塑性接触轴向变形为:

$$\delta'_{RXC} = \delta_{all} \cdot \cos \phi \cdot \cos \alpha$$

则 IPRS 滚柱与丝杠、螺母的螺纹牙弹塑性轴向等效接触刚度为:

$$k'_{RXC} = \frac{F_a}{\delta'_{RXC}} = \frac{F_a}{\delta_{all} \cdot \cos \phi \cdot \cos \alpha} \quad (2-56)$$

当 IPRS 承受的负载从零逐渐增大时, IPRS 会从弹性变形阶段过渡至塑性变形阶段, 当负载超过静满载荷却又不严重过载时, IPRS 仅螺纹牙接触发生塑性变形, 而螺纹基体和螺纹牙仍处于弹性阶段。因此在 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型的基础上, 做出以下优化, 以适应 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布。IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布迭代算法如图 2-11 所示。

首先, 同样用施加载荷除以螺纹牙个数获得 IPRS 均布螺纹牙载荷。然后取弹性模量为  $E_1$ , 用弹性变形算法得到各部分刚度值并带入载荷分布矩阵, 完成初始化计算。第一次求得的螺纹牙载荷误差必然大于  $10^{-2} \text{N}$ , 然后开始进入迭代循环。此时, 进行 IPRS 螺纹牙弹塑性判断, 计算滚柱丝杠侧第一对螺纹牙的最大法向接触应力  $\sigma_{H\max}$ , 判断此时其与材料屈服极限  $\sigma_{\max}$  的大小关系, 若  $\sigma_{H\max} \leq \sigma_{\max}$ , 表明 IPRS 处于弹性阶段, 则计算公式时, 螺纹基体、螺纹牙及螺纹牙接触点的弹性模量均取  $E_1$ , 并计算其三个结构特征的刚度值; 若  $\sigma_{H\max} > \sigma_{\max}$ , 表明 IPRS 进入塑性阶段, 则螺纹基体、螺纹牙的弹性模量仍然取  $E_1$ , 但将进入塑性阶段的螺纹牙接触点弹性模量取  $E_2$ , 并采用螺纹牙弹塑性等效轴向接触刚度  $k'_{RXC}$  代替螺纹牙弹性轴向接触刚度  $k_{RXC}$ 。在完成 IPRS 是否已经进入塑性阶段的判断并更改弹性模量和轴向接触刚度后, 后续计算方法与弹性载荷分布模型相同, 将其带入矩阵方程中, 更新螺纹牙接触

刚度并迭代，直至螺纹牙载荷收敛。

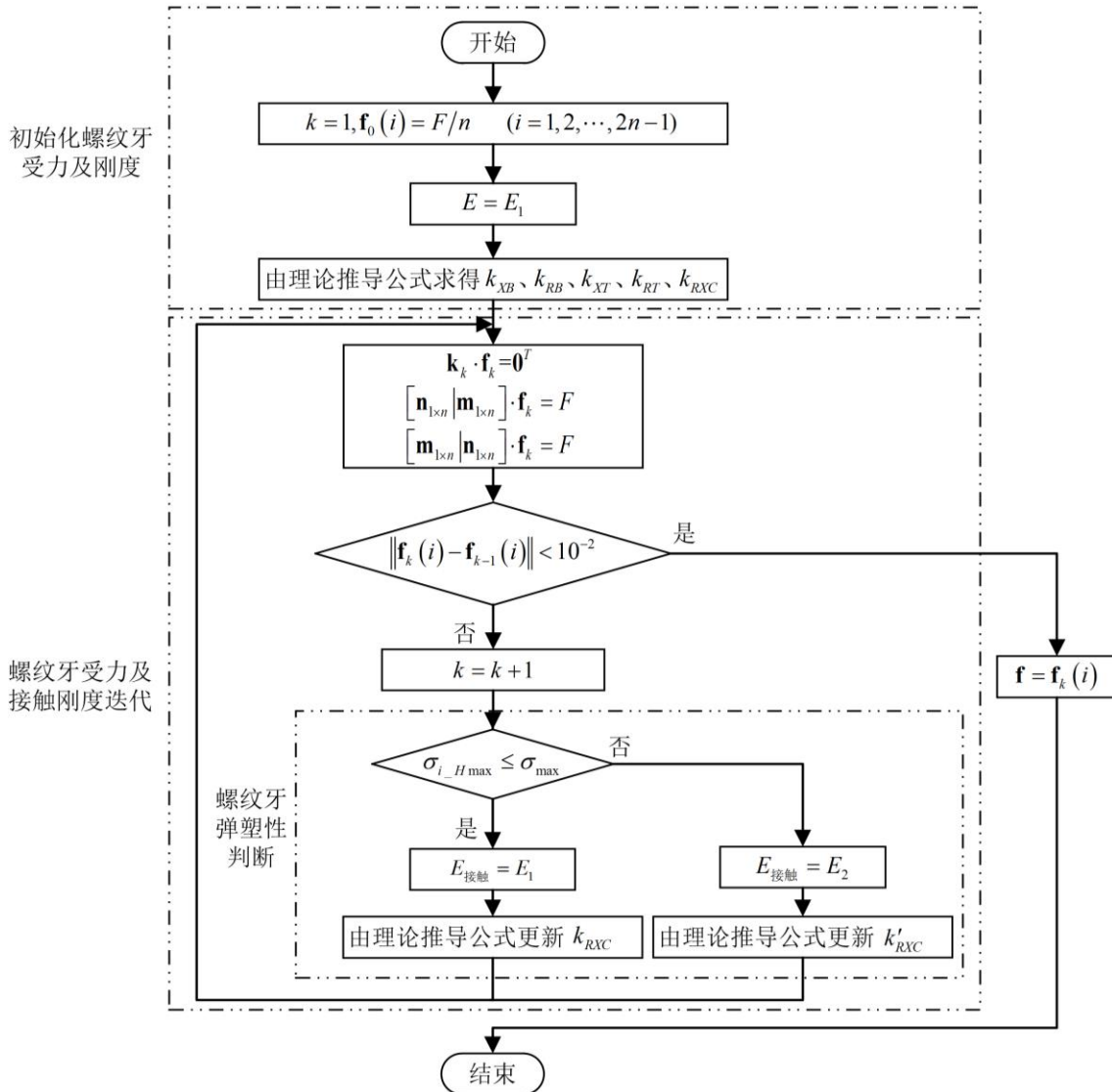


图 2-11 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布迭代算法

此时的 IPRS 螺纹牙载荷分布模型已经包含弹性变形阶段和塑性变形阶段，适用于 IPRS 弹塑性载荷分布求解。

## 2.5 本章小结

本章基于 IPRS 结构特征和承载原理，首先分别对丝杠、滚柱和螺母螺纹牙进行编号，为理论建模奠定基础，然后对 IPRS 的螺纹基体、螺纹牙及螺纹牙接触点三个结构特征进行承载、静载刚度及变形量分析，并基于单个螺纹牙闭环变形协调方程，得到初始 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布，由于接触变形的非线性，因此还需要进行迭代运算直至载荷收敛，最终推导出 IPRS

弹性螺纹牙载荷分布。

以赫兹接触理论和米塞斯屈服准则为理论基础，定义滚柱丝杠侧最右端螺纹牙的最大接触应力等于实际屈服极限时为 IPRS 弹塑性临界点，首先求得弹塑性临界点滚柱与丝杠最右端螺纹牙的轴向载荷，然后将其带入 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型中，获得单个滚柱弹塑性临界轴向载荷，最后，由于假设滚柱间载荷均匀分配，因此将单个滚柱弹塑性临界轴向载荷乘以滚柱个数即可得到 IPRS 弹塑性临界轴向载荷。

在此基础上，利用简化弹塑性力学模型计算塑性阶段的轴向接触变形量及弹塑性轴向等效接触刚度，将 IPRS 塑性接触变形阶段加入载荷分布模型中，建立 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型。

## 第 3 章 IPRS 弹塑性接触有限元分析

第 2 章完成了对 IPRS 的轴向静载刚度、弹塑性变形及载荷分布的理论建模,为了验证所建模型正确性,对 IPRS 进行静力学有限元仿真,分析 IPRS 临界载荷大小、轴向载荷分布及螺纹牙啮合段静载刚度。

### 3.1 IPRS 有限元模型建立

IPRS 主要由丝杠、滚柱、螺母、保持架、定位套等组成,本文通过 SolidWorks 软件完成 IPRS 的三维建模与装配,其三维模型如图 3-1 所示,主要结构参数见表 3-1。

表 3-1 IPRS 模型结构参数

名称	数值
丝杠中径 $d_s$ (mm)	12.5
滚柱中径 $d_r$ (mm)	4.25
螺母中径 $d_N$ (mm)	21
丝杠头数 $n_s$	3 (右旋)
滚柱头数 $n_r$	1 (左旋)
螺母头数 $n_N$	3 (左旋)
螺距 $P$ (mm)	1
滚柱螺纹牙个数 $n$	18
螺纹牙牙型角 $\theta$ ( $^\circ$ )	90
滚柱个数 $z$	6

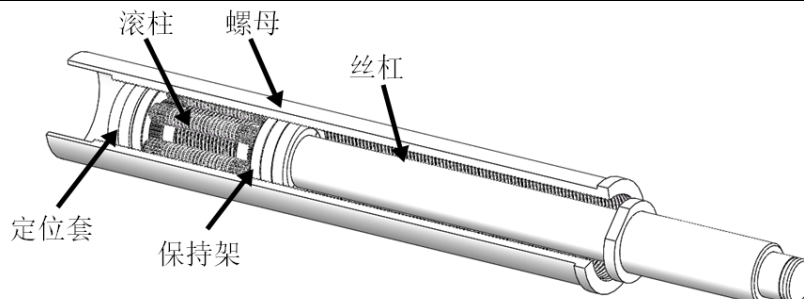


图 3-1 IPRS 三维结构模型

如图 3-1 所示,IPRS 的三维模型较为复杂,螺纹牙尺寸较小,导致仿真计算量较大,为了提高仿真效率,降低仿真收敛难度,根据 IPRS 结构特征

和承载分析，对模型进行如下简化：

(a) 保留丝杠、滚柱和螺母螺纹牙啮合部分的所有特征，去除丝杠、螺母螺纹牙未啮合部分，去除挡圈等其它对 IPRS 弹塑性接触和承载特性无影响的结构，用边界条件模拟保持架等对 IPRS 的约束作用；

(b) IPRS 多个滚柱均匀承受外部轴向施加载荷，仅对 IPRS 结构的  $1/z$  扇形结构进行有限元仿真分析；

(c) IPRS 螺母、滚柱和丝杠的材料各向同性；

(d) 滚柱螺纹牙简化为三角形螺纹牙。

在 SolidWorks 三维建模软件中利用切割命令完成 IPRS 模型的简化，简化后的 IPRS 模型如图 3-2 所示，将其另存为 .x\_t 格式，并导入 ANSYS Workbench 有限元仿真软件中。

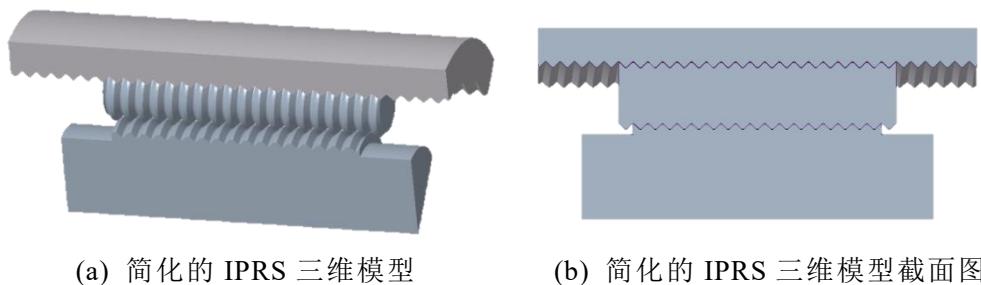


图 3-2 简化的 IPRS 模型

## 3.2 网格划分及边界条件建立

### 3.2.1 模型的网格划分

本文中，IPRS 有限元模型是在 SolidWorks 中建模并另存为 .x\_t 后导入至 Workbench 中的，因此模型部分表面会被分割成多个面，所以在进行有限元仿真的前处理时，需要使用 DM 中合并面命令将被分割的面修复，保证所建模型的准确性，以便划分高质量网格，避免出现求解不收敛现象。

由于 IPRS 模型的复杂性，本文采用分块网格划分的方式进行网格划分，将规则的分块区域用扫略的方式进行网格划分，采用六面体单元网格，而由于螺旋升角存在的非规则螺纹牙区域则用自动生成的四面体单元网格。其次，仿真需要尽可能减少计算和时间成本，同时还需要保证仿真的精度，因此对滚柱与丝杠、螺母螺纹牙啮合区域进行网格细化，而其他区域相对网格较稀疏。此外，由于本文中 IPRS 将在弹性变形的基础上发生塑性变形，因此将网格的物理偏好设置为非线性力学。最后，使用网格检查工具对所划分网格进行网格质量检查，确保网格无错误单元和节点，并需要保证网格质量均值

大于 0.7。网格划分结果如图 3-3 所示，其中螺母网格单元数为 67349，滚柱网格单元数为 98673，丝杠网格单元数为 19739，网格质量均值为 0.85。

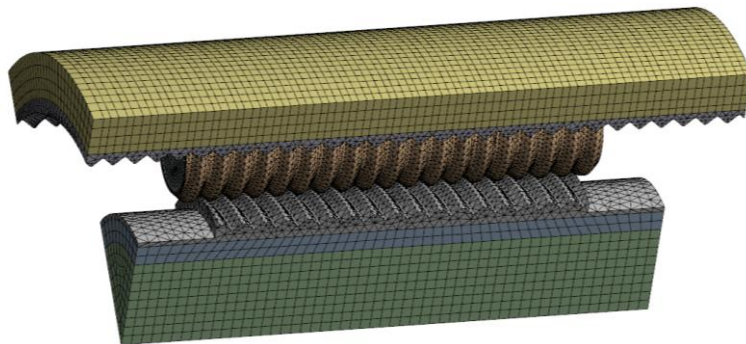


图 3-3 IPRS 模型网格划分

### 3.2.2 接触面和边界条件设置

图 3-4 中 IPRS 模型的螺纹牙接触条件为：分别对螺母与滚柱、滚柱与丝杠的螺纹牙啮合设置接触对，螺母与滚柱共有 18 个接触对，滚柱为接触体，螺母为目标体，而由于结构原因，滚柱和丝杠共有 17 个接触对，丝杠为接触体，滚柱为目标体。螺母与滚柱、滚柱与丝杠的接触类型均设置为有摩擦接触的面-面接触，并将摩擦系数大小设置为 0.2，同时由于仿真包含塑性变形，刚度会发生变化，因此将刚度更新选项设置为每次迭代，且仿真中不考虑轴向间隙的影响，因此界面处理设置的选项改为去除间隙、直接接触，同时在分析设置中打开大变形开关，以便仿真收敛。

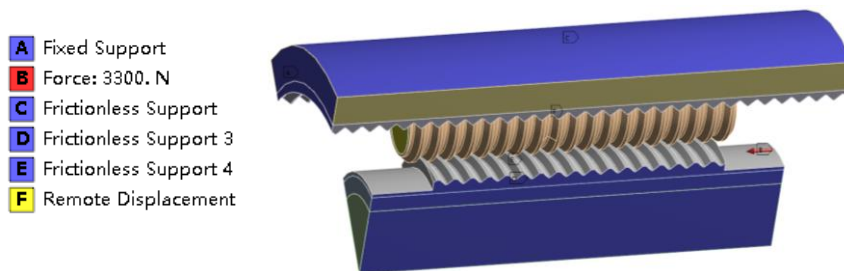


图 3-4 IPRS 模型边界条件

图 3-4 中 IPRS 模型的位移边界条件为：由于本仿真为 IPRS 的静力学仿真，因此模型中丝杠、滚柱和螺母均只保留 Z 轴的移动自由度，而 X、Y 轴的移动自由度和绕 X、Y 及 Z 轴的转动自由度均被约束。为达到以上自由度要求，固定约束螺母的左侧端面，以模拟螺母安装，并在螺母的外圆面添加无摩擦支撑；滚柱在左右两端面添加位移限制，以模拟两端保持架约束；丝杠轴向两侧端面添加无摩擦支撑。

图 3-4 中 IPRS 模型的载荷边界条件为：IPRS 螺母左端面固定，丝杠右



端面承受轴向施加载荷，载荷方向与丝杠轴向重合且指向丝杠内部，因此丝杠和螺母均承受压力。当 IPRS 的总轴向施加载荷  $F_{all}$  大小为 20kN 时，由于模型的简化，所以模型中丝杠右端面所施加的轴向载荷为  $1/6F_{all}$ ，即载荷大小  $F=3.3\text{kN}$ ，方向为与丝杠轴线重合且向内，即为受压状态。

### 3.3 有限元分析结果

#### 3.3.1 螺纹牙接触应力、应变趋势

图 3-5 为 IPRS 有限元模型仿真得到的应力云图，丝杠右端面施加载荷为 3300N，在此施加载荷作用下，螺母、滚柱和丝杠部分螺纹牙已发生了塑性变形。

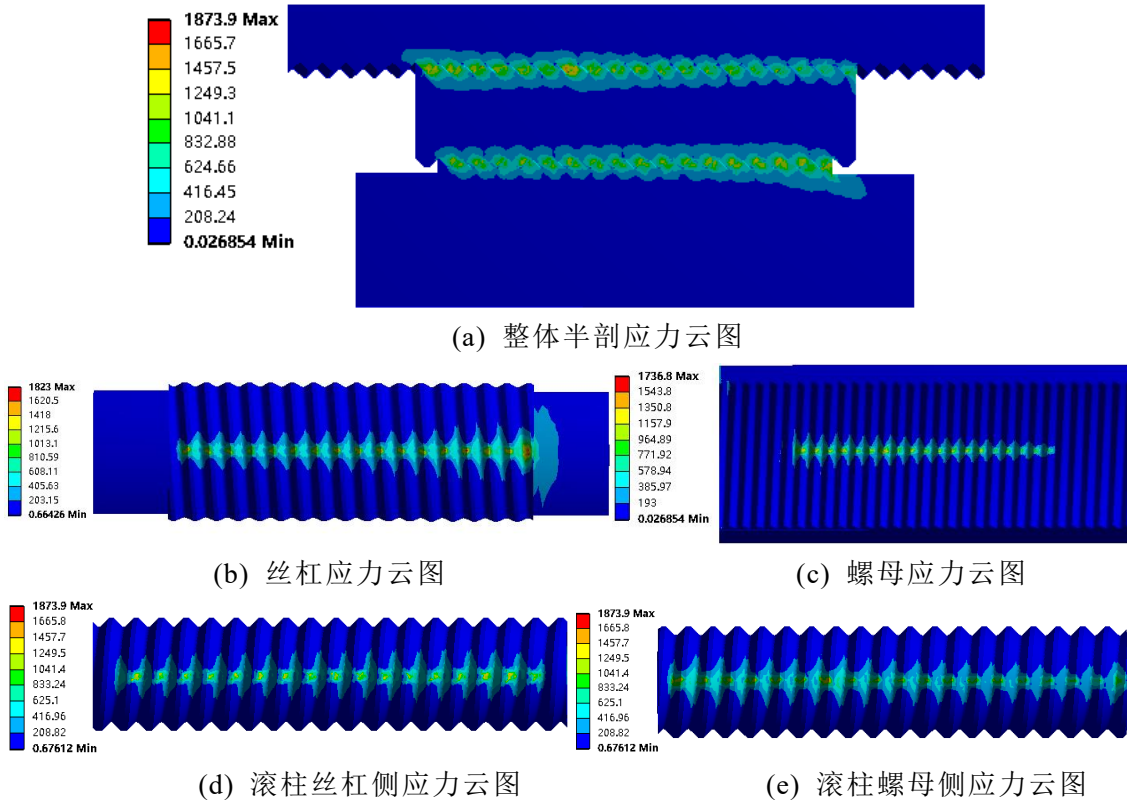


图 3-5  $F=3300\text{N}$  时的应力云图

图 3-5 (a)、(b)、(c)、(d)和(e)分别是 IPRS 整体的半剖应力云图和各个零件的应力云图。从图 3-5 (a)剖视应力云图中可以看出，在 3300N 的轴向施加载荷下，IPRS 最大接触应力位于滚柱丝杠侧的最右端螺纹牙啮合点处，其大小为 1873.9MPa。从图 3-5 (b)、(c)、(d)、(e)中可以看出，丝杠的最大接触应力位于最右端螺纹牙啮合点处，其大小为 1823MPa，螺母的最大接触应力位于最左端螺纹牙啮合点处，其大小为 1736.8MPa，滚柱的最大接触应力位于

滚柱丝杠侧的最右端螺纹牙啮合点处，其大小为 1873.9MPa，且丝杠、螺母及滚柱每个单独零件各啮合点位置的接触应力并不相等，说明 IPRS 的载荷分布是不均匀的。丝杠从最左侧到最右侧，螺纹牙编号逐渐增大，螺纹牙应力逐渐增大，符合丝杠左端面为自由端，右端面承受施加载荷的实际受力情况，且可以看出螺纹牙应力增大趋势的较为均匀；螺母从最左侧到最右侧，螺纹牙编号逐渐增大，螺纹牙应力逐渐减小，符合螺母左端面固定约束，右端面为自由端的实际受力情况，且螺纹牙应力减小趋势的同样较为均匀；从滚柱应力云图可以看出，滚柱丝杠侧和滚柱螺母侧应力变化趋势分别对应丝杠和螺母应力变化趋势，同时可以看出，滚柱丝杠侧螺纹牙应力普遍大于滚柱螺母侧螺纹牙应力，这是由于滚柱丝杠侧比滚柱螺母侧少一对螺纹牙啮合，因此在相同合外力的作用下，滚柱丝杠侧平均螺纹牙载荷更大，故滚柱丝杠侧螺纹牙平均应力也更大。

图 3-6 (a)为 IPRS 有限元模型仿真得到的总应变云图，其中滚柱丝杠侧最右端螺纹牙总应变最大，最大应变为  $3.44 \times 10^{-2}$ ，这与应力云图中最大接触应力值相对应。并且从图 3-6 (b)和(c)可以看出，滚柱丝杠侧螺纹牙总应变普遍大于滚柱螺母侧螺纹牙总应变，这与滚柱应力云图分布相对应。

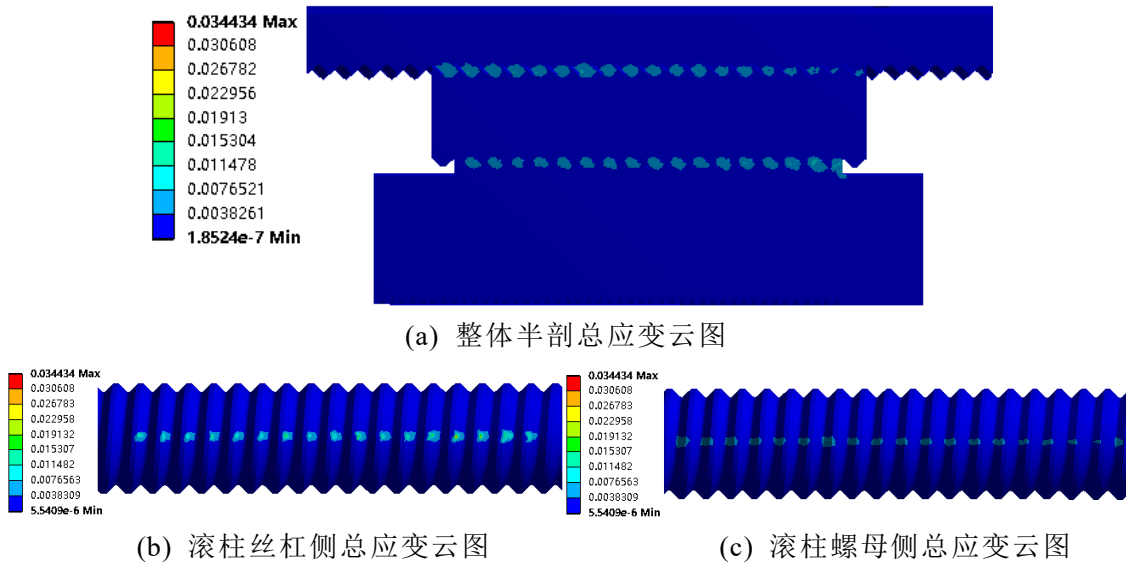


图 3-6 F=3300N 时的总应变云图

### 3.3.2 弹塑性临界点载荷分析

从前文仿真分析可知，滚柱丝杠侧最右端螺纹牙应力值与总应变值均为最大，最先发生塑性变形，因此取滚柱最右侧螺纹牙的最大应力和最大应变点做应力-应变曲线，如图 3-7 所示。



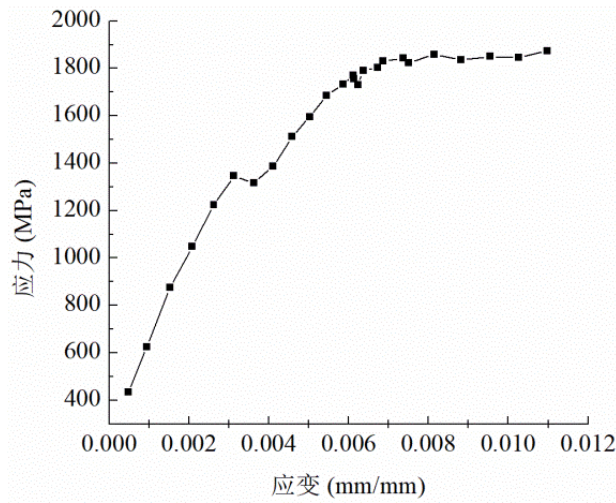


图 3-7 滚柱最右端螺纹牙的应力-应变曲线

从图 3-7 曲线中可以看出，在总应变为  $5.86 \times 10^{-3}$  时，滚柱最右侧螺纹应力达到了屈服极限 1732MPa，这与预设的 GCr15 的应力-应变曲线相一致。当总应变为  $5.86 \times 10^{-3}$  时，从图 3-8 可以看出，时间为 0.52S，与此对应的时间节点丝杠弹性应变不再增大，而从图 3-9 可以看出此时塑性应变从零开始增大，由此可证明此时达到了弹塑性的临界点，而此时对应的滚柱丝杠侧最右端螺纹牙的轴向载荷为 127.63N，则其轴向施加载荷为 1715.6N，即单个滚柱的 IPRS 弹塑性临界点载荷为 1715.6N，将其乘以滚柱个数  $z=6$  得总施加载荷为 10293.6N，即为 IPRS 弹塑性临界载荷。

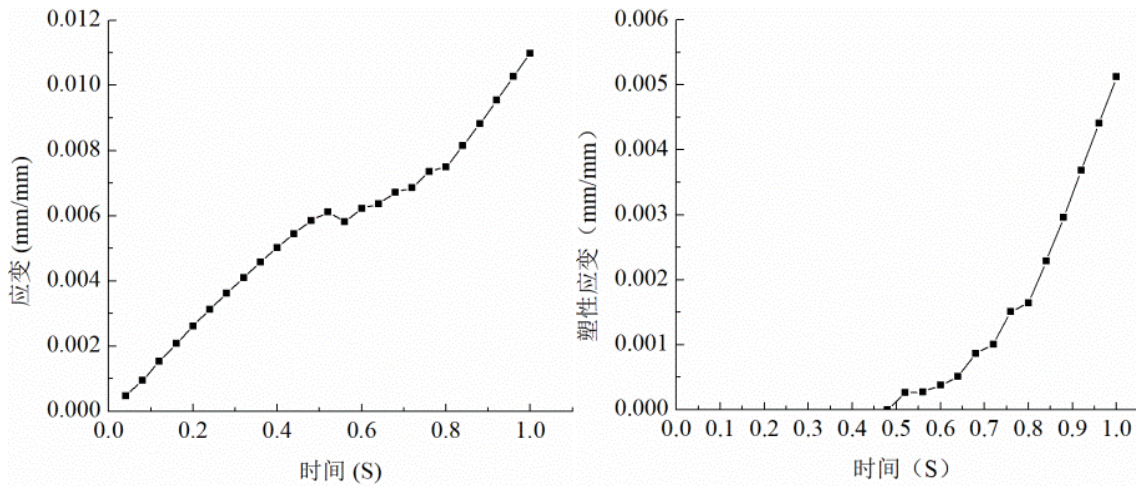


图 3-8 滚柱最右端螺纹牙应变曲线      图 3-9 滚柱最右端螺纹牙塑性应变曲线

将 IPRS 的丝杠中径  $d_s=12.5\text{mm}$ 、滚柱中径  $d_r=4.25\text{mm}$  及螺旋升角  $\theta=90^\circ$  带入式(2-42)和式(2-43)，得到滚柱和丝杠接触点处的曲率和  $\sum \rho=0.443$  和主曲率函数  $F(\rho)=0.145$ ，等效弹性模量  $\bar{E}=1.5 \times 10^5 \text{MPa}$ ，根据  $F(\rho)$  值查得系数：

$m_a=1.11$ 、 $m_b=0.908$ 、 $m_a m_b=1.01$ ，由式(2-44)可求得  $b/a=0.818$ ，取系数  $k_{st}=0.3$ ，将以上参数带入式(2-49)可计算得到单个螺纹牙弹塑性临界法向载荷  $F_{ns}=168.9\text{N}$ ，再将  $F_{ns}$  带入式(2-50)得到单个螺纹牙弹塑性临界点轴向载荷  $F_{as}=119.1\text{N}$ ，将理论模型值与仿真值对比，误差为：

$$\Delta_1 = \frac{127.63-119.1}{127.63} \times 100\% = 6.68\% \quad (3-1)$$

滚柱丝杠侧单个螺纹牙弹塑性临界点轴向载荷理论值与仿真值十分接近，误差较小。仿真值略大于模型理论值的原因是 IPRS 六分之一的仿真模型中，丝杠最右端螺纹牙，即丝杠第 34 号螺纹牙不是完整的螺纹牙，如图 3-10 所示，因此变形较大，承受载荷较小，导致剩余螺纹牙承受载荷总和比正常情况下载荷总和更大，故分布在每个螺纹牙上的载荷值亦比正常情况下的载荷值更大。

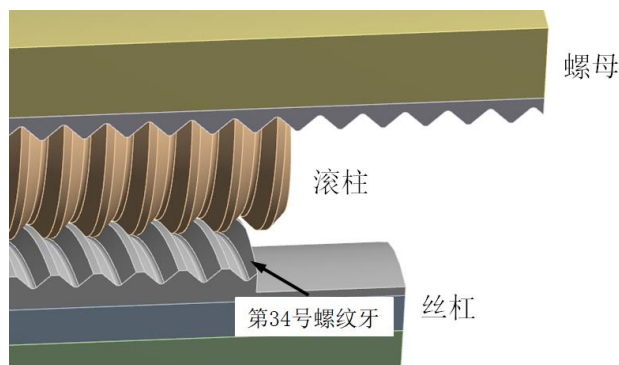


图 3-10 丝杠第 34 号螺纹牙放大图

### 3.3.3 IPRS 螺纹牙载荷分布

由前文分析可知，本文中 IPRS 六分之一模型的弹塑性临界点轴向载荷值为  $1715.6\text{N}$ ，即当总轴向施加载荷小于等于  $1715.6\text{N}$  时，IPRS 处于弹性阶段，将 IPRS 相关参数和施加载荷  $F=1715.6\text{N}$  带入 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型中进行数值求解，并将 IPRS 滚柱丝杠侧螺纹牙啮合对与滚柱螺母侧螺纹牙啮合对的轴向载荷进行仿真求解，将所得的结果进行对比。理论和仿真结果见表 3-2，其中  $F_{Ni}$  和  $F_{Si}$  分别表示滚柱螺母侧和滚柱丝杠侧第  $i$  个螺纹牙轴向载荷。

从图 3-11 (a)和(b)中可以看出，仿真结果与理论结果基本吻合，其中螺母侧螺纹牙轴向载荷最大相对误差为  $22.3\%$ ，丝杠侧螺纹牙轴向载荷最大相对误差为  $13.1\%$ （除第 34 号螺纹牙），无论是滚柱螺母侧还是丝杠侧，其理论数值解均比仿真解均匀。

表 3-2 IPRS 单个螺纹牙轴向载荷理论和仿真结果

	理论结果	仿真结果		理论结果	仿真结果		理论结果	仿真结果
$F_{N1}$	142.84	130.43	$F_{N25}$	79.65	83.01	$F_{S14}$	90.96	95.46
$F_{N3}$	132.20	111.97	$F_{N27}$	78.33	95.86	$F_{S16}$	92.31	96.34
$F_{N5}$	122.96	105.51	$F_{N29}$	77.30	78.17	$F_{S18}$	94.15	101.42
$F_{N7}$	114.94	105.40	$F_{N31}$	76.49	81.29	$F_{S20}$	96.53	98.07
$F_{N9}$	108.02	98.36	$F_{N33}$	75.49	76.07	$F_{S22}$	99.53	101.65
$F_{N11}$	102.06	93.75	$F_{N35}$	75.24	67.88	$F_{S24}$	103.19	102.51
$F_{N13}$	96.96	109.70	$F_{S2}$	90.28	102.76	$F_{S26}$	107.59	109.68
$F_{N15}$	92.93	100.78	$F_{S4}$	89.79	98.04	$F_{S28}$	112.82	100.29
$F_{N17}$	88.96	96.12	$F_{S6}$	89.46	94.63	$F_{S30}$	118.95	113.07
$F_{N19}$	85.90	97.11	$F_{S8}$	89.36	96.59	$F_{S32}$	126.10	127.63
$F_{N21}$	83.37	87.91	$F_{S10}$	89.54	93.11	$F_{S34}$	134.38	87.78
$F_{N23}$	81.31	96.08	$F_{S12}$	90.05	96.47			

根据表 3-3 分别绘制 IPRS 螺母侧和丝杠侧轴向载荷分布结果曲线图,如图 3-11 所示。

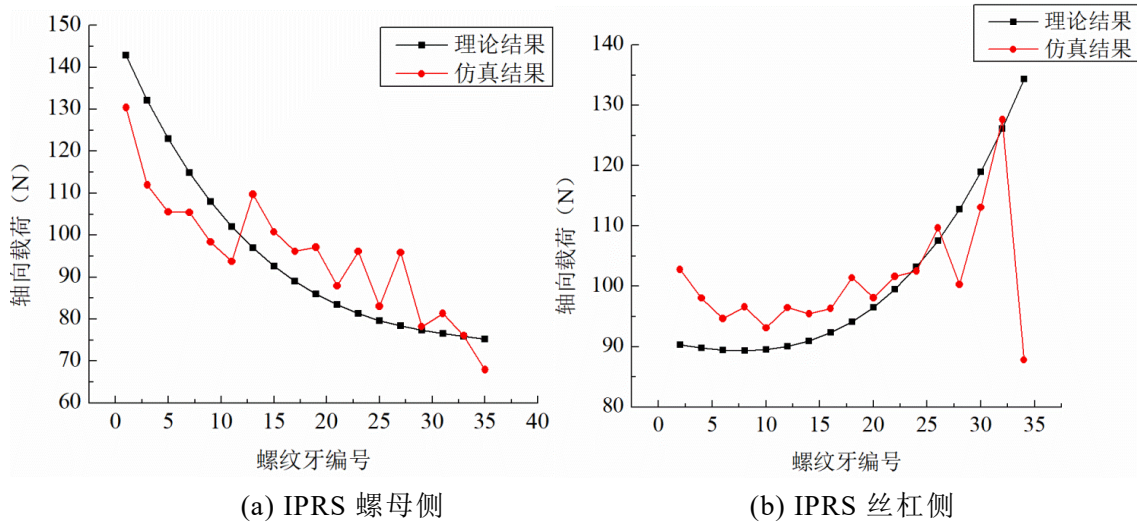


图 3-11 IPRS 轴向载荷分布结果

从图 3-11 (a)发现,螺母侧仿真结果两端螺纹牙轴向载荷值比理论值普遍偏低,而图 3-11 (b)中丝杠侧仿真结果两端螺纹牙轴向载荷值比理论普遍偏高,造成这个现象的主要原因是仿真的边界条件中限制了滚柱两侧端面的径向自由度,以模拟保持架对滚柱的限制情况,而理论模型中并未考虑保持架对滚柱两侧端面的约束作用。因此仿真中丝杠右侧端面承受轴向负载,通过丝杠滚柱螺纹啮合传递至滚柱,再由滚柱通过滚柱螺母啮合传递至螺母,由

于滚柱两侧端面径向自由度受到约束，而滚柱中心没有约束，在螺纹牙径向力作用下，滚柱呈拱形，从而导致螺母侧两端螺纹牙轴向载荷值偏小，而丝杠侧两端螺纹牙轴向载荷值偏大。除此之外，注意到第 34 号螺纹牙理论与仿真结果误差较大，造成这个现象的原因同样是 IPRS 六分之一的仿真模型中，第 34 号螺纹牙并不完整，因此变形较大，承受载荷较小。

当 IPRS 六分之一模型施加载荷大于 1715.6N 时，IPRS 产生塑性变形，IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型将产生偏差，本文将六分之一模型的施加载荷增大至 1979.9N，此时丝杠、滚柱和螺母部分螺纹牙进入塑性阶段，将 IPRS 相关参数和施加载荷  $F=1979.9\text{N}$  分别带入弹性载荷分布模型和弹塑性载荷分布模型进行数值求解，并将  $F=1979.9\text{N}$  时 IPRS 滚柱丝杠侧螺纹牙啮合对与滚柱螺母侧螺纹牙啮合对的轴向载荷进行仿真求解，将所得的结果进行对比。理论和仿真结果见表 3-3。

表 3-3 IPRS 单个螺纹牙轴向载荷理论和仿真结果

	弹性结果	弹塑性结果	仿真结果		弹性结果	弹塑性结果	仿真结果
$F_{N1}$	165.46	176.53	144.28	$F_{S2}$	104.19	110.11	120.67
$F_{N3}$	153.03	161.40	123.11	$F_{S4}$	103.61	109.12	112.11
$F_{N5}$	142.23	148.34	116.36	$F_{S6}$	103.21	108.18	109.39
$F_{N7}$	132.88	137.08	115.40	$F_{S8}$	103.08	107.40	110.84
$F_{N9}$	124.80	127.40	108.35	$F_{S10}$	103.27	106.88	108.45
$F_{N11}$	117.86	119.12	103.69	$F_{S12}$	103.86	106.69	111.50
$F_{N13}$	111.91	112.06	107.22	$F_{S14}$	104.90	106.92	108.06
$F_{N15}$	106.86	106.08	109.65	$F_{S16}$	106.45	107.63	111.35
$F_{N17}$	102.61	101.04	105.50	$F_{S18}$	108.89	108.90	117.07
$F_{N19}$	99.05	96.85	106.25	$F_{S20}$	111.36	110.79	113.01
$F_{N21}$	96.11	93.39	95.56	$F_{S22}$	114.84	113.37	116.71
$F_{N23}$	93.72	90.57	104.83	$F_{S24}$	119.11	116.71	118.04
$F_{N25}$	91.80	88.30	90.43	$F_{S26}$	124.24	120.89	128.24
$F_{N27}$	90.28	86.50	103.21	$F_{S28}$	130.34	125.99	117.33
$F_{N29}$	89.08	85.09	84.35	$F_{S30}$	137.50	132.12	131.60
$F_{N31}$	88.14	83.97	87.21	$F_{S32}$	145.85	139.39	143.89
$F_{N33}$	87.38	83.05	81.01	$F_{S34}$	155.52	147.92	101.21
$F_{N35}$	86.70	82.23	72.81				

根据表 3-3 分别绘制 IPRS 螺母侧和丝杠侧轴向载荷分布结果曲线图,如图 3-12 所示。

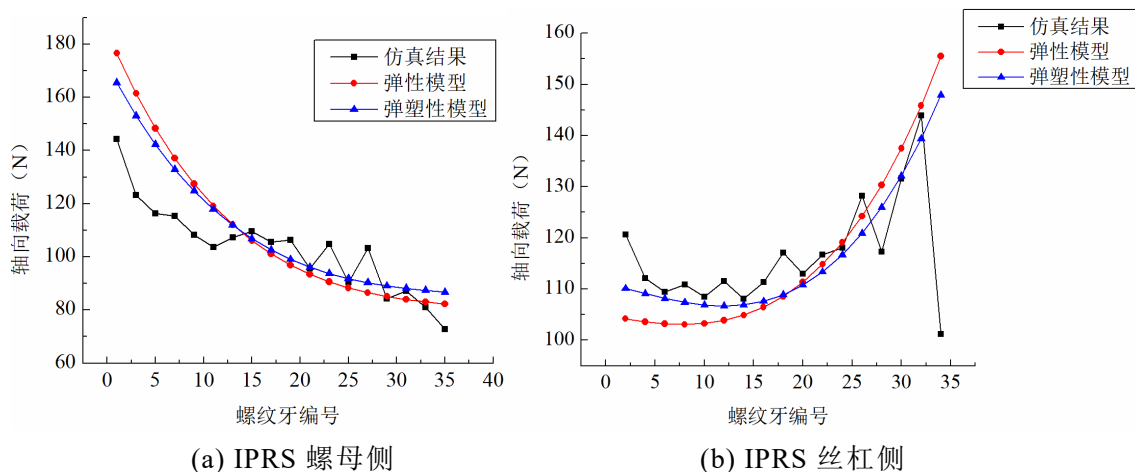


图 3-12 IPRS 轴向载荷分布结果

从图 3-12 (a)和(b)可以发现,滚柱螺母侧和滚柱丝杠侧弹塑性轴向载荷分布模型理论解比弹性轴向载荷分布模型理论解更加平滑,即弹塑性模型所求得分布更加均匀。造成这个现象的原因是,IPRS 在  $F=1979.9\text{N}$  时,丝杠和螺母螺纹牙仅部分发生塑性变形,塑性变形的变形量更大,致使其承载能力变弱,承受载荷值增加量减小,在总施加载荷恒定的情况下,未发生塑性变形的螺纹牙承受载荷值将增大,因此整体而言,塑性阶段螺纹牙的轴向载荷分布更加均匀,故曲线更加平滑。

图 3-12 (a)和(b)仿真结果均与弹塑性理论模型结果拟合更好,其中滚柱螺母侧螺纹牙轴向载荷最大相对误差为 22.9%,滚柱丝杠侧螺纹牙轴向载荷最大相对误差为 8.7% (除第 34 号螺纹牙)。

### 3.3.4 IPRS 系统静载刚度分析

将螺母、滚柱和丝杠啮合部分视作一个完整的系统,此系统中螺母左侧端面固定,滚柱为联结螺母和丝杠的中间零件,丝杠右侧端面施加轴向外部载荷,则此系统的外部边界条件为螺母左侧端面的固定和丝杠右侧端面施加的外部载荷,因此此系统螺纹牙啮合段的静载刚度可以表示为外部施加载荷与系统总轴向变形量的比值,即外部施加载荷与丝杠轴向位移量的比值。

图 3-13 为 IPRS 六分之一模型啮合部位系统的施加载荷-位移曲线,其斜率即为 IPRS 六分之一模型啮合部位的系统刚度,因此可以看出 IPRS 系统刚度不变,且其刚度值大小为  $74809.7\text{N/mm}$ 。



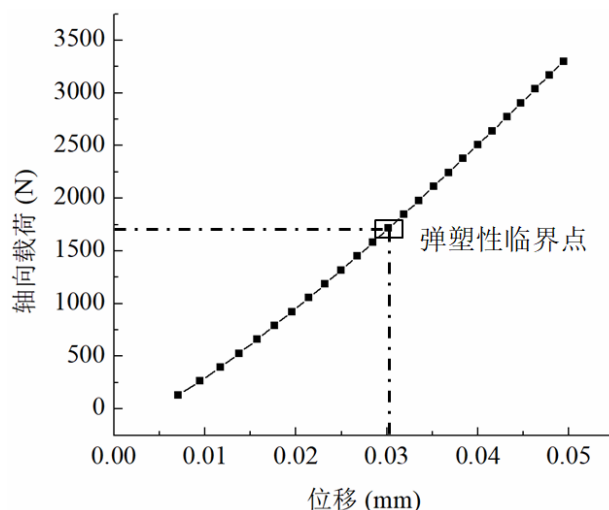


图 3-13 IPRS 系统载荷-位移曲线

但是根据理论模型，滚柱丝杠侧最右侧螺纹牙应力-应变曲线和应变-时间曲线可知，系统在  $F=1715.6\text{N}$  时开始发生塑性变形，理论而言系统静载刚度应该在发生塑性变形后减小，但从图 3-13 可以看出，在弹塑性临界点其刚度值并未发生明显变化。实际上，从图 3-9 可以看出，在 0.52S 时滚柱丝杠侧最右端螺纹牙已经发生塑性变形，但是由于螺纹牙间载荷的不均匀分布性，滚柱丝杠侧除最右侧螺纹牙外，其余螺纹牙仍处于弹性变形阶段，即从 0.52S 开始，滚柱丝杠侧最右侧螺纹牙应力不再增大，而第二个螺纹牙应力继续增大至屈服极限，然后开始第三个螺纹牙应力增大，以此类推，故最右端螺纹牙虽然已经发生塑性变形，但其变形量大小由其他未发生塑性变形的螺纹牙决定，即变形量仍属于弹性变形范围，在  $F=3300\text{N}$  时，滚柱丝杠侧最左端螺纹牙仍然处于弹性范围，因此 IPRS 整体仍然属于弹性范围。综上，虽然逐渐增大外部施加载荷至螺纹牙弹塑性临界点，再至  $F=3300\text{N}$ ，滚柱丝杠侧部分螺纹牙发生了塑性变形，但整体变形量仍然属于弹性范围，故当施加载荷在一定范围内时，IPRS 的系统静载刚度为常数，不会随着外部施加载荷的增加而产生改变，直至 IPRS 所有啮合螺纹牙均发生塑性变形。

### 3.4 本章小结

本章完成了 IPRS 三维模型及有限元模型的建立，为了提高仿真效率及结果精度，对 IPRS 模型进行了适当的简化和细化。通过对简化的 IPRS 有限元模型材料属性定义、网格划分及边界条件设置，完成 IPRS 仿真的预处理，还原 IPRS 实际静载工况，并进行了有限元仿真。

对 IPRS 静载仿真结果进行了详细分析。通过 IPRS 应力、应变云图对其

承载分布进行基础判断,通过滚柱最右端螺纹牙应力-应变曲线判断弹塑性临界点载荷值,将其与理论解析解作对比,以验证弹塑性临界载荷模型的正确性;分别统计弹性阶段和塑性阶段仿真的滚柱丝杠侧、滚柱螺母侧螺纹牙轴向载荷值,并绘制曲线,将其与理论载荷分布曲线作对比,分别验证了 IPRS 弹性载荷分布模型和 IPRS 弹塑性载荷分布模型的正确性。同时,绘制 IPRS 力-位移曲线图,对其趋势进行分析,并获得 IPRS 螺纹牙啮合段静载刚度值,为 IPRS 静载实验对比做好准备。

## 第 4 章 IPRS 专用夹具设计及静载实验

本文已经完成了 IPRS 承载能力相关理论和仿真部分的研究，为了进一步验证理论推导的正确性，本章节将设计 IPRS 静载实验，通过 IPRS 螺纹牙变形量测量及 IPRS 螺纹牙啮合段静载刚度计算，以验证所建立模型及仿真的正确性。

### 4.1 IPRS 静载实验方案设计

IPRS 静载实验的基本思想为固定 IPRS，对 IPRS 施加超过静满载的轴向载荷，记录其轴向载荷作用下轴向位移值和载荷值，从而计算获得 IPRS 螺纹牙啮合段静载刚度值，并对 IPRS 滚柱丝杠侧螺纹牙进行变形量测量，然后将螺纹牙啮合段静载刚度值和螺纹牙变形量与理论模型和仿真结果做对比，以验证理论模型和仿真的正确性。

在 IPRS 静载实验中，IPRS 所承受的竖直向下的施加载荷由型号为 CMT4204 的微机控制电子万能试验机提供，如图 4-1 所示，其量程为 20kN，载荷范围满足本实验需求（本实验所需最大载荷值为 16.63kN），且相对于液压力源，微机试验机占地更小，控制精度更高。



图 4-1 CMT4204 微机控制电子万能试验机

IPRS 静载实验中，IPRS 处于静载状态，即需要约束 IPRS 的 X、Y 轴的移动自由度和 X、Y 及 Z 轴的转动自由度，仅保留 Z 轴的移动自由度。同时，IPRS 在静载状态下，应视为一个整体，即丝杠、滚柱和螺母三者之间无相对转动，但是由于 IPRS 不具有自锁性，在轴向载荷下丝杠和螺母将发生相对转动，因此在限制 Z 轴的转动自由度时，应同时限制丝杠和螺母的 Z 轴转动自由度，以保证丝杠、滚柱和螺母三个零件之间无相对转动。为实现上述对 IPRS 自由度的限制，本实验需要设计一套 IPRS 静载专用夹具。



为获得 IPRS 螺纹牙啮合段的静载轴向刚度，需要知道施加于 IPRS 的轴向载荷及在此载荷作用下的 IPRS 轴向变形量。IPRS 的施加载荷由万能试验机提供，但是注意到，IPRS 不具有自锁性，万能试验机提供的施加载荷会由于螺纹升角的存在被分解为轴向载荷和切向载荷，切向载荷促使丝杠产生转矩，而此转矩会被 IPRS 专用夹具平衡，因此此时的施加轴向载荷大于实际导致 IPRS 轴向变形的轴向载荷，为精确得到此有效轴向载荷值，应单独添加力传感器，且位于螺母下方以测量有效轴向载荷值。本文中采用斯巴拓 SBT673 力传感器，其综合误差为 0.1%FS，满足实验力精度要求，且体积较小，结构与夹具相匹配。SBT673 力传感器具体参数见表 4-1。

表 4-1 SBT673 力传感器参数表

型号	SBT673
量程	5kN
高	25mm
直径	41mm
综合误差	$\leq \pm 0.1\%$
灵敏度	$2.0 \pm 10\% \text{mV/V}$
蠕变	$\pm 0.1\% \text{FS}/30\text{min}$

在 IPRS 静载仿真中，仅对滚柱与丝杠、螺母螺纹牙啮合的部分进行了承载仿真，并未包含丝杠及螺母的非啮合段，因此 IPRS 静载实验中的目标刚度也应当为 IPRS 螺纹牙啮合段的刚度值，实验时应该排除丝杠及螺母的非啮合段刚度对目标刚度的影响，因此应单独添加位移传感器，测量范围为滚柱与丝杠、螺母螺纹牙啮合部分沿着 Z 轴方向的位移值。本文中采用 DGC-8ZG/C 电感式位移传感器，其位移有效范围为  $\pm 60\mu\text{m}$ ，位移分辨为  $0.1\mu\text{m}$ ，满足实验位移精度要求，且其体积小，重复性好，适用于小型微量位移检测。DGC-8ZG/C 电感式位移传感器具体参数见表 4-2。

表 4-2 DGC-8ZG/C 电感式位移传感器参数表

型号	DGC-8ZG/C
测量范围	$\pm 0.6\text{mm}$
总行程	3mm
前行程	0.65-0.75mm
线性误差	$\pm 0.5\%$
重复性误差	$0.03\mu\text{m}$
测力	0.45-0.65N

根据 IPRS 静载实验基本思想和所选相关传感器，设计出 IPRS 静载实验方案，其原理如图 4-2 所示。

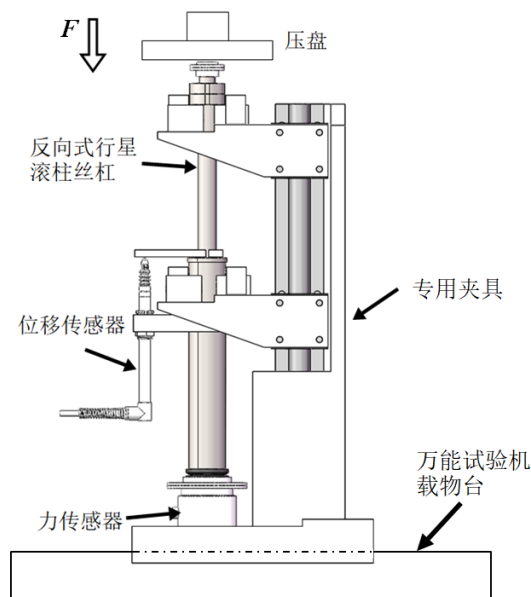


图 4-2 IPRS 静载实验原理图

首先将力传感器通过螺栓连接固定于专用夹具底座上；其次将 IPRS 固定于专用夹具两个活动平台之间以保证 IPRS 垂直于底面；然后将位移传感器通过专用夹具固定至 IPRS 螺母外圆面，位移传感器头部与位移挡板底部接触并预紧；最后将装有 IPRS 的专用夹具放置在 CMT4204 试验机承载平台上，调整夹具位置使压盘与丝杠旋转轴心重合，控制试验机压盘向下施加载荷至预定载荷值。由位移传感器、力传感器分别记录位移-时间曲线和力-时间曲线，经过数据处理即可得到 IPRS 的螺纹牙啮合段静载刚度曲线；拆卸专用夹具，将 IPRS 放在超景深显微镜上进行观察并测量，获得 IPRS 滚柱丝杠侧螺纹牙变形量。

## 4.2 IPRS 静载实验平台搭建

IPRS 静载实验方案设计完成后，根据 IPRS 结构特征及实验需求，搭建 IPRS 静载实验平台。IPRS 静载实验平台主要包含动力源、控制系统、位移检测和受力检测四个模块组成，同时 IPRS 由本文设计的专用夹具固定在万能试验机上，以保证 IPRS 承载过程中处于理想静载工作状态。

IPRS 静载实验平台中，动力源为实验室现有设备，力传感器和位移传感器为外购件，而专用夹具需要单独进行设计，其作用为实现 IPRS 的定位、夹紧和承载功能，其中 IPRS 的 Z 轴转动自由度约束条件为同时约束丝杠和

螺母的 Z 轴转动自由度。完成 IPRS 专用夹具结构设计后，还需要对其关键零部件进行强度和刚度校核，以保证夹具体合理性和有效性。

#### 4.2.1 实验专用夹具结构设计

IPRS 专用夹具的整体结构如图 4-3 所示，整个夹具体主要包含三个部分，分别为上下定位部分、导向部分、以及浮动支撑部分。上下定位部分和导向部分共同实现对 IPRS 的 X、Y 轴移动自由度和绕 X、Y 及 Z 轴转动自由度的约束，且导向部分还具有位移导向功能，浮动支撑部分的设计目的是为了

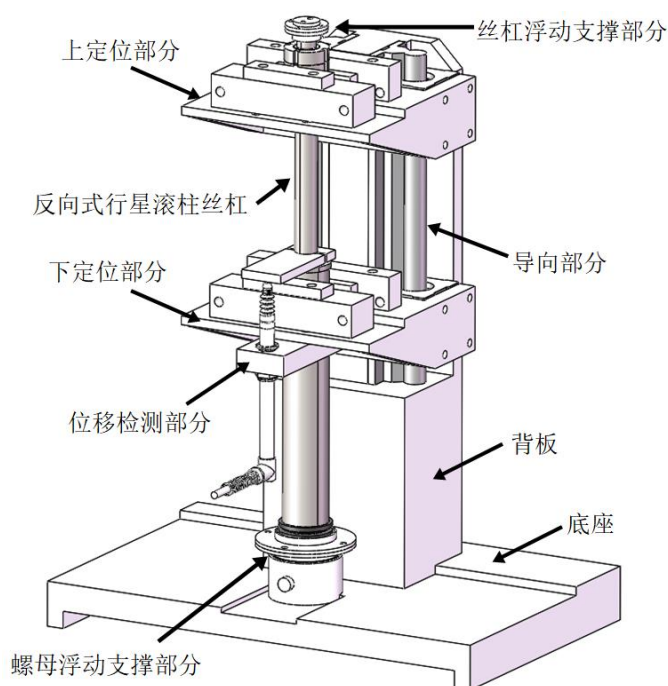


图 4-3 IPRS 专用夹具三维模型

(1) 上下定位部分 上下定位部分结构如图 4-4 所示。图 4-4 (a) 为下定位部分，主要由滑动平台、机械限位块、压紧块及两个 V 型块组成：滑动平台末端与导向部分的滑块通过螺钉固定连接，为下定位部分起到平台承载作用；V 型块 II 的侧端面与滑动平台凸起的两个端面紧靠，形成定位关系，而 IPRS 螺母外端面紧靠 V 型块 II，同时将 V 型块 I 和压紧块通过螺栓连接夹紧螺母外圆面，从而约束 IPRS 的 X 轴和 Y 轴移动自由度，定位面为 V 型块 II 的两个 V 型面；机械限位块凸出部分插入 IPRS 螺母外圆上的通孔中，形成机械限位，约束螺母的 Z 轴转动自由度；压紧块通过螺栓与滑动平台连接，在 Z 轴方向压紧 V 型块 II，同时压紧块亦有凸出结构，插入 IPRS 螺母外圆面上的通孔中，与机械限位块共同约束丝杠 Z 轴转动自由度。

图 4-4 (b)为上定位部分,其结构与下定位部分相似,同样由滑动平台、机械限位块、压紧块及两个 V 型块组成,区别在于由于 IPRS 结构特点,上下定位部分的具体装置尺寸略微不同,且上定位部分是 IPRS 丝杠外端面紧靠 V 型块 II,同时将 V 型块 I 和压紧块通过螺栓连接夹紧丝杠外圆面,从而与下定位部分配合共同约束 IPRS 的 X 轴和 Y 轴的转动自由度;同时机械限位块的凸出部分结构与锁紧螺母开口槽对应,并插入锁紧螺母槽孔中,形成机械定位,此处注意到由于丝杠不具有自锁性,IPRS 在轴向载荷作用下丝杠将沿着顺时针方向转动(从丝杠端面向里看),则锁紧螺母相对丝杠逆时针转动,为拧松方向,因此需要在锁紧螺母上再添加一个螺母形成对顶螺母,以防止锁紧螺母拧松,从而配合机械限位块约束丝杠的 Z 轴转动自由度;压紧块的功能同下定位部分,起到在 Z 轴方向压紧 V 型块 II 和约束螺母 Z 轴转动自由度的作用。

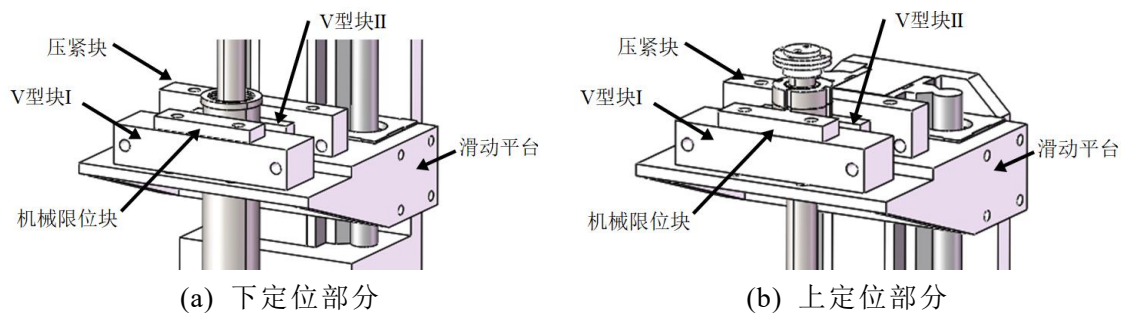


图 4-4 上下定位部分

(2) 浮动支撑部分 浮动支撑部分结构如图 4-5 所示。IPRS 的丝杠和螺母的外圆面分别与上下定位部分的 V 型块定位面接触形成定位关系,当丝杠顶部端面直接与万能试验机压盘接触,或者螺母底部端面与力传感器直接接触时,将形成过定位,不符合夹具设计规范,因此需要在丝杠顶部和螺母底部设置为浮动支撑,防止 IPRS 过定位。

图 4-5 (a)为丝杠浮动支撑部分,主要由锥面垫圈、球面垫圈以及一组法兰盘组成:丝杠上端面与球面垫圈接触,球面垫圈与锥面垫圈构成浮动支撑,以保证外部施加载荷方向与 IPRS 轴向方向不重合时,避免与上定位部分形成过定位,上下法兰盘通过螺栓连接,起到将浮动支撑与丝杠连接的作用,同时上法兰盘打有工艺孔,以方便观察锥面垫圈是否装配到位,并且可以起到拆卸锥面垫圈的作用,下法兰盘与丝杠间隙配合。

图 4-5 (b)为螺母浮动支撑部分,其结构与丝杠浮动支撑部分相似,同样由锥面垫圈、球面垫圈以及一组法兰盘组成:螺母下端面与球面垫圈接触,锥面垫圈与法兰盘过渡配合,球面垫圈与锥面垫圈共同构成浮动支撑,避免

与下定位部分形成过定位，上下法兰盘通过螺栓连接，同样地，上法兰盘打有工艺孔，以方便观察锥面垫圈是否装配到位，并且可以起到拆卸锥面垫圈的作用，下法兰盘打有螺钉沉孔，用于通过螺钉与力传感器固定连接。

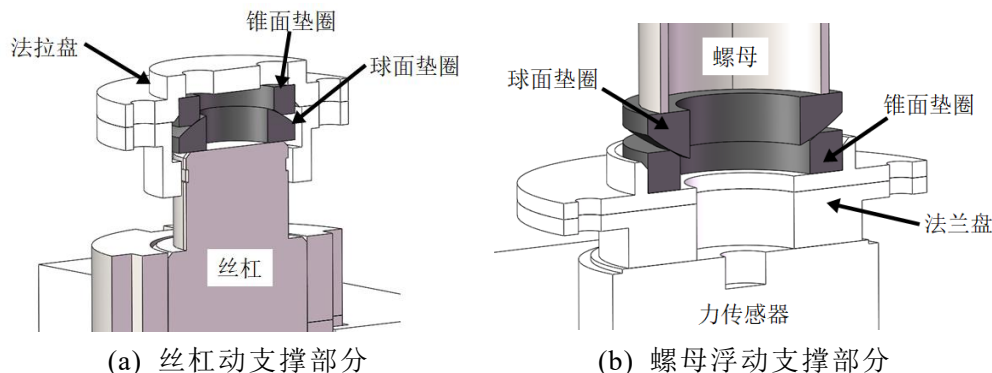


图 4-5 浮动支撑部分

(3) 导向部分 导向部分结构如图 4-6 所示。导向部分主要由背板、一副导轨单元和四个滑块组成：背板设计为 T 型结构，其凸出的部分两侧面为导轨单元提供固定基准面，同时为满足两导轨单元的平行度以及导轨单元与底座的垂直度要求，背板与导轨接触的三个定位面，均须满足粗糙度、平行度及垂直度要求。滑块内侧面通过滚动轴承与导轨相连，实现在导轨上的滑动导向，外侧面与滑动平台末端通过螺钉固定连接，从而实现将上下定位部分与导向部分连接在一起，同时上下定位部分分别限制了丝杠和螺母的 Z 轴转动自由度，其机械限位块承受的载荷将通过滑动平台传导至导轨副上，最终通过背板传递至底座。因此整体而言，导向部分将为上下定位部分提供导向功能并限制 IPRS 的 Z 轴转动自由度。综合考虑导轨单元受力情况和空间结构限制，本文选用 SBR 系列的支撑导轨，具有良好的支撑作用且空间占比较小。

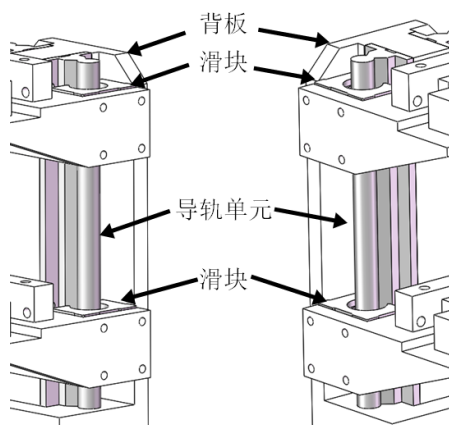


图 4-6 导向部分

(4) 其他部分 上下定位部分、浮动支撑部分及导向部分为夹具结构主

体，除此之外还需要底座等结构连接各个模块以形成整体。

底座如图 4-7 所示，其凸出的直角结构两侧面分别与背板的两侧面接触，为背板提供定位基准，而扇形下沉结构的侧端面与力传感器外圆面接触，为力传感器提供定位基准，为保证 IPRS 在静载实验时，施加载荷、IPRS 轴线及力传感器轴线三者 Z 轴方向重合，两定位基准之间有位置尺寸公差要求。底座两端的凸出结构目的在于让底座与万能试验机装配在一起，起限位作用。

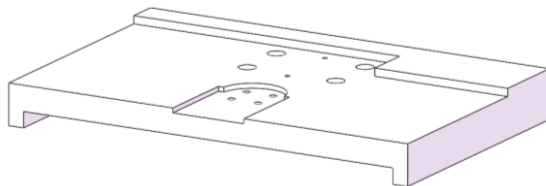


图 4-7 底座

在 IPRS 静载实验方案设计中提到，实验的目标 IPRS 刚度是指丝杠、滚柱和螺母的螺纹牙啮合部分刚度值，因此位移传感器的测量范围应当仅包含啮合部分的变形量。为此，位移传感器固定端夹紧于螺母外圆面，且位于下滑动平台下方 5mm 处，尽可能减少螺母未啮合段的变形量；位移传感器测头与位移挡板接触，而位移挡板夹紧于丝杠外圆面，且位于螺母上端面下方 5mm 处，尽可能减少丝杠未啮合段的变形量。其结构如图 4-8 所示。

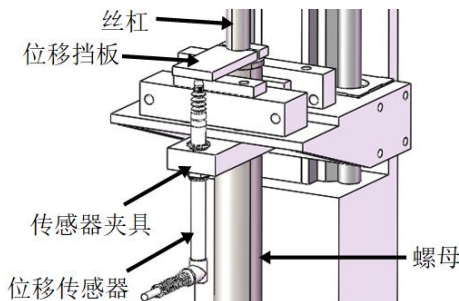


图 4-8 位移测量结构

#### 4.2.2 部分关键零部件校核

IPRS 静载实验专用夹具结构设计完成后，需要对某些关键部位进行受力分析，以校核其强度是否满足使用要求。本文中强度校核依然使用 ANSYS Workbench 进行。

根据第 2 章的 IPRS 螺纹牙受力分析可知，IPRS 在承受施加轴向载荷作用时，由于丝杠螺旋升角的存在，施加轴向载荷将产生切向分力，由式(2-1)、式(2-2)可得丝杠侧螺纹牙轴向载荷的切向分力大小为：

$$F_t = \frac{F_a}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha \quad (4-1)$$



由于 IPRS 不具有自锁性，丝杠侧螺纹牙轴向载荷的切向分力  $F_t$  必然大于螺纹牙摩擦力的径向分力，为校验极限强度满足实验要求，则忽略螺纹牙摩擦力的径向分力，使得丝杠侧螺纹牙轴向载荷的切向分力  $F_t$  产生的总转矩  $M$  最大。同时注意到虽然螺纹牙轴向载荷分布不均，但切向分力  $F_t$  产生的总转矩  $M$  在求和后与载荷分布无关，因此转矩  $M$  的求解可等效为轴向载荷施加于一个螺纹牙上切向分力  $F_t$  产生的转矩  $M$ 。

$$M = \frac{F_t \cdot d_s}{2} \quad (4-2)$$

式中  $M$  —— 杠侧螺纹牙轴向载荷的切向分力  $F_t$  产生的转矩（N·m）。

由表 3-1 可知，丝杠螺距  $P=1\text{mm}$ ，中径  $d_s=12.5\text{mm}$ ，头数  $n=3$ ，则螺旋升角为：

$$\alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{nP}{\pi(d_s + 0.6495P)} \right] = \tan^{-1} \left[ \frac{3 \times 1}{\pi \times (12.5 + 0.6495 \times 1)} \right] = 4.15 \quad (4-3)$$

将  $\alpha=4.15^\circ$  带入式(4-1)、式(4-2)，得到丝杠侧螺纹牙轴向载荷的切向分力  $F_t=1.451\text{kN}$ ，产生的转矩  $M=8.706\text{N}\cdot\text{m}$ 。

#### （1）机械限位块强度校核

上下机械限位块结构如图 4-6 所示，其凸出的限位结构需要限制丝杠或螺母的 Z 轴转动自由度，即凸出的限位机构需要提供反作用力平衡由切向分力  $F_t$  产生的转矩  $M$ 。

对于上机械限位块，机械限位面承受的载荷大小即为：

$$F_1 = \frac{M}{2r_1} = \frac{8.706}{2 \times 12} = 0.36 \quad (4-4)$$

式中  $r_1$  —— 上机械限位块限位面与丝杠轴线的距离（mm）。

将上机械限位块的三维模型文件导入 Workbench 中，材料设置为 45 号钢，划分网格，并细化限位面及夹角处网格，以降低仿真误差。设置边界条件：固定上机械限位块两个通孔，在限位面施加载荷  $F_1$ 。边界条件如图 4-9 所示。

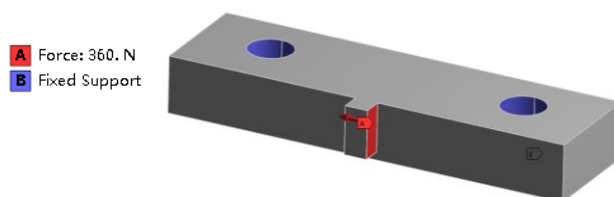


图 4-9 上机械限位块边界条件

仿真结果如图 4-10 和图 4-11 所示。为方便观察上限位块受力变形状态，将变形效果放大 500 倍。

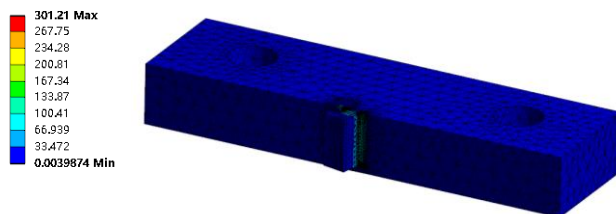


图 4-10 上机械限位块应力云图

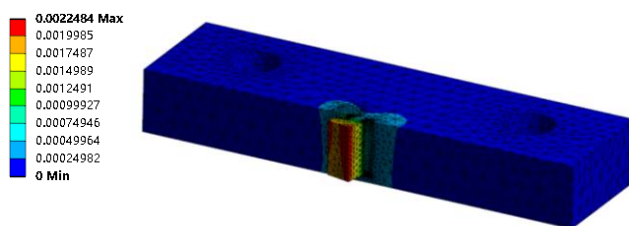


图 4-11 上机械限位块位移云图

从图 4-10 中可以看出，上机械限位块的最大应力位于限位面边线夹角处，其大小为 301.21MPa，远小于 45 号钢的许用应力。从图 4-11 中可以看出，限位面最大变形为 2.24  $\mu\text{m}$ ，则等效至 IPRS 丝杠的 Z 轴位移为：

$$z_1 = \frac{\Delta_1}{\pi d_0} \cdot n_0 P_0 = \frac{2.24}{\pi \times 12 \times 1000} \times 1 \times 1 = 0.06 \quad (4-5)$$

式中  $\Delta_1$ ——上机械限位面最大变形量（ $\mu\text{m}$ ）；

$d_0$ ——丝杠头部螺纹公称直径（mm）；

$n_0$ ——丝杠头部螺纹头数；

$P_0$ ——丝杠头部螺纹螺距（mm）。

由此可在上机械限位块的限制作用下，将变形量等效至 IPRS 丝杠的 Z 轴位移为 0.06  $\mu\text{m}$ ，相比于 IPRS 轴向变形量而言很小，可以忽略，符合设计要求。

同理，对于下机械限位块，机械限位面承受的载荷大小即为：

$$F_2 = \frac{M}{2r_2} = \frac{8.706}{2 \times 13} = 0.33 \quad (4-6)$$

式中  $r_2$ ——下机械限位块限位面与螺母轴线的距离（mm）。

同样地，将下机械限位块的三维模型文件导入 Workbench 中，材料设置为 45 号钢，划分网格，并细化限位面及夹角处网格，以降低仿真误差。设置



边界条件：固定下机械限位块两个通孔，在限位面施加载荷  $F_2$ 。边界条件如图 4-12 所示。

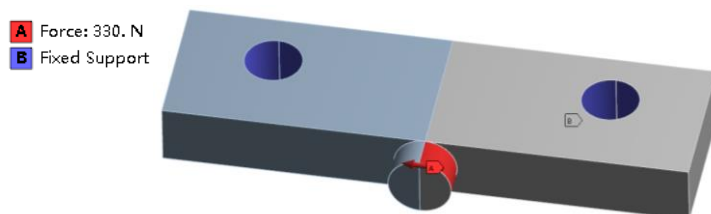


图 4-12 下机械限位块边界条件

仿真结果如图 4-13 和图 4-14 所示。同样将下机械限位块变形效果放大 500 倍。

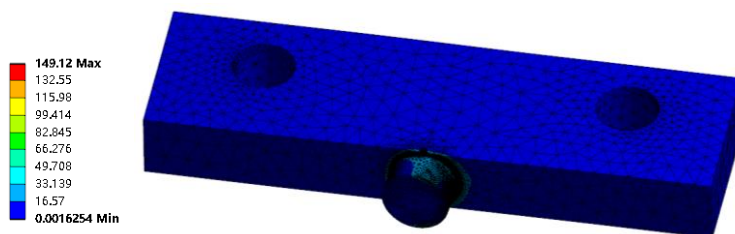


图 4-13 下机械限位块应力云图

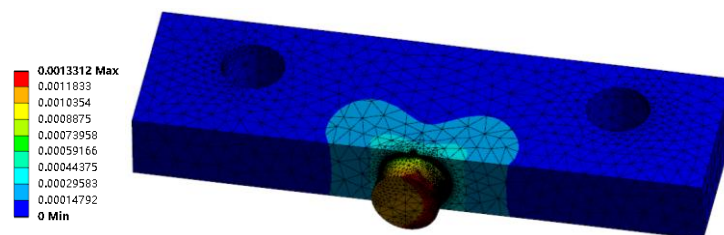


图 4-14 下机械限位块位移云图

从图 4-13 中可以看出，下机械限位块的最大应力位于限位面边线夹角处，其大小为 149.2MPa，远小于 45 号钢的许用应力。从图 4-14 中可以看出，限位面最大变形为 1.33  $\mu\text{m}$ ，则等效至 IPRS 丝杠的 Z 轴位移为：

$$z_2 = \frac{\Delta_2}{\pi d_N} \cdot nP = \frac{1.33}{\pi \times 21 \times 1000} \times 3 \times 1 = 0.06 \quad (4-7)$$

式中  $\Delta_2$ ——下机械限位面最大变形量（ $\mu\text{m}$ ）；

由此可在下机械限位块的限制作用下，将变形量等效至 IPRS 丝杠的 Z 轴位移为 0.06  $\mu\text{m}$ ，相比于 IPRS 轴向变形量而言很小，可以忽略，符合设计要求。

## （2）位移挡板刚度校核

位移挡板结构如图 4-8 所示，位移挡板通过螺栓连接将其固定在 IPRS 丝杠外圆面上，由摩擦力平衡重力。DGC-8ZG/C 电感式位移传感器为接触式

位移传感器，其测头的预紧力为 0.5N，由于 IPRS 静载仿真的总变形量为 60  $\mu\text{m}$ ，测量精度为 0.1  $\mu\text{m}$ ，因此需要对位移挡板的刚度进行校核。

将位移挡板的模型文件导入 Workbench 中，材料设置为 45 号钢，划分网格，设置边界条件：固定位移挡板的内圆端面，在位移传感器接触位置施加载荷 0.5N，此外，由于位移挡板属于悬臂梁结构，且位移精度要求较高，因此还需要添加重力约束，精确计算位移挡板的 Z 轴方向位移量。边界条件如图 4-15 所示。

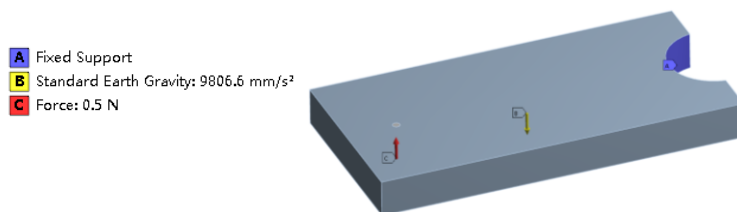


图 4-15 位移挡板边界条件

仿真结果如图所示。为方便观察位移挡板的受力形变状态，将变形效果放大 500 倍。从图 4-16 中可以看出，结构 Z 轴方向的最大变形为 0.14  $\mu\text{m}$ ，满足位移测量精度要求。

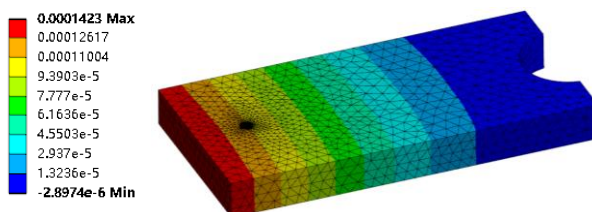


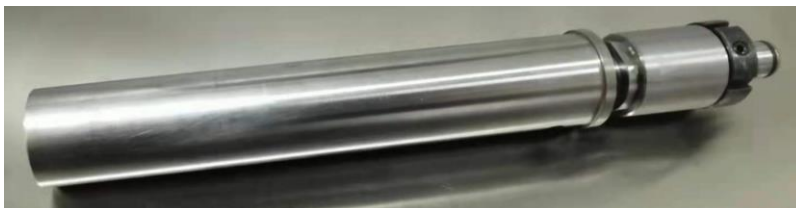
图 4-16 位移挡板位移云图

### 4.3 IPRS 静载验证实验

前文已经完成了 IPRS 静载仿真和静载实验结构设计，本节将进行具体的静载实验，以进一步验证 IPRS 静载仿真和理论模型的正确性。

#### 4.3.1 IPRS 样件预处理

IPRS 相关结构参数见表 3-1，IPRS 实物装配体如图 4-17 所示。



(a) IPRS 装配实物图

图 4-17 IPRS 实物图



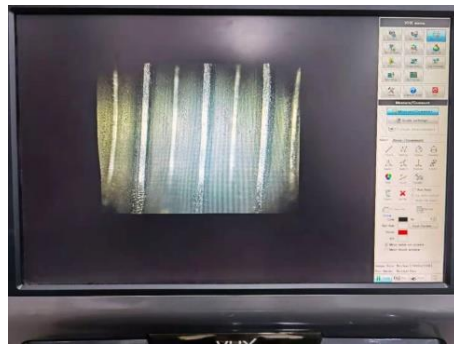
(b) IPRS 拆解实物图

图 4-17 (续图)

在进行 IPRS 静载实验前，应当对 IPRS 滚柱形貌进行显微镜拍照，用于与静载实验后滚柱形貌进行对比及标定。由于 IPRS 螺纹牙存在高度差，因此普通的光学显微镜无法同时聚焦到螺纹牙齿顶及齿根，而超景深显微镜则解决了景深问题，提供超大景深和视野，并且具有超高分辨率，因此本文采用 VHX-1000E 超景深显微镜，如图 4-18 所示。



(a) VHX-1000E 超景深显微镜



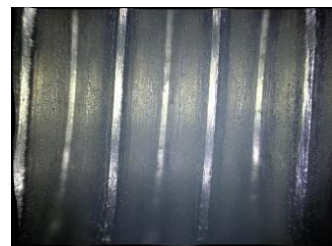
(b) 操作界面

图 4-18 VHX-1000E 超景深显微镜及其操作界面

为保证 IPRS 正常工作时滚柱与丝杠、螺母之间螺纹牙啮合的具有良好的润滑性、保护工件啮合表面，螺纹牙表面存在适量润滑脂，滚柱螺纹牙表面润滑脂如图 4-19 (a)所示。但润滑脂的存在不利于 IPRS 静载实验前后滚柱螺纹牙形貌对比及结果分析，因此本文用无水乙醇对 IPRS 进行清洗，清洗后滚柱表面如图 4-19 (b)所示。



(a) 清洗前螺纹牙表面



(b) 清洗后螺纹牙表面

图 4-19 清洗前后滚柱螺纹牙表面

为保证实验前后滚柱表面形貌对比为同一根滚柱，需要对滚柱进行编号，由 IPRS 结构特征可知，滚柱与保持架在丝杠圆周方向保持相对静止，因此只需要在保持架外圆面与滚柱对应的位置进行编号即可，按照顺时针方向从 1 至 6 进行编号，如图 4-20 所示。

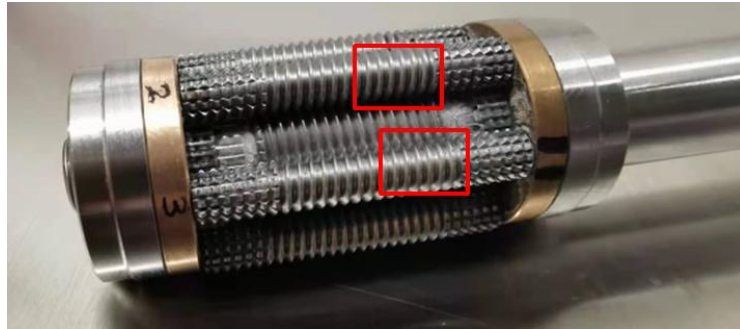


图 4-20 IPRS 保持架编号

图 4-21 为 1-6 号滚柱静载实验前的螺纹牙表面形貌放大图（放大倍数为 100 倍），由于 IPRS 部分滚柱与丝杠 34 号螺纹牙啮合对部分存在残齿，影响分析，因此图中滚柱最右端螺纹牙均为第 32 号螺纹牙。

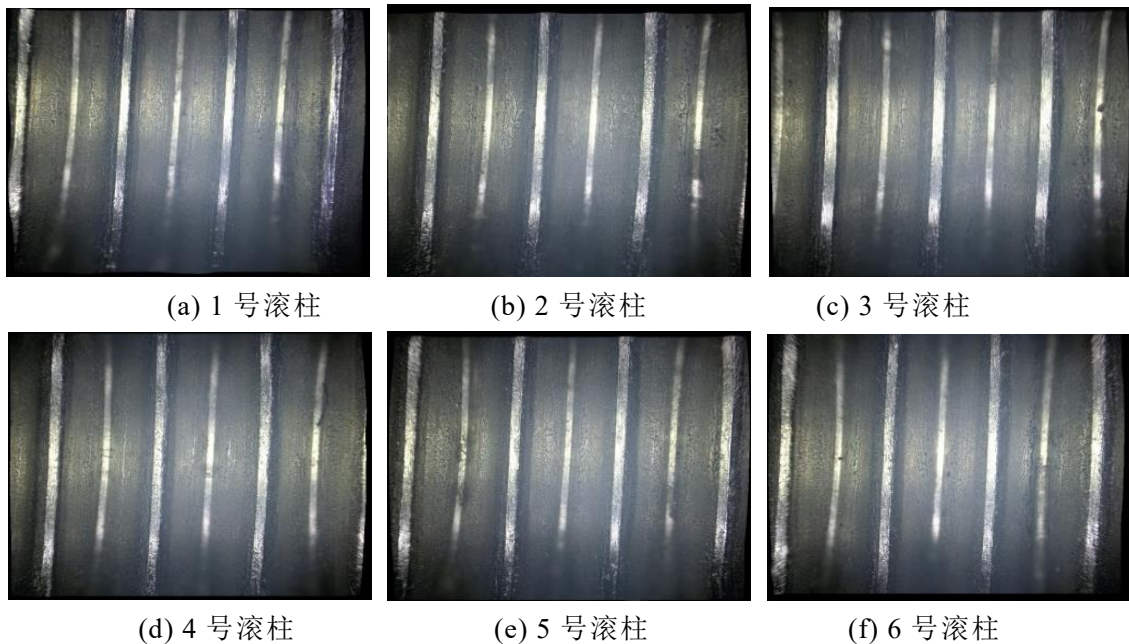


图 4-21 静载实验前 1-6 号滚柱表面形貌

### 4.3.2 IPRS 静载实验

根据实验需求及实验方案，IPRS 静载实验流程如下：

（a）按照设计原则完成 IPRS、专用夹具、位移传感器及力传感器的装配，并进行位移传感器和力传感器硬件与软件的联机，完成 IPRS 静载实验



平台的搭建；

(b) 将整个夹具体放置于万能试验机承载平台上，专用夹具的底座槽口与试验机承载平台间隙装配；

(c) 手动调节万能试验机压盘向下运动至专用夹具的上浮动支撑部分上方 2-3mm 处，然后左右移动夹具底座使 IPRS 丝杠旋转中心与压盘旋转中心重合，以保证 IPRS 在静载实验过程中 6 个滚柱尽可能均匀地承受轴向施加载荷；

(d) 调节位移传感器位置，并进行预紧固定，去除位移传感器前位移，将初始测量值稳定在  $-30\mu\text{m}$  至  $-40\mu\text{m}$  之间，以保证位移测量值的精度；

(e) 设置试验机加载方案为“金属室温压缩试验”，预紧力为 0.3kN，加载速度为  $0.1\text{kN/s}$ ，加载目标载荷为 16.632kN；

(f) 完成加载，回退压盘至初始位置，拆卸夹具体，取出 IPRS 并将 IPRS 滚柱放至超景深显微镜下进行观察，寻找滚柱螺纹牙塑性变形，标记并测量。

IPRS 静载实验装置实物图如图 4-22 所示。



图 4-22 IPRS 静载实验装置

### 4.3.3 实验结果分析

#### (1) IPRS 静载螺纹牙塑性变形分析

图 4-23 为 1-6 号 IPRS 滚柱丝杠侧在施加载荷为 16.632kN 的表面形貌，利用超景深显微镜测量软件，对螺纹牙塑性变形进行标记并测量其大小。

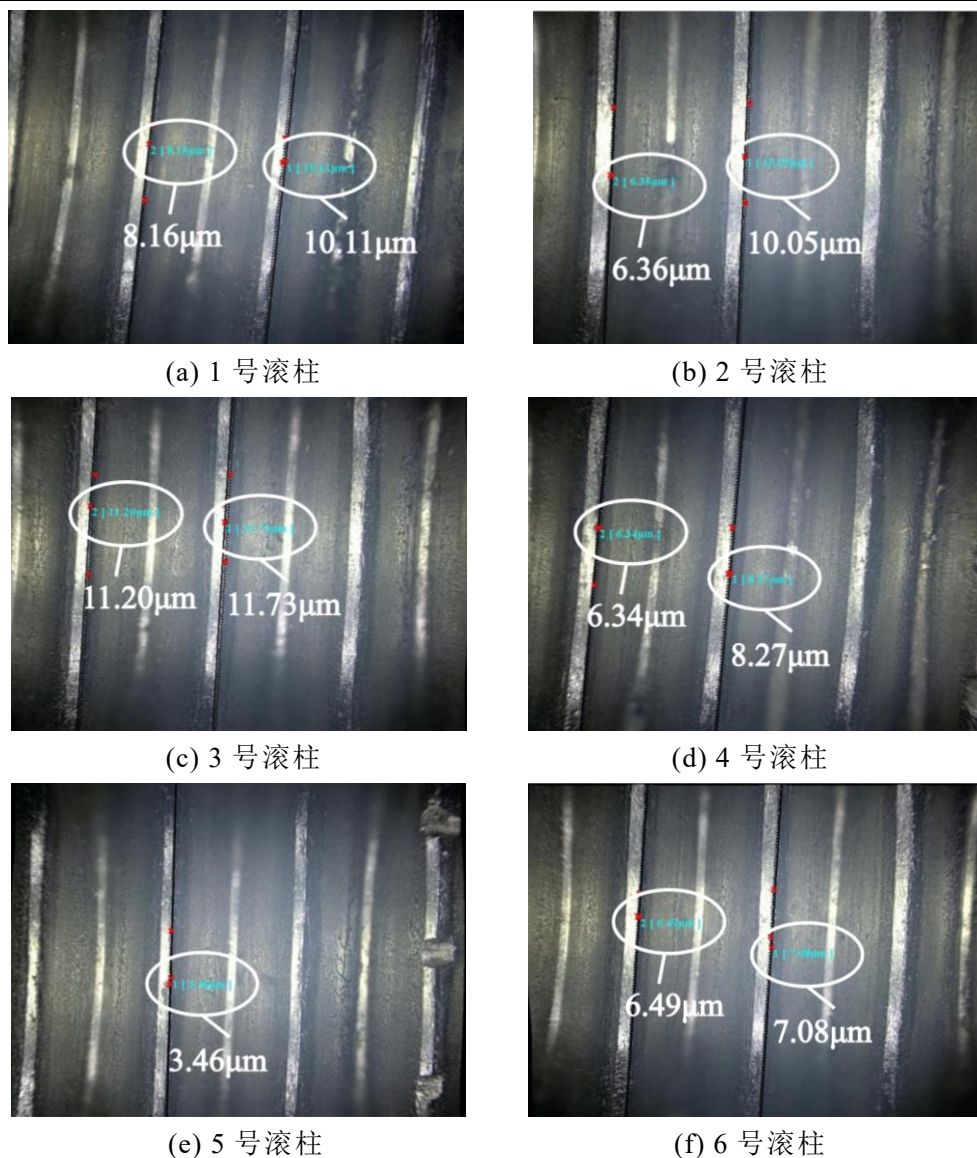


图 4-23 1-6 号滚柱丝杠侧表面形貌

图 4-23 中 IPRS 螺纹牙变形大小可以通过超景深显微镜自带的软件进行标定,但由于标定字号较小,且颜色不够清晰,故本文对标定进行了放大显示,其数值与原标定值保持一致。从图 4-23 中 IPRS 的 1-6 滚柱丝杠侧螺纹牙塑性变形可以发现,不同滚柱相同编号的螺纹牙变形量不同,其中 3 号滚柱变形量最大,为 11.73  $\mu\text{m}$ ,而 5 号滚柱最小,只有 3.46  $\mu\text{m}$ ,这是 IPRS 的承受载荷在滚柱间分配不均匀导致的。同时从图 4-23 中可以看出,滚柱丝杠侧第 30 号螺纹牙变形量均小于第 32 号螺纹牙变形量,这与 IPRS 滚柱丝杠侧螺纹牙载荷分布模型及仿真规律相同。

图 4-24 为 2772N 施加载荷下 IPRS 六分之一模型滚柱丝杠侧位移云图,其中单个螺纹牙最大位移值减去最小位移值即为单个螺纹牙变形量。可以看

出第 32 号螺纹牙变形量为  $5.773\mu\text{m}$ ，第 30 号螺纹牙变形量为  $5.528\mu\text{m}$ ，符合螺纹牙载荷分布趋势。通过对比可知，实验结果比仿真结果偏大，其主要原因有以下三点：

(a) IPRS 的滚柱螺纹牙实际为非标圆弧形螺纹牙，但是在仿真模型中将其简化为了标准的三角纹螺纹牙，因此在计算弹塑性临界点时， $\rho_{12}$  将变大，从而降低了螺纹牙弹塑性临界载荷，所以在相同载荷下，实验结果变形量更大；

(b) 实验中 IPRS 出现了滚柱间载荷不均的现象，导致部分滚柱承载和变形量偏大，而个别滚柱承载和变形量偏小；

(c) IPRS 实物螺纹牙表面由于加工质量、表面粗糙度及配合精度都会对变形量产生影响。

因此整体而言，实验和仿真结果两者较为吻合，可以验证静载仿真的正确性。

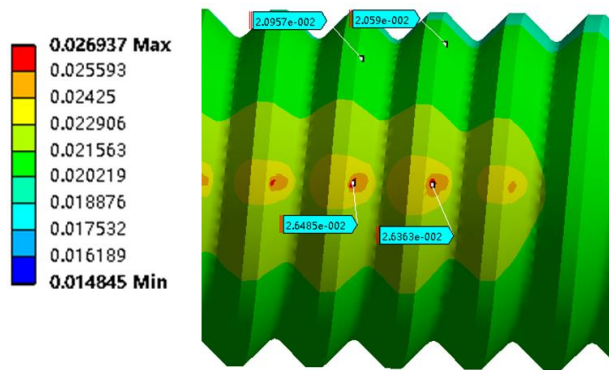


图 4-24 滚柱丝杠侧位移云图

## (2) IPRS 螺纹牙啮合段静载刚度分析

在 IPRS 静载时，试验机加载的初始阶段，由于 IPRS 螺纹牙啮合存在轴向间隙等，系统刚度较小，因此本文采用施加载荷大于  $2\text{kN}$  的部分进行数据分析。表 4-3 和表 4-4 分别为试验机施加载荷为  $16.632\text{kN}$  作用下位移传感器和力传感器记录的部分原始测试数据。

表 4-3 位移传感器原始测试数据

序号	位移值 ( $\mu\text{m}$ )	序号	位移值 ( $\mu\text{m}$ )
1	-1.1	6	3.2
2	-0.2	7	4.0
3	0.5	...	...
4	1.4	140	84.2
5	2.3	141	84.7

表 4-4 力传感器原始测试数据

序号	力 (N)	序号	位移值 (N)
1	2211	6	2221
2	2213	7	2223
3	2215	...	...
4	2217	7150	16387
5	2219	7151	16388

位移传感器的采样频率为 1Hz，而力传感器的采样频率是 50Hz，为了保证同一时间的位移和载荷数据能够一一对应，将力传感器得到的数据每 50 个取一个有效值，并绘制 IPRS 螺纹牙啮合段的载荷-位移曲线，如图 4-27 所示。

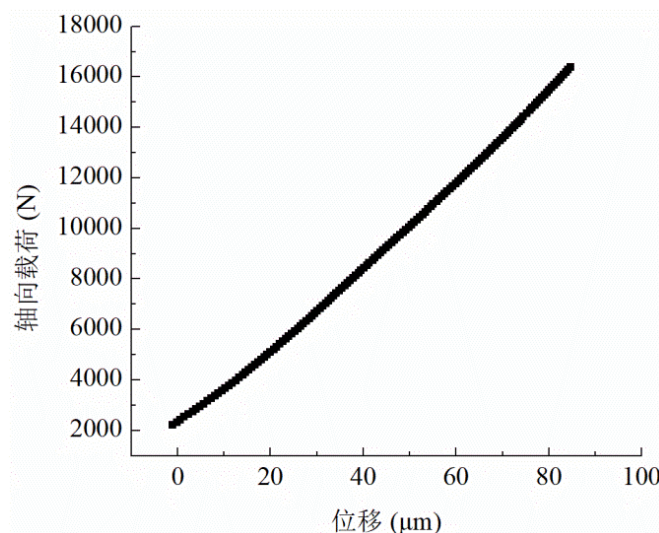


图 4-25 IPRS 静载螺纹牙啮合段载荷-位移曲线

图 4-25 载荷-位移曲线的斜率即为 IPRS 螺纹牙啮合段的静载刚度值，则其刚度值  $k_{\text{实验}} = 165105 \text{ N/mm}$ ，但是，通过第 3 章仿真可知，IPRS 六分之一模型啮合段的螺纹牙啮合段静载刚度值  $k_{1/6\text{仿真}} = 74810 \text{ N/mm}$ ，将六个滚柱并联后  $k_{\text{仿真}} = 448860 \text{ N/mm}$ ，这与实验结果并不相等，通过分析发现，这是因为在 IPRS 螺纹牙接触静载刚度仿真中仅考虑了 IPRS 螺纹牙啮合部分，而在 IPRS 静载实验中，由于专用夹具及 IPRS 的结构特点，在位移传感器测量范围内不可避免地还包含了一段丝杠未啮合刚度和一段螺母未啮合刚度，这部分刚度在仿真中并没有体现，为将实验结果和理论仿真进行正确对比，还需要对丝杠、螺母未啮合段静载刚度分别进行计算。IPRS 实验静载刚度组成部分如图 4-26 所示。



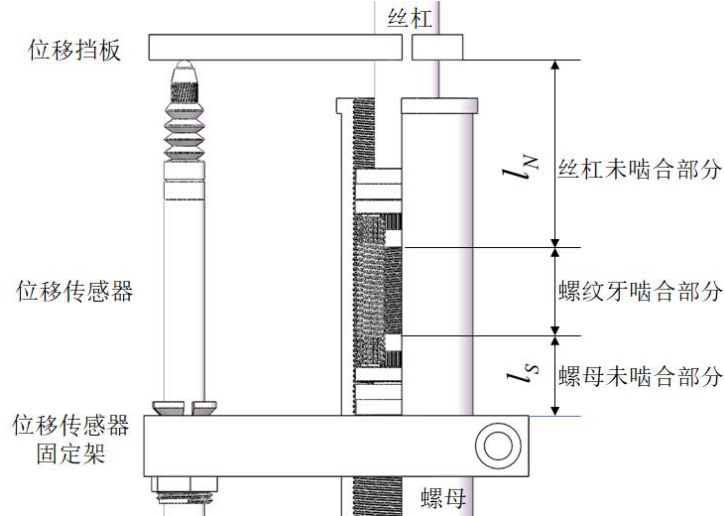


图 4-26 静载刚度组成示意图

实验中，丝杠未啮合长度  $l_S = 38\text{mm}$ ，螺母未啮合长度  $l_N = 20\text{mm}$ ，则丝杠、螺母未啮合段的刚度分别为：

$$k_{sg} = \frac{6EA_S}{l_S} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 17.06}{38} = 565673 \quad (4-8)$$

$$k_{lm} = \frac{6EA_N}{l_N} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 9.35}{20} = 589050 \quad (4-9)$$

六个 IPRS 六分之一模型啮合段刚度之间为并联关系，与丝杠、螺母未啮合部分刚度之间为串联关系，因此仿真及理论得出的 IPRS 螺纹牙啮合段刚度为：

$$k_{\text{仿真}} = \frac{1}{\frac{1}{k_{sg}} + \frac{1}{k_{lm}} + \frac{1}{6k_{1/6\text{仿真}}}} = 175644 \quad (4-10)$$

因此模型仿真与实验刚度的误差为：

$$\Delta_2 = \frac{|k_{\text{仿真}} - k_{\text{实验}}|}{k_{\text{仿真}}} \times 100\% = 6.0\% \quad (4-11)$$

可以看出，IPRS 静载刚度实验与仿真的结果接近，误差较小。实验静载相较仿真静载刚度略微偏小，这是因为实验中滚柱为圆弧形螺纹牙，其刚度比仿真中滚柱的三角形螺纹牙小，同时，滚柱与丝杠、螺母的螺纹牙接触面表面粗糙度等因素将致使其轴向位移偏大，从而导致实验静载刚度值偏小。总体而言，实验误差在允许范围内，由此可以再次证明所建理论模型及其仿真的正确性。

## 4.4 本章小结

本章通过 IPRS 静载实验对所建理论模型及仿真进行了实验验证。

首先, 根据实验目标设计了 IPRS 静载实验方案, 通过实验方案和实验精度要求进行了相应传感器及动力源的选取, 并为 IPRS 设计一套专用夹具, 同时, 由于 IPRS 静载实验对专用夹具强度及刚度要求较高, 因此对部分夹具的强度及刚度进行了校核, 以保证实验精度满足要求, 由此完成了 IPRS 静载实验平台的搭建。

其次, 进行了 IPRS 静载实验, 分为两个部分。第一部分对承受载荷超过静满载工况下 IPRS 六个滚柱的丝杠侧螺纹牙进行变形量测量; 第二部分是对位移测量数据和力测量数据进行数据处理得到力-位移曲线, 从而获得 IPRS 螺纹牙啮合段静载刚度。通过实验两个部分的结果与仿真及理论模型的对比及误差分析, 均验证了本文所建理论模型和仿真的正确性。

## 结 论

本文针对反向式行星滚柱丝杠高功重比、承受超过静满载荷的工作条件，在分析其承载、刚度及螺纹变形等基础上，研究了其承受超过静满载荷时的静态承载能力，主要包含了 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布和 IPRS 弹塑性临界载荷。同时采用搭建的 IPRS 静载实验平台完成 IPRS 静载实验，分析 IPRS 螺纹牙变形量及 IPRS 螺纹牙啮合段刚度值，将其与理论模型及仿真对比验证了所建立模型的正确性。本文得出的主要结论如下：

(1) 建立了 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布数学模型。对 IPRS 进行了承载、静载刚度及变形量分析，基于螺纹牙单个闭环变形协调方程，研究了 IPRS 弹性螺纹牙载荷分布模型。同时研究了单个螺纹牙弹塑性临界载荷，并获得 IPRS 临界轴向载荷。在此基础上，判断螺纹牙接触变形所处阶段，并基于简化弹塑性力学模型，计算得到塑性变形阶段 IPRS 单个螺纹牙变形量及轴向等效接触刚度，从而建立了 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型。

(2) 建立了 IPRS 弹塑性接触有限元仿真模型，分析了螺纹牙载荷分布及弹塑性临界点载荷值，其结果与理论模型吻合良好。同时分析获得 IPRS 螺纹牙啮合段静载刚度值，推导出 IPRS 在承受超过静满载的静载过程中，即使部分螺纹牙塑性变形，但只要存在处于弹性变形阶段的螺纹牙，IPRS 螺纹牙啮合段的静载刚度就为定值，与载荷大小无关。

(3) 采用 IPRS 专用夹具在万能试验机上进行了 IPRS 静载实验，通过实验数据分析获得 IPRS 螺纹牙变形量及 IPRS 螺纹牙啮合段静载刚度值，将其与理论模型及仿真进行了对比，两者结果吻合情况良好，验证了所建立模型的正确性。

本文可以在现有基础上从以下几个方面继续研究：

(1) 本文将 IPRS 滚柱简化为三角形螺纹牙，为建立精确模型可以进一步研究圆弧形螺纹牙滚柱，并精确材料塑性阶段参数。

(2) IPRS 载荷分布模型中仅考虑了螺纹牙接触塑性变形，可以进一步研究螺纹牙塑性变形，完善 IPRS 弹塑性螺纹牙载荷分布模型。

## 参考文献

- [1] 殷国富, 宋俨轩, 殷鸣, 等. 反向式行星滚柱丝杠承载分布及寿命分析[J]. 工程科学与技术, 2019, 51(1): 222-228.
- [2] 党金良, 刘更, 马尚君, 等. 反向式行星滚柱丝杠机构运动原理及仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2013, 25(7): 1646-1651.
- [3] Strandgren C B. Screw-Threaded Mechanism[P]. US2683379, 1954.
- [4] Strandgren C B. Nut and Screw Devices[P]. US3173304, 1965.
- [5] Strandgren C B. Roller Screw[P]. US3182522, 1965.
- [6] William W. Carson. Apparatus for converting rotational motion to linear Motiona[P]. US4648285, 1968.
- [7] Olver S. Anti-friction nut screw drive[P]. US4576057, 1986.
- [8] Lemor P C. The roller screw an efficient and reliable mechanical component of electro-mechanical actuators[J]. IEEE Proceedings of the 31st Intersociety, 1996, (1): 215-220.
- [9] Velinsky S A, Chu B, Lasky T A. Kinematics and efficiency analysis of the planetary roller screw mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(1): 11-16.
- [10] Jones M H, Velinsky S A. Kinematics of Roller Migration in the Planetary Roller Screw Mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 2012, 134(1): 1-6.
- [11] Jones M H, Velinsky S A. Contact Kinematics in the Roller Screw Mechanism[J]. Mechanical Design, 2013, 135(1): 1-10.
- [12] G. Aurégan, V. Fridrici, F. Rodrigues, et al. Experimental simulation of rolling-sliding contact for application to planetary roller screw mechanism[J]. Wear, 2015, 332-333: 1176-1184.
- [13] Budinski K G, Budinski S T. Interpretation of galling tests[J]. Wear, 2015, 332-333: 1185-1192.

- [14] Sandu S, Biboulet N, et al. An efficient method for analyzing the roller screw thread geometry[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 126: 243-264.
- [15] Sandu S, Biboulet N. Analytical prediction of the geometry of contact ellipses and kinematics in a roller screw versus experimental results[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 131: 115-136.
- [16] Majudar A, Bhushan B. Fractal Model of Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces[J]. Journal of Tribology. 1991, 113(1): 1-11.
- [17] Majudar A, Bhushan B. Role of Fractal Geometry in Roughness Characterization and Contact Mechanics of Surfaces[J]. Journal of Tribology. 1990, 112(2): 205-216.
- [18] Otsuka J, Osawa T, Fukada S. A Study on the Planetary Roller Screw. Comparison of Static Stiffness and Vibration Characteristics with Those of the Ball Screw [J]. Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering, 1989, 23(3): 217-223.
- [19] Mamaev I M, Morozov V V, Fedotov O V, et al. Harmonic analysis of the kinematic error in a planetary roller screw[J]. Russian Engineering Research, 2016, 36(37): 515-519.
- [20] Jones M H, Velinsky S A. Ty A. Lasky. Dynamics of the planetary roller screw mechanism[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2016, 8(1): 1-6.
- [21] Jones M H, Velinsky S A. Stiffness of the roller screw mechanism by the direct method[J]. Mechanics Based Design of Structures & Machines, 2014, 42(1): 17-34.
- [22] Yousef H M, Mahdi A. A comprehensive study on capabilities and limitations of roller-screw with emphasis on slip tendency[J]. Mechanism and Machine theory. 2009, 44(10): 1887-1899.
- [23] Jayaraj A, Nithin V. Kinematic Analysis and Thread Profile Modification Study of Planetary Roller Screw Actuator[J]. ScienceDirect, 2017, 4(10): 10965-10970.

- [24] Zhdanova A V, Morozova V V. Theoretical study of the load distribution on the threads for roller screw mechanisms of a friction type[C]. International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2016, Procedia Engineering, 2016, 150: 992-999.
- [25] Abevi F, Daidie A, Chaussumier M, et al. Static Analysis of an Inverted Planetary Roller Screw Mechanism[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2016, 8(4): 1-14.
- [26] Tselishchev A S, Zharov I S. Elastic Elements in Roller Screw Mechanisms[J]. Russian Engineering Research, 2008, 28(11): 1040-1043.
- [27] 靳谦忠. 行星式滚柱丝杠副的基础理论研究及结构设计[D]. 武汉: 华中科技大学, 1992, 15-30.
- [28] 赵英, 倪洁, 吕丽娜. 滚柱丝杠副的啮合计算[J]. 机械设计, 2003, (3): 34-36.
- [29] 陈芳. 两级行星滚柱丝杠传动设计与精确度研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2009, 8-68.
- [30] 高亮. 航天精密传动机构行星滚柱丝杠的设计与研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2012, 22-65.
- [31] 李迎峰, 杨家军, 廖雯俊, 等. 接触角螺旋升角对滚柱丝杠副传递效率的影响[J]. 湖北工业大学学报, 2014, (1): 87-89.
- [32] 濮建荣. 行星滚柱丝杠副接触、摩擦与工作特性的理论与实验研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2015, 7-37.
- [33] 解志杰, 张传伟, 薛其河, 等. 行星滚柱丝杠动态摩擦力矩和传动效率分析[J]. 摩擦学学报, 2019, 39(4): 489-496.
- [34] 韩敏, 黄龙涛, 畅玉春. 行星滚柱丝杠副滑动特性的分析与研究[J]. 机械设计与制造, 2017, (5): 73-76.
- [35] 付永领, 郑世成, 甘发金. 基于结构参数的标准式行星滚柱丝杠副寿命分析[J]. 机械传动, 2018, 42(11): 123-128.
- [36] 崔高尚. 差动式行星滚柱丝杠副接触特性及承载能力的分析与研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2016, 24-38.

- [37] 程远. 行星滚柱丝杠副啮合运动与接触特性理论分析与研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2018, 25-39.
- [38] 杨家军, 韦振兴, 朱继生, 等. 行星滚柱丝杠副载荷分布及刚度计算[J]. 华中科技大学学报, 2011, 39(4): 1-4.
- [39] 韦振兴, 杨家军, 朱继生, 等. 行星滚柱丝杠副的结构参数优化分析[J]. 机械传动, 2011, 35(6): 44-47.
- [40] 夏栋. 电动舵机伺服机构动力学特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014, 12-33.
- [41] 姚琴, 吴立言, 刘更, 等. 行星滚柱丝杠副弹塑性接触分析[J]. 机械传动, 2016, 40(11): 106-110.
- [42] 马尚君, 刘更, 佟瑞庭, 等. 行星滚柱丝杠副轴向弹性变形的有限元分析[J]. 机械传动, 2012, 36(7): 78-82.
- [43] 马尚君, 刘更, 佟瑞庭. 行星滚柱丝杠副摩擦力矩及传动效率研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(11): 74-79.
- [44] 靳谦忠, 杨家军. 滚珠丝杠副和行星式滚柱丝杠副静刚度的比较研究[J]. 机械科学与技术, 1999, 18(2): 230-232.
- [45] 付晓军, 刘更, 马尚君, 等. 行星滚柱丝杠副螺旋曲面啮合机理研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(3): 26-33.
- [46] 付晓军, 刘更, 马尚君, 等. 考虑零件偏斜的行星滚柱丝杠副啮合特性研究[J]. 机械工程学报, 2017, 53(3): 25-33.
- [47] 贺继鹏, 刘更, 马尚君, 等. 基于键合图的行星滚柱丝杠副动态特性建模与仿真[J]. 振动与冲击, 2015, (20): 66-73.
- [48] 陈士云, 范元勋, 雷建杰. 行星滚柱丝杠啮合计算与干涉消除[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2018, 000(008): 4-7.
- [49] 郭嘉楠, 何鹏, 黄洪雁, 等. 行星滚柱丝杠副刚度特性分析及试验验证[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40(5): 967-973.
- [50] 张文杰, 刘更, 马尚君, 等. 不同安装方式下行星滚柱丝杠副载荷分布研究[J]. 西北工业大学学报, 2015, 33(2): 229-236.
- [51] 徐秉业, 刘信声, 沈新普. 应用弹塑性力学(第2版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2017: 60-62.





## 致 谢

时光如白驹过隙，新生报道时的激动还未散去，就迎来了自己的毕业季。在此论文完成之际，谨向两年多来给予我关心、支持和帮助我的良师益友、亲人致以最真挚的谢意！

感谢我的指导老师李跃峰老师，两年的科研学习中，每当我遇到科研困难，李老师都能悉心解答，以授人以渔的方式教导着我，培养我的科研思维，引导我解决科研难题，这让我受益匪浅。李老师在科研上态度严谨，工作上认真刻苦，但在生活中却十分平易近人，记得我过年生病的时候，李老师也会关系问候，这让我倍感温暖。在此毕业之际，由衷的感谢李老师对我学业上的悉心指导和生活上的热情帮助。

感谢王广林老师，每次开组会都能从王老师身上学到很多科研思路以及做事态度，这种大方向的把握让我避免了很多弯路，同时王老师也对我的课题进行了多次指导，指点迷津。在此由衷的感谢王老师对我科研思路和科研态度的培养。

感谢实验室张翔老师、潘旭东老师、王慧峰老师、邵东向老师对我毕业课题的指导和帮助，同时，实验室老师们营造的良好科研氛围同样对我的科研学习起到了潜移默化的帮助。感谢于天宇老师、陈明君老师为我提供的试验机等试验器材。感谢答辩组老师们对我毕业论文的认真审阅和宝贵建议。

感谢实验室张钰忻师姐、张庆豫师兄、印楠师兄、刘瞳咙师兄和张洪雷师兄的帮助，他们以更加丰富的科研经验带我进入课题，打下基础，特此感谢刘瞳咙师兄对我课题提出的宝贵意见。感谢同门及好友杨嘉顺、陈建、周健和武文强的帮助，我们一起度过了两年的研究生生活，一起科研生活，互相出谋划策，感谢他们两年来的陪伴。感谢李鸿伟师弟和任文广师弟的帮助，希望他们能在接下来的一年更进一步。感谢所有生活中的好友及同学们。

最后，感谢我的父母对我无私的爱和支持，每当我沮丧和疲惫的时候，是他们一直陪着我，鼓励我，让我一路坚持走下来。感谢他们给我的一切，我将会继续努力，不负期望。

“规格严格，功夫到家”，我将铭记工大校训，继续带着工大人的精神，继续前进。